Radix Sort in RISC-V asm

Blu Borghi - 30/8/2019

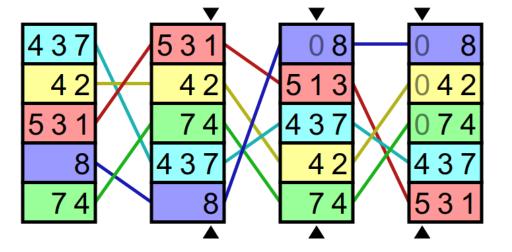


Radix Sort

Specifiche:

- Algoritmo di ordinamento non-comparativo, non è limitato al lower bound o(n log n)
- Lavora su numeri interi o naturali in una base qualsiasi, a seconda dell'implementazione
- Si appoggia a un algoritmo di ordinamento stabile, in questo caso al Counting Sort

Radix Sort (LSD)



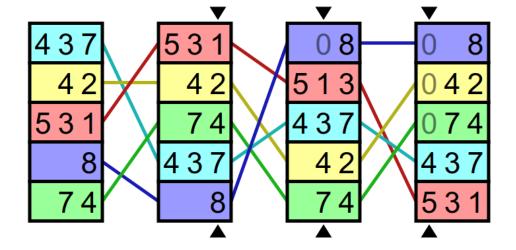


Radix Sort

Funzionamento:

- Partendo dalla cifra meno significativa ordina gli elementi prendendo in considerazione uno spazio decimale per volta
- In caso di cife identiche mantiene l'ordine (relativo) del passaggio precedente (vedi nell'ultimo passaggio <u>0</u>08, <u>0</u>42, <u>0</u>74)
- Non effettua confronti per decidere in che ordine sistemare i numeri

Radix Sort (LSD)





Algoritmi implementati

Radix Sort

- Funzione richiamata dal programma principale
- Utilizza la funzione Max per trovare il numero maggiore
- Calcola il numero di cifre del numero maggiore, ovvero il numero di passaggi da effettuare
- Per ogni passaggio richiama il Counting Sort selettivo su uno spazio decimale diverso
- Counting Sort selettivo
 - Ordina l'array che gli viene passato considerando una sola cifra decisa dal chiamante
 - Gestisce le cifre uguali mantenendo l'ordine relativo preesistente tra i due elementi

Max

• Restituisce il numero massimo contenuto dell'array passato come parametro



Costo Computazionale

- Calcolo del valore massimo nell'array, costo O(n)
- Counting Sort, costo O(n+k), k=10 (sempre costante), supponendo che n>=10 possiamo approssimare a O(n)
- Radix Sort, ripete il Counting Sort d volte, dove d è il numero di cifre del valore massimo dell'array ($d = \lfloor \log 10(\max) \rfloor + 1$)
- Costo complessivo O(n + d*n), ma $d \ge 1$ quindi il costo diventa O(d*n)
- Per competere con un algoritmo comparative con O(nlogn), la quantità di cifre del numero più alto deve essere al massimo log2(n)
 - ES: $n = 1'000 \log_2(1'000) = 9.9 d \le 10 \max \le 1'000'000'000$
- Costo in termini di memoria: O(n)



radixsort()

C++ algorithm_cpp/radix.cpp

```
void radixsort(int arr[], int n)
{
    // Find the maximum number
    // to know number of digits
    int max = getMax(arr, n);

    // Do counting sort for every digit.
    // Note that instead of passing digit
    // number, exp is passed. exp is 10^i
    // where i is current digit number
    for (int exp = 1; max >= exp; exp *= 10)
        countSort(arr, n, exp);
}
```

RISC-V src/radixsort.s

```
radixsort: #a2=n #a3=input array address
     addi sp,sp,-8
     sd ra,0(sp)
     jal ra,max
     ld ra, \theta(sp)
     addi sp,sp,+8
     addi sp,sp,-16
     sd s0,0(sp)
     sd s1,8(sp)
     #for (int exp = 1; max >= exp; exp *= 10)
     # countSort(arr, n, exp);
     addi s0,a0,0  #s0 = max
     li s1,1
                     \#s1 = exp
loop2:
     addi a4, s1, 0 #passing exp to countingsort
     addi sp,sp,-8
     sd ra,0(sp)
     jal ra, countingsort
     ld ra,0(sp)
     addi sp,sp,+8
     li t0,10
     mul s1,s1,t0
     bge s0,s1,loop2
 endloop2:
     ld s0,0(sp)
     ld s1,8(sp)
     addi sp,sp,16
 ret
```



countingsort() [1/3]

```
algorithm_cpp/radix.cpp
C++
void countSort(int arr[], int n, int exp)
   int output[n]; // output array
   int i, count[10] = {0};
   // Store count of occurrences in count[]
   for (i = 0; i < n; i++)-
       count[ (arr[i]/exp)%10 ]++; -
   // Change count[i] so that count[i] now contains actual
   // position of this digit in output[]
   for (i = 1; i < 10; i++)
       count[i] += count[i - 1];
   // Build the output array
   for (i = n - 1; i >= 0; i--) {
       count[ (arr[i]/exp)%10 ]--;
       output[ count[(arr[i]/exp)%10] ] = arr[i];
   // Copy the output array to arr[], so that arr[] now
   // contains sorted numbers according to current digit
   for (i = 0; i < n; i++)
```

arr[i] = output[i];

RISC-V src/countingsort.s

```
// Store count of occurrences in count[]
     for (i = 0; i < n; i++)
         count[ (arr[i]/exp)%10 ]++;
     li t0,0 #i=0
→ loop3:
     li t1,bytes
     mul t1,t0,t1 #offset from arr[0] to arr[i]
     add t2,a3,t1 #t2 = address of arr[i]
     lw t3,0(t2) #t3 = arr[i]
     # count[ (arr[i]/exp)%10 ]++;
     div t4,t3,a4
     li t1,10
     rem t4,t4,t1 #t4 = (arr[i]/exp)\%10 //index of count array
     la a5,count #a5 = count array address
     li t1,bytes
     mul t1,t4,t1 #offset from count[0] to count[t4]
     add t5,a5,t1 #t5 = address of count[t4]
     1w + 6,0(+5) + + 6 = count[+4]
     addi t6, t6, 1 \# t6 = t6 + 1
     sw t6,0(t5) \#count[t4] = count[t4] + 1
     addi t0.t0.1
                     #1++
     blt t0,a2,loop3 #i<n
 endloop3:
```



countingsort() [2/3]

arr[i] = output[i];

RISC-V src/countingsort.s

#for (i = 1; i < 10; i++)

```
count[i] += count[i - 1];
                                                                        li t0,1 #i=1
C++
           algorithm_cpp/radix.cpp
                                                                   →loop4:
                                                                        la a5,count #a5 = count array address
void countSort(int arr[], int n, int exp)
                                                                        li t1,bytes
                                                                        addi t0, t0, -1 \#t0 = i-1
   int output[n]; // output array
                                                                        mul t1,t0,t1
                                                                                        #offset from count[0] to count[i-1]
   int i, count[10] = {0};
                                                                                       #t2 = address of count[i-1]
                                                                        add t2,a5,t1
   // Store count of occurrences in count[]
                                                                        lw t4,0(t2)
                                                                                        \#t4 = count[i-1]
   for (i = 0; i < n; i++)
                                                                        addi t0,t0,+1
                                                                                        #t0 = i
       count[ (arr[i]/exp)%10 ]++;
                                                                        li t1,bytes
   // Change count[i] so that count[i] now contains actual
                                                                        mul t1,t0,t1
                                                                                        #offset from count[0] to count[i]
   // position of this digit in output[]
                                                                                        #t2 = address of count[i]
                                                                        add t2,a5,t1
   for (i = 1; i < 10; i++)
                                                                        lw t3,0(t2)
                                                                                        #t3 = count[i]
       count[i] += count[i - 1]; -
                                                                        add t3,t3,t4
                                                                                       \#t3 = count[i] + count[i - 1];
   // Build the output array
                                                                        sw t3,0(t2)
                                                                                        \#count[i] = t3
   for (i = n - 1; i >= 0; i--) {
       count[ (arr[i]/exp)%10 ]--;
                                                                        addi t0,t0,1
       output[ count[(arr[i]/exp)%10] ] = arr[i];
                                                                        li t1,10
                                                                        blt t0,t1,loop4
   // Copy the output array to arr[], so that arr[] now
                                                                    endloop4:
   // contains sorted numbers according to current digit
   for (i = 0; i < n; i++)
```

countingsort() [3/3]

C++ algorithm_cpp/radix.cpp

```
void countSort(int arr[], int n, int exp)
   int output[n]; // output array
   int i, count[10] = {0};
   // Store count of occurrences in count[]
   for (i = 0; i < n; i++)
       count[ (arr[i]/exp)%10 ]++;
   // Change count[i] so that count[i] now contains actual
   // position of this digit in output[]
   for (i = 1; i < 10; i++)
       count[i] += count[i - 1];
   // Build the output array
   for (i = n - 1; i >= 0; i--) \{ -1 \}
       count[ (arr[i]/exp)%10 ]--;-
       output[ count[(arr[i]/exp)%10] ] = arr[i];
   // Copy the output array to arr[], so that arr[] now
   // contains sorted numbers according to current digit
   for (i = 0; i < n; i++)
       arr[i] = output[i];
```

RISC-V src/countingsort.s

```
addi t0,a2,-1 #i=n-1
▶ loop6:
     li t1,bytes
     mul t1,t0,t1 #offset from arr[0] to arr[i]
     add t2,a3,t1 #t2 = address of arr[i]
     lw t3,0(t2) #t3 = arr[i]
     # count[ (arr[i]/exp)%10 ]--;
     div t4,t3,a4
     li t1,10
     rem t4,t4,t1 #t4 = (arr[i]/exp)%10 //index of count array
     la a5,count #a5 = count array address
     li t1,bytes
     mul t1,t4,t1 #offset from count[0] to count[t4]
     add t5,a5,t1 #t5 = address of count[t4]
     1w + 6,0(t5) + t6 = count[t4]
     addi t6, t6, -1 \# t6 = t6 - 1
     sw t6,0(t5) \#count[t4] = count[t4] - 1
     #keeping t3=arr[i] and t6=count[ (arr[i]/exp)%10 ]
     #free tmp registers: t1,t2,t4,t5
     li t1,bytes
     mul t1,t6,t1 #offset from output[0] to output[t6]
     add t2,s3,t1 #t2 = address of output[t6]
     sw t3,0(t2) #output[count[ (arr[i]/exp)%10 ] ] = arr[i];
     addi t0,t0,-1 #i--
     bge t0,zero,loop6 #i>=0
 endloop6:
```

max: #a2=n #a3=array address #a0=max #a1=max address max() li t3,0 #i=0 lw t2,0(a3) #arr[i] #set first element as max addi a0,t2,0 addi a1,a3,0 li t3,1 #i=1 algorithm_cpp/radix.cpp C++ bge t3,a2,endloop1 #i>=n // A utility function to get maximum value in arr[] → loop1: li t0,bytes int getMax(int arr[], int n) mul t1,t3,t0 #offset add t0,a3,t1 #address of arr[i] int mx = arr[0]; lw t2,0(t0) #arr[i] for (int i = 1; i < n; i++) — if (arr[i] > mx) bgt t2,a0,then1 #if arr[i]>max mx = arr[i]; ----j endif1 #do nothing then1: return mx; #set arr[i] as max addi a0,t2,0 addi a1,t0,0 endif1: addi t3,t3,1 #i++ blt t3,a2,loop1 #i<n endloop1:

ret

RISC-V

src/arrayutils.s

Debug e Risultati

Compile & Run

Terminale 1: \$./build.sh

Terminale 2: \$./debug.sh

La variabile di I/O appare nel debugger in automatico

Risultati ottenuti

• {170, 45, 75, 90, 802, 69, 4, 20} {4, 20, 45, 69, 75, 90, 170, 802}

423, 65, 1004, 53, 5} {5, 53, 65, 423, 1004}

• {2, 90, 20, 1} {1, 2, 20, 90}

• {24985,399824,298342} {24985,298342,399824}



Conclusioni

- Ogni operazione semplice scritta in codice di alto livello può diventare lunga ed error-prone in RISC-V assembly, quindi è necessario suddividere il problema in più fasi:
 - Ideazione dell'algoritmo ad alto livello
 - Scomposizione top-down del codice in parti
 - Sviluppo (per ogni parte)
 - Traduzione del codice high-level in assembly
 - Documentazione del codice tramite commenti
 - Debug e Testing
- Una volta superato questo ostacolo e completato il programma, RISC-V permette di ottenere una velocità di esecuzione molto alta e ottimizzata.



GRAZIE PER L'ATTENZIONE

