Título del Documento

Subtítulo o Tema Específico

Nombre del Autor
Institución / Departamento de Matemáticas
correo@institucion.edu

9 de noviembre de 2025

Template profesional para documentos matemáticos con estilo institucional moderno. Incluye cajas personalizadas, comandos especializados, gráficas con TikZ/PGFplots, y formato completamente personalizable.

Índice

1. Cajas y Entornos Especiales

1.1 Definiciones y Teoremas

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función y $a \in \mathbb{R}$. Decimos que el **límite** de f cuando x tiende a a es L si:

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 : 0 < |x - a| < \delta \implies |f(x) - L| < \varepsilon$$

Notación: $\lim_{x \to a} f(x) = L$

Sean $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funciones derivables. Entonces la composición $f \circ g$ es derivable y:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Sea $h(x) = \sin(x^2)$. Identificamos $f(u) = \sin u$ y $g(x) = x^2$.
Aplicando la regla de la cadena:

$$\begin{aligned} h'(x) &= f'(g(x)) \cdot g'(x) \\ &= \cos(x^2) \cdot 2x \\ &= 2x \cos(x^2) \end{aligned}$$

Si una función es derivable en un punto, entonces es continua en ese punto. Sin embargo, **el recíproco no es cierto**. Ejemplo: $f(x) = |x|$ es continua en $x = 0$ pero no derivable.

NO confundir la derivada de un producto con el producto de derivadas:

$$(f \cdot g)' \neq f' \cdot g'$$

La regla correcta es: $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$ (Regla del producto)

Calcular las siguientes derivadas:

1. $\frac{d}{dx}\left(e^{x^2}\right)$
2. $\frac{d}{dx}\left(\ln(\cos x)\right)$
3. $\frac{d}{dx}\left(x^x\right)$ *(Sugerencia: usar logaritmos)*

2. Tablas de Fórmulas

2.1 Derivadas de Funciones Básicas

Tipo	$f(x)$	$f'(x)$
Constante	c	0
Identidad	x	1
Potencia	x^n	nx^{n-1}
Exponencial natural	e^x	e^x
Exponencial general	a^x	$a^x \ln a$
Logaritmo natural	$\ln x$	$\dfrac{1}{x}$
Logaritmo general	$\log_a x$	$\dfrac{1}{x \ln a}$

2.2 Derivadas Trigonométricas

- $\frac{d}{dx}[\sin x] = \cos x$
- $\frac{d}{dx}[\cos x] = -\sin x$
- $\frac{d}{dx}[\tan x] = \sec^2 x$
- $\frac{d}{dx}[\cot x] = -\csc^2 x$
- $\frac{d}{dx}[\sec x] = \sec x \tan x$
- $\frac{d}{dx}[\csc x] = -\csc x \cot x$

2.3 Reglas de Derivación

Reglas básicas:

$$\begin{aligned} \text{Suma:} \quad & (f+g)' = f' + g' \\ \text{Producto:} \quad & (f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g' \\ \text{Cociente:} \quad & \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2} \\ \text{Cadena:} \quad & (f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x) \end{aligned}$$

3. Procedimientos y Métodos

3.1 Pasos para derivar funciones complejas

Paso 1: **Identificar** la estructura de la función (producto, cociente, composición)

Paso 2: **Determinar** qué reglas de derivación aplicar

Paso 3: **Derivar** las funciones componentes (si es necesario)

Paso 4: **Aplicar** la regla correspondiente

Paso 5: **Simplificar** el resultado algebraicamente

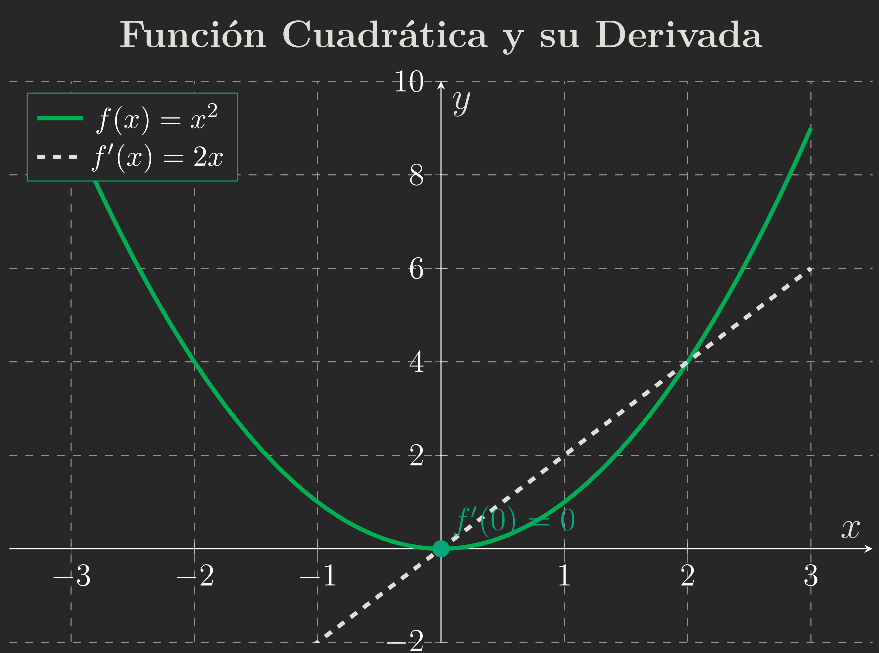
3.2 Propiedades importantes

- **Linealidad:** $(af + bg)' = af' + bg'$ para $a, b \in \mathbb{R}$

- **Derivabilidad implica continuidad:** Si f es derivable en a, entonces f es continua en a
- **Puntos críticos:** Los extremos locales ocurren donde $f'(x) = 0$ o f' no existe
- **Teorema del Valor Medio:** Conecta la derivada con la pendiente promedio

4. Visualizaciones con TikZ/PGFplots

4.1 Función y su derivada



5. Ecuaciones Matemáticas

5.1 Ecuaciones numeradas

Consideremos la integral definida del Teorema Fundamental del Cálculo:

$$\int_a^b f'(x)\,dx = f(b) - f(a) \tag{1}$$

Podemos referenciar la ecuación 1 más adelante.

5.2 Sistema de ecuaciones

Las derivadas de las funciones trigonométricas básicas son:

$$\frac{d}{dx}[\sin x] = \cos x \tag{2}$$

$$\frac{d}{dx}[\cos x] = -\sin x \tag{3}$$

$$\frac{d}{dx}[e^x] = e^x \tag{4}$$

5.3 Fórmulas destacadas

$$\boxed{\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)}$$

6. Teoremas y Demostraciones

Teorema 6.1 (Teorema del Valor Medio de Lagrange)**:** Sea $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ una función continua en $[a,b]$ y derivable en (a,b). Entonces existe al menos un punto $c \in (a,b)$ tal que:

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Demostración. **Demostración:**

Definimos la función auxiliar:

$$g(x) = f(x) - f(a) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a)$$

Observamos que g representa la diferencia entre f y la recta secante que une $(a, f(a))$ con $(b, f(b))$.

Propiedades de g:

- $g(a) = f(a) - f(a) - 0 = 0$
- $g(b) = f(b) - f(a) - (f(b) - f(a)) = 0$
- g es continua en $[a, b]$ y derivable en (a, b)

Por el Teorema de Rolle, existe $c \in (a, b)$ tal que $g'(c) = 0$.

Calculando $g'(c)$:

$$g'(c) = f'(c) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = 0$$

Por lo tanto:

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \qquad \square$$

$\square$

Corolario 6.2: Si $f'(x) = 0$ para todo $x \in (a, b)$, entonces f es constante en $[a, b]$.

7. Uso de Comandos Personalizados

Este template incluye múltiples comandos para facilitar la escritura:

7.1 Conjuntos numéricos

Los conjuntos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ y $\mathbb{C}$ se escriben con comandos simples: `\N`, `\Z`, `\Q`, `\R`, `\C`

7.2 Derivadas e integrales

- Derivada ordinaria: $\frac{dy}{dx}$ con `\dv{y}{x}`
- Derivada de orden n: $\frac{d^3y}{dx^3}$ con `\dvn{y}{x}{3}`
- Derivada parcial: $\frac{\partial f}{\partial x}$ con `\pdv{f}{x}`
- Integral definida: $\int_0^1 f(x)\, dx$ con `\inte{0}{1}`

7.3 Normas y valores absolutos

- Valor absoluto: $|x|$ con `\abs{x}`
- Norma: $\|\mathbf{v}\|$ con `\norm{\vect{v}}`
- Vector: $\mathbf{u}$ con `\vect{u}`

Fin del Template

Template Matemáticas - Estilo Institucional Profesional

Elaborado en LaTeX — 9 de noviembre de 2025

Versión 2.0 - Optimizada y mejorada