Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет Программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №3

По дисциплине “Вычислительная математика”

Вариант – “Метод прямоугольников”

Группа: P32312

Выполнил: Обляшевский С.А.

Преподаватель:

Перл О. В.

Санкт-Петербург, 2023

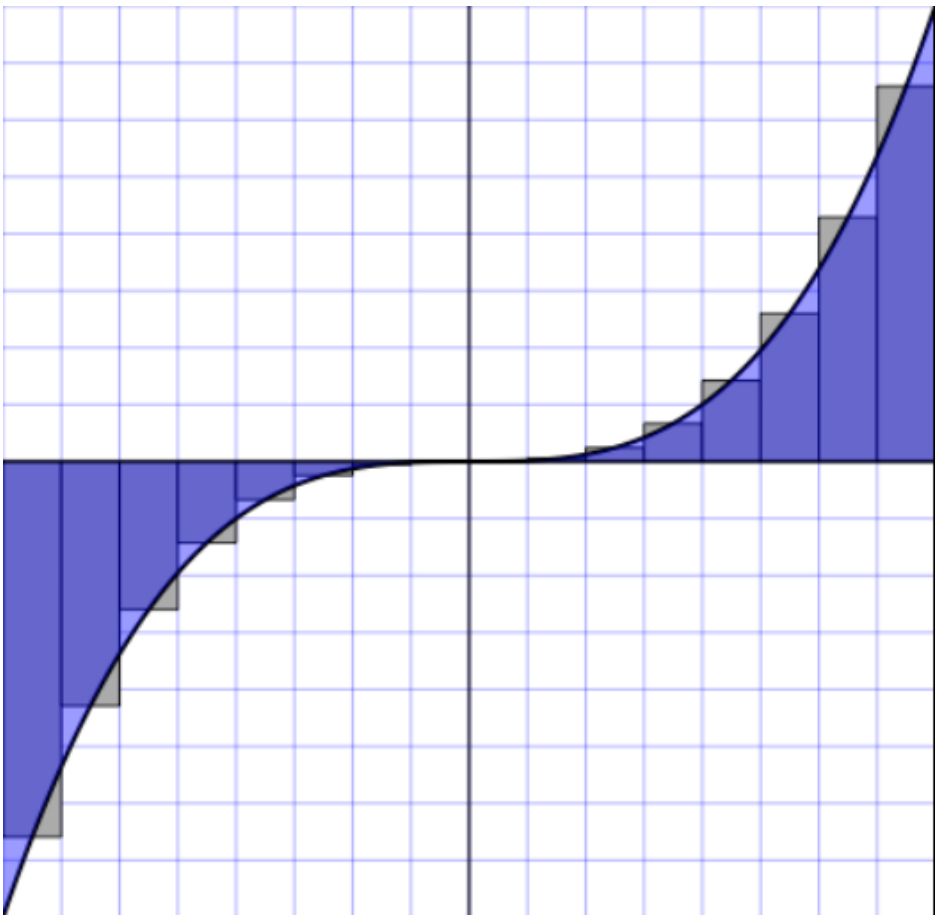
Описание метода, расчетные формулы:

Метод прямоугольников – метод численного интегрирования, заключающийся в нахождении констант на каждом элементарном отрезке и сложение их. Иными словами, метод будет заключаться в приближённом вычислении площади под графиком суммированием площадей конечного числа прямоугольников, ширина которых будет определяться расстоянием между соответствующими соседними узлами интегрирования, а высота — значением подынтегральной функции в этих узлах.

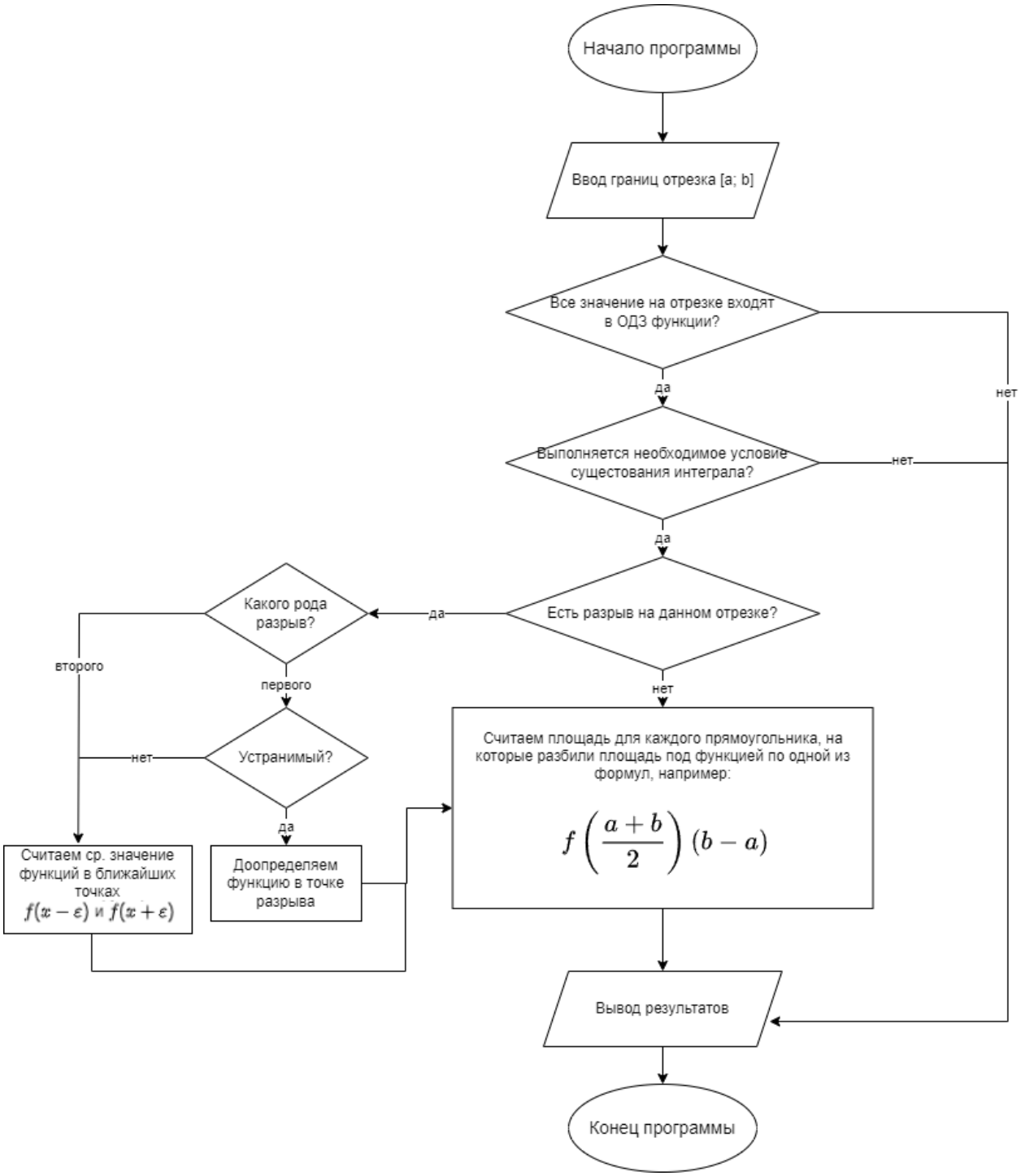
Существует 3 схожих метода для вычисления интеграла по:

1. **Формуле левых прямоугольников**: $\int_a^b f(x)\,dx \approx f(a)(b-a).$
2. **Формуле правых прямоугольников**: $\int_a^b f(x)\,dx \approx f(b)(b-a).$
3. **Формуле прямоугольников** (средних): $\int_a^b f(x)\,dx \approx f\left(\frac{a+b}{2}\right)(b-a)$

Визуализация метода средних прямоугольников:



Блок – схема:


Начало программы
Ввод границ отрезка [a; b]
Все значение на отрезке входят в ОДЗ функции?
да
нет
Выполняется необходимое условие существования интеграла?
нет
да
Есть разрыв на данном отрезке?
да
Какого рода разрыв?
второго
первого
нет
Устранимый?
нет
да
Считаем ср. значение функций в ближайших точках $f(x-\varepsilon)$ и $f(x+\varepsilon)$
Доопределяем функцию в точке разрыва
Считаем площадь для каждого прямоугольника, на которые разбили площадь под функцией по одной из формул, например:
$f\left(\frac{a+b}{2}\right)(b-a)$
Вывод результатов
Конец программы

Листинг численного метода:

Метод левых прямоугольников:

```
@Override
public double calculateIntegral(IntegrableFunction function, double[]
section) {
    if (function instanceof IrrationalFunction && section[0] < 0){
        return Double.MAX_VALUE;
    }
    double step = (section[1] - section[0])/100;
    double result = 0;
    if (!function.hasBreakingPoint()) {
        for (int i = 0; i < 100; i++) {
            result += function.getValue(section[0] + step * i);
        }
    }
    else {
        double eps = Math.pow(10, -7);
        for (int i = 0; i < 100; i++) {
            if (section[0] + step * i == function.getBreakingPoint()){
                double averageValue = (function.getValue(section[0] + step *
i + eps) + function.getValue(section[0] + step * i - eps)) / 2;
                result += averageValue;
            } else {
                result += function.getValue(section[0] + step * i);
            }
        }
    }
    result *= step;
    return result;
}
```

Метод правых прямоугольников:

```
@Override
public double calculateIntegral(IntegrableFunction function, double[]
section) {
    if (function instanceof IrrationalFunction && section[0] < 0){
        return Double.MAX_VALUE;
    }
    double step = (section[1] - section[0])/100;
    double result = 0;
    if (!function.hasBreakingPoint()) {
        for (int i = 0; i < 100; i++) {
            result += function.getValue(section[0] + step * (i + 1));
        }
    } else {
        double eps = Math.pow(10, -7);
        for (int i = 0; i < 100; i++) {
            if (section[0] + step * (i + 1) == function.getBreakingPoint()){
                double averageValue = (function.getValue(section[0] + step *
(i + 1) + eps) + function.getValue(section[0] + step * (i + 1) - eps)) / 2;
                result += averageValue;
            } else {
                result += function.getValue(section[0] + step * (i + 1));
            }
        }
    }
    result *= step;
```

```
    return result;
}
```

Метод средних прямоугольников:

```
@Override
public double calculateIntegral(IntegrableFunction function, double[]
section) {
    if (function instanceof IrrationalFunction && section[0] < 0){
        return Double.MAX_VALUE;
    }
    double step = (section[1] - section[0])/100;
    double result = 0;
    if (!function.hasBreakingPoint()) {
        for (int i = 0; i < 100; i++) {
            result += function.getValue(section[0] + step * (i + 0.5));
        }
    } else {
        double eps = Math.pow(10, -7);
        for (int i = 0; i < 100; i++) {
            if (section[0] + step * (i + 0.5) ==
function.getBreakingPoint()){
                double averageValue = (function.getValue(section[0] + step *
(i + 0.5) + eps) + function.getValue(section[0] + step * (i + 0.5) - eps)) /
2;
                result += averageValue;
            } else {
                result += function.getValue(section[0] + step * (i + 0.5));
            }
        }
    }
    result *= step;
    return result;
}
```

Примеры и рез-ты работы:

Обычная функция:

```
Выберите функцию:
1) y = x.
2) y = -x^2 + 5.
3) y = sqrt(x).
4) y = sin(x)/x.
1
Введите область интегрирования:
3 7
Решение методом средних прямоугольников: 20.0
Решение методом левых прямоугольников: 19.92
Решение методом правых прямоугольников: 20.080000000000002
```

Функция с корнем и отрезок, не удовлетворяющий ОДЗ:

```
Выберите функцию:
1) y = x.
2) y = -x^2 + 5.
3) y = sqrt(x).
4) y = sin(x)/x.
3
Введите область интегрирования:
-4 10
Отрезок не удовлетворяет ОДЗ
```

Функция с разрывом в точке, принадлежащей отрезку:

```
Выберите функцию:
1) y = x.
2) y = -x^2 + 5.
3) y = sqrt(x).
4) y = sin(x)/x.
4
Введите область интегрирования:
0 3
Решение методом средних прямоугольников: 1.8486654910500075
Решение методом левых прямоугольников: 1.8629210019817755
Решение методом правых прямоугольников: 1.8343322020623742
```

Вывод:

Я рассмотрел и реализовал 3 метода прямоугольников для численного подсчета интеграла функции.

Отличие между методами заключается в высоте прямоугольников. Так, высота прямоугольника в методе левых прямоугольников равна значению функции в левом конце прямоугольника, в методе правых прямоугольников – значению функции в правом конце прямоугольника, в методе средних прямоугольников – значению функции в середине между правым и левым концами прямоугольника. Отклонение от точного ответа напрямую зависит от кол-ва прямоугольников, на которые мы разбиваем площадь под рассматриваемой функцией. Также стоит отметить, что при прочих равных (исходя из тестов и логики), наиболее точный ответ дает метод средних прямоугольников.

Преимущества метода: простота понимания и реализации, полезен, когда функция имеет большое кол-во быстрых изменений.

Недостатки: точность меньше, чем у методов трапеций и Симпсона.