数量关系

一. 和差倍比问题

1. 倍数特性法

a. 适用范围

倍数特性题目中一般含有的关键词有：“（百）分数”“倍数”“比例”“分组”“整除”。

b. 常用题型

不定方程问题、平均数问题、和差倍比问题、余数问题等。

c. 基础知识

整除判定法则：

2、4、8（或者 5、25、125）整除判定的基本法则：

一个数能被 2（或者 5）整除，当且仅当末一位数字能被 2（或者 5）整除；一个数能被 4（或者 25）整除，当且仅当末两位数字能被 4（或者 25）整除；一个数能被 8（或者 125）整除，当且仅当末三位数字能被 8（或者 125）整除。

3、9 整除判定的基本法则：

一个数能被 3 整除，当且仅当其各位数字之和能被 3 整除；

一个数能被 9 整除，当且仅当其各位数字之和能被 9 整除。

常见形式：y＝ax±b（x 为正整数）。

结论：（y∓b）能被 a 整除。

常见形式：$\frac{A}{B}=\frac{m}{n}$，A:B=m:n，A 占 B 的$\frac{m}{n}$等（m、n 互质，即$\frac{m}{n}$为最简分数）。

结论：A 是 m 的倍数，B 是 n 的倍数，（A±B）是（m±n）的倍数。

2. 四个连续偶数的最小公倍数是 3960，这四个数中最小的数是（A）

A	18
B	20
C	30
D	40

利用代入排除法：假设 18 为四个连续偶数最小的，则四个偶数分别为 18，20，22 和 24。分别将其分解质因数 $18=2*3^2$；$20=5*2^2$；$22=2*11$；$24=3*2^3$，则四个数的最小公倍数（各个分解的质因数的最高次数的因数之积）为$3^2*5*11*2^3=3960$，满足题意要求，正确。

3. 某工厂冰墩墩生产线以 20 个/分钟的速度生产，每满 60 个装一箱。该生产线启动 30 分钟后，雪容融生产线以 40 个/分钟的速度生产，每满 80 个装一箱，问再过多少分钟二者装箱的箱数相同？（D）

A	30
B	40
C	50
D	60

1) 方法一

设再过 t 分钟，二者装箱的箱数相同。此时冰墩墩的装箱箱数为$\frac{20*(30+t)}{60}$，雪容融的装箱箱数为$\frac{40t}{80}$，则有$\frac{20*(30+t)}{60}=\frac{40t}{80}$，解得 t=60，即再过 60 分钟二者装箱箱数相同。

2) 方法二

若装箱箱数相同，则冰墩墩和雪容融的总产量之比等于每箱的数量之比，即为 60:80＝3:4。而两者生产效率之比为 20:40＝1:2，则生产时间之比为$\frac{3}{1}:\frac{4}{2}=3:2$。根据题意可知，冰墩墩的生产时间比雪容融多 30 分钟，则雪容融的生产时间为 $30*\frac{2}{3-2}=60$ 分钟，即再过 60 分钟二者装箱箱数相同。

4. 某幼儿园的育才班和育人班两个班级的图书数量为 7：9，当育人班拿出 18 本书给育才班后，育才班和育人班两个班级的图书数量比为 9：7，问两个班级共有图书多少本？（A）

A	144
B	153
C	171
D	189

1) 方法一

设育才班和育人班原本的图书数量分别为 7x、9x，当育人班拿出 18 本书给育才班后，两班的图书数量分别为 7x＋18、9x-18。则有$\frac{7x+18}{9x-18}=\frac{9}{7}$，解得 x＝9，故两个班级共有图书 7x＋9x=(7+9)x＝16×9＝144 本。

2) 方法二

育才班和育人班原本的图书数量为 7：9，则育才班为 7 份，育人班为 9 份，两个班级总量为 7＋9＝16 份；当育人班拿出 18 本书给育才班后，两个班级的图书数量比为 9：7，仍为 16 份，故每份对应图书数量不变。此时育才班变为 9 份，比原来多了 9-7＝2 份，实际多了 18 本，因此 1 份对应 9 本，故两个班级的图书总量为 16 份，即 16×9＝144 本。

5. 有一个分数，分子的 2 倍减 8 等于分母的一半，分子的 5 倍加 1 等于分母的 2 倍，则这个分数分子与分母的积为（B）。

A	276

B	308
C	356
D	418

设分子为 x，分母为 y。根据题意可列式：$\begin{cases}2x-8=0.5y\\5x+1=2y\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=11\\y=28\end{cases}$，故分子和分母的乘积为 $xy=11\times28=308$。

6. 某歌剧厅有若干观众，来了 20 名男观众后，男士人数是女士的 4 倍，又走了 5 名女观众，男士人数是女士的 8 倍，则最初歌剧厅有（A）名观众。

A	30
B	36
C	42
D	48

1) 联立方程

设最初有男士 x 名，女士 y 名。根据题意可列方程：① x＋20＝4y，② x＋20＝8(y-5)，联立①②，解得 x＝20，y＝10。故最初歌舞厅有 20＋10＝30 名观众。

2) 比例推算

设最初有男士 x 名，女士 y 名。根据题意可知$\frac{x+20}{y}=\frac{4}{1}$，即最初人数加上 20 是 5 的倍数，结合选项，只有 A 项符合。

7. 水质实验室已有烧杯和三角瓶的数量比为 7：4，若再买进若干个烧杯，这时烧杯与三角瓶的数量比变成 3：1，接着又买进相同数量的三角瓶，此时烧杯与三角瓶的比为 4：3。问实验室原有三角瓶的个数是新增三角瓶个数的多少倍？（B）

A	0.5
B	0.8
C	1.25
D	2

根据题意赋值原有烧杯和三角瓶的数量分别为 7 个和 4 个，设再买进个烧杯，此时烧杯与三角瓶的数量比为$\frac{7+x}{4}=\frac{3}{1}$，解得 x＝5，即新买进的三角瓶数量也为 5 个。因此，原有三角瓶的个数是新增三角瓶个数的$\frac{4}{5}=0.8$ 倍。

8. 一个志愿者小组每天到超市打工半小时，每人每天可挣 3 元钱，到 11 月 11 日，他们一共挣了 1764 元，这个小组计划到 12 月 9 日挣足 3000 元，捐给“希望工程”，因此小组必须在几天后增加一个人。那么增加的这个人应该从 11 月几日起每天到超市打工，到 12 月 9 日才能恰好挣足 3000 元钱？（A）

A	20
B	21

C	23
D	25

由题可知，该志愿者小组在 11 月 12 日到 12 月 9 日需挣钱 3000-1764＝1236 元。每人每天挣 3 元，挣 1236 元需要 1 人工作 1236÷3＝412 天；11 月 12 日（11 月只有 30 天）到 12 月 9 日共计 28 天，412÷28＝14…20，即每天 14 人工作，还剩余一个人 20 天的工作量未完成，因此需要增加 1 个人工作 20 天，12 月 1 至 9 日工作 9 天，11 月再工作 11 天，即从 11 月 20 日起每天到超市打工。

9. 甲乙在银行存款共 9600 元，如果两人取走各自存款的 40%，然后甲再从存款中转账 120 元给乙，这时两人存款数相等。那么甲的原存款为多少元？（D）

A	3500
B	3900
C	4200
D	5000

设甲原存款为 x 元，则乙存款为 9600-x 元。根据题意可得方程：（1-40％）x-120＝（1-40％）（9600-x）＋120，解得 x＝5000 元。

10. 现有 4 个盒子，每个盒子中都装有 10 多个数量相同的小球，其中小球的颜色只有红色和黄色，已知这 4 个盒子中红色小球的总个数比黄色小球多 1.2 倍，则这 4 个盒子中红色小球的总个数至少有（C）个。

A	30
B	32
C	33
D	40

根据题干“4 个盒子中红色小球的总个数比黄色小球多 1.2 倍”可知，$\frac{红色小球个数}{黄色小球个数}=\frac{2.2}{1}=\frac{11}{5}$

因此红色小球的总个数一定是 11 的倍数。

二. 平均数问题

1. 商场两次以相同的费用购进同一种物品，第一次该物品进货单价是 18 元，第二次该物品进货单价是 12 元，这两次所进物品混合在一起后的实际进货单价是（B）元

A	15
B	14.4
C	14
D	13.4

假设每次进货的总经费为 36 元，则第一、二次购进物品的数量分别为$\frac{36}{18}=2$ 件、$\frac{36}{12}=3$ 件，则两次所进物品混合在一起后的实际进货单价为$\frac{36*2}{2+3}=\frac{72}{5}=14.4$ 元。

三. 概率论相关

1. 在分别标有数字 1、2、3、4、5、6 的 6 张卡片中随机取 3 张，卡片上数字之和等于 12 的概率是（C）

A	0.05
B	0.1
C	0.15
D	0.2

6 张卡片随机抽取 3 张，总的情况数为$C_6^3=20$（组合），数字之和等于 12 的情况有（6、5、1），（6、4、2），（5、4、3）共三种，所以卡片上数字之和等于 12 的概率 $p=\frac{满足要求的数量}{总情况数}=\frac{3}{20}=0.15$。

2. 某工厂的甲班组由 15 名工人构成，现要选出 2 人参加培训，且选出的 2 人中至少有 1 名女性的概率为，问该班组中女工有（A）人

A	5
B	6
C	8
D	10

假设该班组男工 x 人，女工 15-x 人。

1) 方法一

2 人中至少有 1 名女工，即有一名或者有两名女工，则概率 $P=\frac{满足要求的数}{总数}=\frac{C_x^1*C_{15-x}^1+C_{15-x}^2}{C_{15}^2}=\frac{4}{7}$，即$\frac{x(15-x)+\frac{(15-x)(14-x)}{2}}{105}=\frac{4}{7}$，整理得 x（x-1）＝90，解得 x＝10，则女工有 15 -10 ＝5 人。

2) 方法二

从反面考虑。要求选出的 2 人中至少有 1 名女性，反面情况为 2 人都是男性，则

$P_{反}=1-\frac{4}{7}=\frac{3}{7}=\frac{C_x^2}{C_{15}^2}=\frac{\frac{x(x-1)}{2}}{105}$，整理得 x（x-1）＝90，解得 x＝10，则女工有 15-10＝5 人。

3. 从 1 到 300 中随机选取一个数，其中每个数被抽取的可能性是相同的，则抽取到一个含有 0 的数的概率是多少？（D）

A	0.32
B	0.24
C	0.20
D	0.16

1) 枚举分析

从 1 到 9：含 0 的数有 0 个；

从 10 到 99：含 0 的数有 9 个，分别为 10、20、30、40、50、60、70、80、90；

从 100 到 199：含 0 的数有 19 个，分别为 100、101、102、103、104、105、106、107、108、109、110、120、130、140、150、160、170、180、190；

从 200 到 300：含 0 的数有 20 个，分别为 200、201、202、203、204、205、206、207、208、209、210、220、230、240、250、260、270、280、290、300。

故从 1 到 300 的数中，含有 0 的数共 9+19+20=48 个，结合公式 $P=\frac{满足要求的情况数}{总的情况数}$，则从 1 到 300 的数中，抽到一个含有 0 的数的概率为$\frac{48}{300}=0.16$。

4. 有 4 位老人，2 位青年，3 位小孩排成一列，老人不能相邻。则有（D）种排列。

A	54300
B	3000
C	2880
D	43200

因老人不能相邻，故用插空法。先将 2 位青年和 3 位小孩全排列A_5^5，全排列后产生 6 个空位，将 4 位老人插入即A_6^4，则共有$A_5^5\times A_6^4=43200$种排列。

5. 现有五张卡片，分别标有 2，2，2，a，b，现抽取 3 次，则 1 次抽到字母，2 次抽到数字的概率是（B）。

A	$\frac{4}{5}$
B	$\frac{3}{5}$
C	$\frac{1}{18}$
D	$\frac{1}{5}$

利用组合进行计算。五张里面抽 3 次，总的情况数为C_5^3，1 次抽到字母，2 次抽到数字的情况数为$C_2^1\times C_3^2$，$P=\frac{满足的情况数}{总数}=\frac{C_2^1\times C_3^2}{C_5^3}=\frac{3}{5}$。

6. 自然数 12321，90009，41014・・有一个共同特征：它们倒过来写还是原来的数，那么具有这种“特征”的五位数中有多少个偶数？（A）

A	400
B	450
C	525
D	580

倒过来写还是原来的数，具有这种“特征”的五位偶数万位和个位可以有 2，4，6，8 这 4 种选择；千位和十位可以有 0，1，2，3，4，5，6，7，8，9 这 10 种选择；百位可以有 0，1，2，3，4，5，6，7，8，9 这 10 种选择。因此，具有这种“特征”的五位偶数共有 4×10×10＝400 个。

7. 某次比赛甲晋级的概率为 90%乙晋级的概率为 60%，则这次比赛甲、乙两个人中只有一个人晋级的概率为（A）。

A	0.42

B	0.46
C	0.54
D	0.62

根据题意可得，甲不晋级的概率为 1-90%＝10%、乙不晋级的概率为 1-60%＝40%。两个人中只有一个人晋级，分为两种情况：

①甲晋级、乙不晋级，概率为 90%×40%＝0.36。

②乙晋级、甲不晋级，概率为 60%×10%＝0.06。

则两人中只有一个人晋级的概率为 0.36＋0.06＝0.42。

8. 排列组合

1) 院长要从 4 位外科医生和 4 位内科医生中选出 4 人去甲医院进行学习交流，要求外科医生和内科医生均至少要选 1 人，则共有（D）种不同的选法。（其中没有人既是外科医生又是内科医生）

A	56
B	60
C	65
D	68

利用组合，完成计算。

$$C_n^m=\frac{n(n-1)......(n-m+1)}{m!}=\frac{n!}{m!\,(n-m)!}$$

a. 穷举

①有 1 位外科医生和 3 位内科医生，共$C_4^1C_4^3=16$ 种选法；

②有 2 位外科医生和 2 位内科医生，共$C_4^2C_4^2=36$ 种选法；

③有 3 位外科医生和 1 位内科医生，共$C_4^3C_4^1=16$ 种选法。

总计有 16＋36＋16＝68 种选法。

b. 考虑反面

正面情况数较多，考虑反面情况。总情况数是$C_4^8=70$ 种。反面情况为 4 人全选外科医生或全选内科医生，共有$C_4^4+C_4^4=2$ 种选法。则外科医生和内科医生均至少要选 1 人的方法数＝总情况数-反面情况数＝70-2＝68 种。

2) 为了加强某社区消防安全意识，某消防支队对该社区的 4 栋居民楼开展消防安全检查，该支队 6 名消防员负责此次安全检查，规定任一栋居民楼保证至少一名消防员前往，若同时开始检查，问共有多少种检查方式？（A）

A	1560
B	3240
C	6300
D	7200

利用组合，完成计算。

$$A_n^m=n(n-1)(n-2)......[n-(m-1)]$$

$$C_n^m=\frac{n(n-1)......(n-m+1)}{m!}=\frac{n!}{m!\,(n-m)!}$$

任一居民楼保证至少一名消防员前往有两类情况：

① 人数分布为(3,1,1,1)：先从 4 栋楼中选择 1 栋楼安排 3 人，情况数为$C_4^1\times C_6^3$，剩余 3 人分配到 3 栋楼，情况数为A_3^3，总情况数为$C_4^1\times C_6^3\times A_3^3=4\times\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}\times3\times2=$ 480 种。

② 人数分布为(2,2,1,1)：先从 4 栋楼中选择 2 栋楼均安排 2 人，情况数为$C_4^2\times C_6^2\times C_4^2$，剩余 2 人分配到 2 栋楼，情况数$A_2^2$，总情况数为$C_4^2\times C_6^2\times C_4^2\times A_2^2=1080$ 种。

3) **科室组织运动会，有老年队和青年队两队，已知老年队 4 人，青年队 8 人。两个队已经排成了两列，现在为了人数统一，需要从青年队调取 2 位同志到老年队，如果其他人的相对位置不变，则排列有（B）种。**

A	30
B	840
C	420
D	56

利用排列和组合，完成计算。

$$A_n^m=\mathrm{n(n-1)(n-2)......[n-(m-1)]}$$

$$C_n^m=\frac{n(n-1)......(n-m+1)}{m!}=\frac{n!}{m!\,(n-m)!}$$

先从青年队选 2 人共有$C_5^2=\frac{8*7}{2*1}=28$ 种情况。要保持其他人的相对位置不变，则可以采用插空法将选出的青年人插入到老年人中。4 个老年成员产生 5 个空，先插入一个青年人，有 5 种情况；此时有 5 个成员产生 6 个空，再插入第二个青年人，有 6 种情况，则共有 5×6＝30 种情况。分步用乘法，故排列方式共 28×30＝840 种。

四. 数列相关

1. 分数数列

1) 特征

题干中含有多个分数。

2) 思路

① 先观察数列整体趋势。

② 整体趋势相同（分子、分母都均匀变大或变小）时，直接观察规律：一种为分子、分母单独成规律，另一种为分子、分母合在一起成规律。

③ 整体趋势出现波动（某一项突然变小或某一项突然变大很多）时，对变化项进行反约分（分子、分母同时缩小或扩大使得数列趋势一致），再观察规律。

3) $\frac{2}{3}$，$\frac{6}{5}$，1，(A)，$\frac{24}{39}$，$\frac{32}{63}$

A	$\frac{17}{22}$

B	$\frac{17}{24}$
C	$\frac{11}{26}$
D	$\frac{13}{28}$

数列大部分数为分数，优先考虑分数数列。观察发现 2＋3＝5，24＋39＝63，猜测前一项的分子分母加和得到下一项的分母，故将原数列转化为$\frac{2}{3}$，$\frac{6}{5}$，$\frac{11}{11}$，（ ），$\frac{24}{39}$，$\frac{32}{63}$。则所求项分母为 11＋11＝22，分子为 39-22＝17，故所求项为$\frac{17}{22}$。

4) $\frac{1}{2}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{4}{5}$，$\frac{8}{7}$，$\frac{16}{11}$，$\frac{32}{13}$，(B)

A	$\frac{64}{15}$
B	$\frac{64}{17}$
C	$\frac{64}{21}$
D	$\frac{64}{25}$

观察数列，均为分数，考虑分数数列。发现分数整体成递增趋势，考虑分子分母分开看，分子为：1，2，4，8，16，32，( )，为公比为 2 的等比数列，故分子下一项为 64；分母为 2，3，5，7，11，13，( )，为质数数列，故分母下一项为 17。故所求项为$\frac{64}{17}$。

5) $\frac{2}{3}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{2}{15}$，$\frac{1}{12}$，(B)，$\frac{1}{24}$

A	$\frac{1}{35}$
B	$\frac{2}{35}$
C	$\frac{1}{24}$
D	$\frac{1}{12}$

数列全部为分数，优先考虑分数数列。将原数列每一项的分子转化为 2，可得新数列$\frac{2}{3}$、$\frac{2}{8}$、$\frac{2}{15}$、$\frac{2}{24}$、( )、$\frac{2}{48}$观察分母：3、8、15、24、( )、48。

a. 作差

无明显特征，考虑作差。后项减前项得到新数列：5、7、9、( )、( )，猜测为等差数列，

即 5、7、9、11、13，验证：24＋11＝35，35＋13＝48，满足要求，则所求项的分母为 35，原数列所求项为$\frac{2}{35}$。

b. 修正幂次

均在幂次数附近，考虑修正幂次。即可转换为2^2-1，3^2-1，4^2-1，5^2-1，( )，7^2-1，则所求项的分母为$6^2-1=35$，故原数列所求项为$\frac{2}{35}$。

c. 因数分解

除了 3 以外均为合数，考虑因数分解。即可以转化为 1×3、2×4、3×5、4×6、()、6×8，则所求项的分母为 5×7＝35，故原数列所求项为$\frac{2}{35}$。

6) $\frac{3}{2}$，$\frac{4}{3}$，$\frac{15}{8}$，$\frac{8}{5}$，$\frac{35}{16}$，（D），$\frac{315}{128}$

A	$\frac{24}{35}$
B	$\frac{32}{35}$
C	$\frac{48}{35}$
D	$\frac{64}{35}$

观察数列，数列均为分数，且分子分母无明显规律，考虑做积找规律。发现$\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}=2$，$\frac{4}{3}\times\frac{15}{8}=2.5$，$\frac{15}{8}\times\frac{8}{5}=3$，$\frac{8}{5}\times\frac{35}{16}=3.5$ 可知$\frac{35}{16}\times()=4$，所以括号内数列为 $4\div\frac{35}{16}=\frac{64}{35}$。

7) 3，2，2，$\frac{10}{4}$，（C），$\frac{34}{6}$

A	1.5
B	3.2
C	3.6
D	5

数列中出现分数，结合选项有小数，优先考虑分数数列。将原数列进行反约分可得：$\frac{3}{1}$，$\frac{4}{2}$，$\frac{6}{3}$，$\frac{10}{4}$，（？），$\frac{34}{6}$。分子、分母分开看规律。分母：1，2，3，4，()，6，为自然数列，则所求项分母为 5；分子：3，4，6，10，()，34，无明显规律，相邻两项作差，后项减前项可得：1，2，4，()，()，推测构成公比为 2 的等比数列，则其后两项应为：4×2＝8，8×2＝16，则所求项分子为 10＋8＝18，验证可得：18＋16＝34

8) $\frac{1}{3}$，$\frac{2}{7}$，$\frac{4}{21}$，$\frac{6}{43}$，（*B*）

A	$\frac{7}{54}$
B	$\frac{8}{73}$
C	$\frac{9}{61}$
D	$\frac{11}{81}$

观察数列，都为分数，优先考虑分数数列。分子分母分开看，无明显规律，考虑分子分母结合起来看。观察发现：$1+3=4=2^2$，$2+7=9=3^2$，$4+21=25=5^2$，$6+43=49=7^2$，即各项分子与分母加和后构成平方数，代入选项，仅 B 项符合，$8+73=81=9^2$。

9) $\frac{1}{9}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{7}{23}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{13}{37}$，$\frac{4}{11}$，（*B*），$\frac{11}{29}$

A	$\frac{1}{2}$
B	$\frac{19}{51}$
C	$\frac{7}{25}$
D	$\frac{7}{27}$

观察数列各项均为分数，考虑分数数列。原数列可转化为：$\frac{1}{9}$，$\frac{4}{16}$，$\frac{7}{23}$，$\frac{10}{30}$，$\frac{13}{37}$，$\frac{16}{44}$，( )，$\frac{22}{58}$，新数列分子是公差为 3 的等差数列，分母是公差为 7 的等差数列，故所求项分子＝16＋3＝19，分母＝44＋7＝51，即所求项为$\frac{19}{51}$。

10) $\frac{3}{4}$，$\frac{5}{4}$，2，3，（C）

A	5
B	9
C	$\frac{17}{4}$
D	4

数列中含有分数，将各项通分，得到新数列。观察可知，分子项构成数列 3，5，8，12，做差得到新数列 2，3，4，为自然数列，则下一项为 5，故所求项分子＝12＋5＝17，所求项＝$\frac{17}{4}$。

11) $\frac{1}{2}$，1，$\frac{5}{4}$，（A），$\frac{3}{2}$

A	$\frac{7}{5}$
B	$\frac{9}{4}$
C	1
D	2

观察题目，包含多个分数，优先考虑分数数列。将原数列反约分为：$\frac{1}{2}$，$\frac{3}{3}$，$\frac{5}{4}$，( )，$\frac{9}{6}$。分子为 1，3，5，( )，9，构成公差为 2 的等差数列，因此所求项分子为 7；分母为 2，3，4，( )，6，构成公差为 1 的等差数列，因此所求项分母为 5。则所求项应为$\frac{7}{5}$。

12) 下列数字中，符合数列“0，$\frac{1}{6}$，$\frac{3}{8}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2}$，(B)”

A	$\frac{7}{12}$
B	$\frac{5}{12}$
C	$\frac{5}{13}$
D	$\frac{7}{13}$

数列中大部分数都是分数，考虑分数数列。将原数列化为：$\frac{0}{5}$，$\frac{1}{6}$，$\frac{3}{8}$，$\frac{6}{12}$，$\frac{10}{20}$，？。分子部分：0，1，3，6，10，( )，作差得到新数列：1，2，3，4，( )，是公差为 1 的等差数列，下一项为 4＋1＝5，原分子数列下一项为 10＋5＝15。分母部分：5，6，8，12，20，( )，作差得到新数列：1，2，4，8，( )，是公比为 2 的等比数列，下一项为 8×2＝16，原分母数列下一项为 20＋16＝36。故原数列下一项为＝

$\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$。

13) $\frac{5}{60}$，$\frac{3}{12}$，1，$\frac{144}{36}$，(B)

A	$\frac{288}{4}$
B	$\frac{564}{47}$
C	$\frac{568}{48}$
D	$\frac{648}{72}$

观察数列，均为分数，将所有项化为最简分数，可得数列：$\frac{1}{12}$，$\frac{1}{4}$，1，4。猜想以 1 为

对称轴，对称轴两侧对应的数字，互为倒数，$\frac{1}{4}$的倒数是 4，则$\frac{1}{12}$的倒数是 12，即所求项为 12。

2. 4, 5, （D）, 14, 22, 27

A	8
B	9
C	10
D	11

观察数列无明显特征，作差之后无规律，考虑作和。相邻两项作和得到新数列：9，( )，( )，36，49，即3^2，( )，( )，6^2，7^2，为连续自然数的平方，则 ( )，( ) 分别为$4^2=16$，$5^2=25$，所求项为 16-5＝11，验证后面的项可知，25-11＝14，符合规律。

3. 3, 10, 21, 36, （A）

A	55
B	56
C	58
D	62

1) 方法一

观察数列，无明显数字特征且变化幅度平缓，优先考虑作差。相邻两项作差得到新数列：7，11，15，( )，构成公差为 4 的等差数列，故新数列 ( ) 处应为 15＋4＝19，则原数列所求项应为 36＋19＝55。

2) 方法二

观察数列无明显特征，该数列大多数为合数，可考虑因式分解为两个数相乘的形式。各项因式分解后得 1×3，2×5，3×7，4×9，分解后的乘号前面数列为 1，2，3，4，故下一项为 5；乘号后面数列为 3，5，7，9，是公差为 2 的等差数列，故下一项为 11，故所求项＝5×11＝55。

4. 112, 1212, 2240, 2260, (C), 2480。

A	1148
B	2246
C	1128
D	3128

观察数列，各项均为多位数且无明显变化规律，优先考虑机械划分。观察发现，将每项各数位上的数字加和：1＋1＋2＝4；1＋2＋1＋2＝6；2＋2＋4＋0＝8；2＋2＋6＋0＝10；( )；2＋4＋8＋0＝14，是公差为 2 的等差数列，故所求项各数位上的数字加和应为 12。

5. 4, 18, 48, 100, 180, 294, 448, (D)。

A	548
B	549
C	640
D	648

1) 多级数列作差

数列无明显特征，且变化平缓，优先考虑多级数列作差。后项减前项，得到新数列①：14，30，52，80，114，154，( )；无规律再作差，得到新数列②：16，22，28，34，40，( )，是公差为 6 的等差数列。则新数列②中 ( ) 为 40＋6＝46，新数列①中 ( ) 为 154＋46＝200；

故原数列所求项为 448＋200＝648。

2) 因数分解

观察数列，发现每个数字均为合数，考虑因数分解。原数列可转化为：4×1，9×2，16×3，25×4，36×5，49×6，64×7，()，即$2^2\times1$，$3^2\times2$，$4^2\times3$，$5^2\times4$，$6^2\times5$，$7^2\times6$，$8^2\times7$，()；乘号前为自然数列的平方数，乘号后为自然数列。故原数列所求项为$9^2\times8$＝648。

6. 793, 450, 234, (A), 45, 18。

A	109
B	119
C	129
D	139

数列无明显特征，考虑多级数列作差。相邻两项作差，前一项减后一项，得到新数列：343、216、()、()、27，观察发现：343＝7^3、216＝6^3、()、()、27＝3^3，则 ()、() 分别是 125＝5^3、64＝4^3，因此所求项＝234-125＝109，验证下一项 109-45＝64＝4^3，规律正确。

7. 1、2、7、23、(C)、251。

A	16
B	46
C	76
D	106

数列无明显特征，且作差作和均无规律，故考虑递推。观察发现：1＋2×3＝7，2＋7×3＝23，即第一项＋第二项×3＝第三项，则所求项为 7＋23×3＝76；验证后三项：23＋76×3＝251，满足题意。

8. 有一串数 1，4，9，16，25，36······。它们是按一定的规律排列的，那么其中第 2000 个数与 2001 个数相差(C)。

A	3997
B	3999
C	4001
D	4003

1) 两两做差：

观察该串数字两两做差（后项-前项）得到新数列：3，5，7，9，11······。呈现首项为 3 公差为 2 的等差数列，则第 2000 个数与第 2001 个数之差即新数列的第 2000 项。根据等差数列公式$\alpha_n=\alpha_1+(n-1)\times d$可知第 2000 项$\alpha_{2000}=\alpha_1+(2000-1)\times d=3+1999*2=4001$。

2) 平方

这串数是一组平方数，分别是 1、2、3、4、5、6······的平方，第 2000 个数字与 2001 个数字相差值为2001^2-2000^2，由于选项尾数各不相同，故采用尾数法，2001^2-2000^2尾数为$1^2-0^2=1$。

9. 1, 1, 3, 7, 17, 41, (C)。

A	119
B	109
C	99

D	89

题干数列无明显特征且呈递增趋势，优先考虑多级数列但无明显规律，遂考虑递推数列。发现数列有 1＋1×2＝3，1＋3×2＝7，7＋17×2＝41，即存在规律：

第一项＋第二项×2＝第三项，故所求项＝17＋41×2＝99。

10. 6, 15, 35, 77, (B), 221, 323。

A	121
B	143
C	165
D	187

数列无明显特征，且差无规律，考虑因数分解。将原数列各因数分解：6＝2×3，15＝3×5，35＝5×7，77＝7×11，()，221＝13×17，323＝17×19，为相邻两个质数的乘积，所以括号内为 11×13＝143。

11. 1, 3, 7, 13, 21, 27, 31, (A)。

A	33
B	35
C	36
D	38

观察数列，数列无明显特征，考虑前后项作差，可得差数列：2，4，6，8，6，4，可推知差数列下一项为 2，构成对称，因此所求项为 31＋2＝33。

12. 幂次数列

1) 特征

数字本身就是幂次数或数字附近有幂次数。

数字本身就是平方数（立方数等幂次数）的，称为普通幂次；数字在平方数（立方数等幂次数）附近，需要通过平方数（立方数等幂次数）再做一些简单计算才能得到的，称为修正幂次。

2) 思路

① 普通幂次：直接转化。

② 修正幂次：通过特征数转化。

3) 65，35，17，(D)，1。

A	9
B	8
C	6
D	3

观察数列中连续出现幂次数附近的数字，优先考虑幂次修正数列，$65=8^2+1$，$36=6^2-1$，$17=4^2+1$，$(\ \ )=2^2-1$，$1=0^2+1$。幂次数中指数为 2，不变，底数依次为 8、6、4、(2)、0，修正项为+1、-1 循环。故所求项为$2^2-1=3$。

4) -2，-8，0，64，(B)。

A	128
B	250
C	256
D	196

数列变化幅度较大，且出现-8，64 常见幂次数，考虑幂次数列。观察发现：$-2=2*(-$

$1)^3$，$-8=1*(-2)^3$，$0=0*(-3)^3$，$64=(-1)*(-4)^3$。前一个因数：2，1，0，-1，构成公差为-1 的等差数列，则下一项为-2；后一个因数均为立方数，底数-1，-2，-3，-4，构成公差为-1 的等差数列，则下一项底数为-5。因此，所求项为$(-2)*(-5)^3=250$。

5) -8,-1,0,1,8,(D)。

A	9
B	12
C	16
D	27

数列变化呈递增趋势，有明显的幂次数，优先考虑幂次数列。原数列可表示为：$-8=(-2)^3$，$-1=(-1)^3$，$1=1^3$，$8=2^3$，底数为-2，-1，0，1，2，构成公差为 1 的等差数列，故底数的下一项为 3；指数均为 3。故所求项为$3^3=27$。

6) 9，30，69，132，225，(A)。

A	354
B	387
C	456
D	540

a. 做差

观察数列无明显特征，考虑多级数列。两两作差，后项-前项，得到新数列 21，39，63，93，无明显规律；再作一次差，得到新数列 18，24，30，构成公差为 6 的等差数列，则下一项＝30＋6＝36。故所求项＝225＋129＝354。

b. 幂次关系

2^3+1，3^3+3，4^3+5，5^3+7，6^3+9，立方数是公差为 1 的等差数列，修正项是奇数项，故所求项为$7^3+11=354$。

7) 5，17，65，257，(C)

A	875
B	977
C	1025
D	1127

观察数列各项附近均有幂次数，考虑幂次数列。5＝2^2＋1，17＝4^2＋1，65＝8^2＋1，257＝16^2＋1。底数为：2，4，8，16，构成公比为 2 的等比数列，指数为 2，修正项为 1。因此所求项＝32^2＋1＝1025。

8) 100,99,91,64,(C)

A	23
B	41
C	0
D	-17

观察数列数列无明显特征，且呈递减趋势，优先考虑多级数列。相邻两项作差得新数列为 1，8，27。新数列三项数字均为幂次数，考虑幂次数列，整理可得1^3，2^3，3^3，底数是

公差为 1 的等差数列，指数为 3。则新数列第四项为4^3＝64。那么，未知项＝64-64＝0。

9) 2，3，6，31，954，(B)

A	910105
B	910107
C	910109
D	910111

数列无明显特征且整体呈递增趋势，变化幅度大，考虑幂次数列。设该数列第 n 项为a_n，从第二项开始，3＝2^2-1，6＝3^2-3，31＝6^2-5，954＝31^2-7，可得$a_n = a_{n-1}^2 - (2n-3)$，所求项$a_6 = a_5^2 - (2*6-3)$= 954^2-9，可推知该数的尾数是 7。

13. 多重数列

1) 特征

数列中项数较多（7 项及以上，含所求项），或有两个括号。

2) 思路

① 交叉数列的拆分方式：奇数项和偶数项数字分别成规律。

② 分组数列的拆分方式：将数字两两看成一组（或三三看成一组），进行简单计算后成规律。

3) 0，1，1，2，4，4，9，8，(C)。

A	11
B	15
C	16
D	18

数列较长，考虑多重数列，交叉看，奇数项为 0，1，4，9，（16）为平方数，偶数项为 1，2，4，8，为公比为 2 的等比数列。

4) 5，6，10，21，20，11，(A)，31。

A	15
B	17
C	9
D	12

数列项数较多，优先考虑多重数列。交叉看奇、偶项规律，偶数项：6，21，11，31，其每一项除以 5 余数均为 1；奇数项为：5，10，20，()，其每一项均为 5 的倍数，只有 A 项符合。

5) 8，12，16，24，(C)，36，64，48。

A	26
B	28
C	32
D	36

观察数列项数较多，优先考虑多重数列。交叉看奇、偶项规律，偶数项：12，24，36，48，构成公差为 12 的等差数列；奇数项：8，16，()，64，推测构成公比为 2 的等比数列，则题干所求项为 16×2＝32，验证可得：32×2＝64，规律成立。

6) 下列数字中，符合数列“1，1，2，2，3，4，3，5，？”排列规律的是（C）。

A	4

B	5
C	6
D	7

数列项数较多且无明显特征，考虑多重数列。第1、4、7项“1，2，3”为连续的自然数，第2、5、8项“1，3，5”为连续的奇数，第3、6、9项“2，4，？”前两项为连续的偶数，考虑第三项为下一个偶数6。

7) 2，3，6，7，10，11，14，(A)

A	15
B	16
C	17
D	18

观察数列项数较多，优先考虑多重数列。

a. 奇偶项交叉观察

奇数项：2，6，10，14，为公差为4的等差数列；偶数项：3，7，11，()，也构成公差为4的等差数列，则所求项＝11＋4＝15。

b. 两两分组

（2，3）、（6，7）、（10，11）、（14，？）。每组内两个数字之差均为1，则所求项＝14＋1＝15。

8) 2、2、3、4、5、6、7、8、11、(A)

A	10
B	9
C	8
D	7

数列项数较多，且做差后无规律，考虑多重数列。奇数项2、3、5、7、11为质数列，偶数项2、4、6、8、()为偶数列，故下一项应为10。

9) **数列：**3，1，4，8；15，12，3，30；7，11，9，(D)。

A	5
B	9
C	13
D	27

数列项数较多，考虑多重数列。每四项用“；”隔开，优先考虑每四项为一组，分组情况为（3，1，4，8）；（15，12，3，30）；（7，11，9，所求项）。观察发现：3＋1＋4＝8；15＋12＋3＝30，每组内第四项等于前三项之和，故所求项＝7＋11＋9＝27。

14. 做差

1) 7,9,17,37,81,(C)

A	126
B	161

C	173
D	185

a. 多级数列作差

数列无明显特征，且变化趋势平缓，考虑多级数列作差。相邻两项作差，后一项减前一项，得到新数列①：2，8，20，44，无明显规律，再次作差后得到新数列②：6，12，24，是公比为 2 的等比数列，所以新数列②后一项为 24×2＝48，新数列①后一项为 44＋48＝92。故原数列所求项为 92＋81＝173。

b. 前后项 2 倍修正

观察数列前后项均为 2 倍左右关系，考虑前后项 2 倍修正，可得：7×2-5＝9；9×2-1＝17；17×2＋3＝37；37×2＋7＝81。修正项分别为-5、-1、3、7，即公差为 4 的等差数列，故下一项为 11，则原数列所求项为 81×2＋11＝173。

2) 20，28，38，51，69，94，(A)

A	130
B	132
C	135
D	155

数列无明显特征，且变化趋势平缓，考虑多级数列作差。相邻两项作差，后一项一前一项，得到新数列①：8，10，13，18，25，()；无明显规律，再次作差后得到新数列②：2，3，5，7，()，是质数数列，故新数列②的下一项为 11，新数列①的下一项为 25＋11＝36。因此原数列所求项为 94＋36＝130。

3) 102，96，108，84，132，(D)。

A	74
B	68
C	62
D	36

观察数列，数字无明显特征，优先考虑做差。后项减前项得到新数列：-6，12，-24，48，(-96)。为公比是-2 的等比数列，所求项为 132＋（-96）＝36。

4) **以下的数列存在一定的规律，请找出这种规律并选择对应的数字。**7，8，9，11，13，16，（C）。

A	17
B	18
C	19
D	20

观察数列，无明显特征，优先考虑作差。后一项减前一项得到新数列：1，1，2，2，3，()，则新数列的下一项是 3，故原数列所求项 a_n＝16＋3＝19。

5) 2，8，18，32，50，(B)。

A	68

B	72
C	76
D	98

数列无明显特征，优先考虑多级数列。两两作差，后项-前项，可得新数列：6，10，14，18，()，构成公差为 4 的等差数列。故所求项＝50＋（18＋4）＝ 72。

6) 0、0、2、6、12、(C)

A	18
B	19
C	20
D	21

观察数列无明显特征且变化幅度不大，优先考虑做差。后一项-前一项：0-0＝0、2-0＝2、6-2＝4、12-6＝6。做差后得到的新数列是公差为 2 的等差数列，下一项为 6＋2＝8，则所求项＝12＋8＝20。

7) 0，1，8，24，52，（A）

A	95
B	99
C	106
D	113

观察数列，无明显特征，考虑作差，后一项减前一项，得到新数列 M：1,7，16，28，()，仍然无明显特征，再次作差得到数列 N:6，9，12，()，是公差以 3 的等差数列，可推出下一项为 15，则数列 M 的下一项应为 15＋28＝43，故题干所求项为 43＋52＝95。

8) 2、9、16、23、30、(B)。

A	32
B	37
C	41
D	46

观察数列，发现相邻两项作差均为 7，故该数列是公差为 7 的等差数列，则所求项为 30＋7＝37。

9) 2，3，5，9，17，(B)。

A	22
B	33
C	44
D	55

观察数列无明显特征，且数字间差距较小，优先考虑作差，用后一项减前一项得新数列：1，2，4，8。新数列是一个公比是 2 的等比数列，所以下一项为 8×2＝16，则原数列为 17＋16＝33。

10) 101，124，149，176，205，(B)

A	217
B	236
C	312
D	409

观察数列无特征，考虑做差。可以得到 23、25、27、29、()，此数列是公差为 2 的等

差数列。故所求＝205＋31＝236。

11) 3，6，11，18，27，38，(D)

A	64
B	50
C	49
D	51

观察数列无明显特征，且呈递增趋势，考虑多级作差。相邻两项作差得新数列为 3，5，7，9，11，是公差为 2 的等差数列，故新数列下一项为 13。则原数列所求项＝38＋13＝51。

12) 1，8，19，34，53，(A)

A	76
B	80
C	77
D	92

a. 因式分解数列

观察数列无明显特征。所有数值＋1 后为 2，9，20，35，54 为合数数列，考虑修正后数列为因式分解数列，2×1，3×3，4×5，5×7，6×9。因式分解后发现第一个因数为 2，3，4，5，6 是公差为 1 的等差数列，第二个因数为 1，3，5，7，9 是公差为 2 的等差数列，故修正数列的下一项为 7×11＝77。故所求项＝77-1＝76。

b. 作差

观察数列，无明显特征，优先考虑作差。后项减前项得到新数列：7，11，15，19，( )，可得新数列是公差为 4 的等差数列，故新数列下一项＝19＋4＝23，则数列所求项＝53＋23＋76。

13) 8，10，10，11，11.5，(C)

A	11.25
B	11.5
C	12.25
D	12.5

观察数列，无明显特征，优先考虑作差。后一项减前一项，得到新数列：2，0，1，0.5，发现：（0＋1）÷2＝0.5，猜想规律为：$a_n=\frac{(a_{n-1}+a_{n-2})}{2}$，验证规律：（2＋0）÷2＝1，满足规律。可得下一项＝（1＋0.5）÷2＝0.75，则所求项＝11.5＋0.75＝12.25。

15. 做和

1) 221,127,47,40,3.5,(A)

A	18.25
B	17.5
C	10.25
D	6

a. 相邻两项加和

数列无明显特征，且作差无规律，考虑作和。相邻两项加和，得到新数列：348，174，87，43.5，是公比为 2 的等比数列，所以新数列后一项为 43.5÷2＝21.75。故原数列所求项为 21.75-3.5＝18.25

b. 递推数列

考虑递推数列，连续三项间发现规律：221-127＝47×2；127-47＝40×2；47-40＝3.5×2；40-3.5＝（）×2，可得原数列所求项为 18.25。

2) 1.5，2.3，3.8，6.1，9.9，(B)

A	13
B	16
C	21.5
D	24.8

题干中数列单调递增且为小数，无明显规律，可考虑递推数列。观察前三项中，3.8＝1.5＋2.3，即第三项＝第一项＋第二项，验证后面的项，6.1＝2.3＋3.8，9.9＝3.8＋6.1，递推公式成立，所求项＝6.1＋9.9＝16。

16. 机械划分

1) 特征

① 全是小数。

② 数列中大数字多（三位数、四位数及以上）。

2) 思路

① 整数部分和小数部分分开看或结合看。

② 拆成多部分，每部分找规律或者内部找运算规律或找各位数字之和。

3) 4.2，8.2，16.4，64.4，256.16，4096.16，(B)

A	84401.256
B	65536.256
C	9534.32
D	74915.64

观察数列各项数字均为小数，优先考虑机械划分。整数和小数结合在一起看：4×2＝8，8×2＝16，16×4＝64，64×4＝256，256×16＝4096；4÷2＝2，8÷2＝4，16÷4＝4，64÷4＝16，256÷16＝16，即前一项整数×前一项小数＝后一项整数，前一项整数÷前一项小数＝后一项小数，因此所求项整数＝4096×16＝65536，所求项小数＝4096÷16＝256，故所求项为 65536.256。

4) 112，134，202，167，235,(A)

A	516
B	491
C	346
D	282

观察数列均为三位数，且无明显变化规律，考虑机械划分。观察发现，每项各数字第三

位为第一位和第二位的和：1＋1＝2，1＋3＝4，2＋0＝2，1＋6＝7，2＋3＝5。结合选项，只有 A 项符合，即 5＋1＝6。

5) 1.16，8.25，27.36，64.49，(B)。

A	65.25
B	125.64
C	125.81
D	125.01

数列均为小数，优先考虑机械划分。整数部分为 1,8,27,64，均为立方数，即 $1=1^3$，$8=2^3$，$27=3^3$，$64=4^3$，底数是公差为 1 的等差数列，下一项为$5^3=125$；小数部分为 16,25,36,49，均为平方数，即 $16=4^2$，$25=5^2$，$36=6^2$，$49=7^2$，底数是公差为 1 的等差数列，下一项为$8^2=64$。

6) 12，30，24，63，(B)

A	74
B	78
C	89
D	101

观察数列无明显特征，且作差、作和、递推均无规律，故考虑机械划分。将每一项的十位数字与个位数字加和可得：3，3，6，9，( )，为递推和数列，则所求项的十位数字与个位数字加和为 6＋9＝15。

7) 1.1，1.2，2.3，6.5，30.11，(D)

A	30.041
B	33.41
C	41.33
D	330.41

数列全为小数，优先考虑机械划分，整数、小数分开看。

整数部分：1，1，2，6，30，倍数关系明显，考虑作商。后项除以前项得到的新数列为 1，2，3，5，与小数部分对应，则整数部分的规律为：前一项的整数×前一项的小数＝后一项的整数。则所求项整数部分＝30×11＝330；小数部分：1，2，3，5，11，无明显特征，考虑作差。后项减前项得到的新数列为 1，1，2，6，与整数部分对应，则小数部分的规律为：前一项的整数＋前一项的小数＝后一项的小数。则所求项小数部分＝30＋11＝41。

8) 2120，2124，2128，2130，(A)

A	2132
B	2134
C	2136
D	2138

观察数列，均为四位数，优先考虑机械划分。每个数字前两位均为 21，四个选项前两位也都是 21，故考虑每项后两位变化。后两位为 20，24，28，30，全为合数，考虑拆分，拆分后为 2×10，2×12，2×14，2×15，是 2 乘以合数数列，则所求项后两位为 2×16＝32，则所求项为 2132。

9) 1，52，313，174，(B)

A	5
B	515

C	525
D	545

数列中数字不具有单调性且大数字较多，考虑机械划分。从第二项起机械拆分为（5，2）、（31，3）、（17，4）。机械拆分后前面数字除以后面数字余数均为第一项数据 1，即：5÷2＝2.1，31÷3＝10...1，17÷4＝4..1，除数为 2、3、4，依次递增，下一项除数为 5。观察选项：只有 B 项 51÷5＝10..1 符合。

17. 递推数列

1) 特征

除数字变化趋势外，无其他明显特征。通常进行两项之间的运算而得到第三项。常见的运算方法有和、差、积、方、倍、商等。

2) 思路

第一步，通过观察数字变化趋势，初步判断运算方法。

第二步，选择几项（通常选择连续三项且绝对值较大的数字）找运算规律。

第三步，代人其他项验证规律，若所有项均符合规律，则通过规律求解未知项；若有些项不符合规律，则重新尝试其他规律。

3) 5，3，16，38，108，292，(D)

A	636
B	720
C	796
D	800

数列无明显特征，且作差、作和无规律，考虑递推数列。观察可得：（5＋3）×2＝16，（3＋16）×2＝38，即（第一项＋第二项）×2＝第三项，代入其他项均满足此规律。故原数列所求项为（108＋292）×2＝800。

4) 8，49，28，56，196，112，(A)，1372

A	14
B	24
C	33
D	60

数列无明显特征，作差作和无规律，将原数列都除以 3 后发现余数分别为 2，1，1，2，1，1，()，1，形成了 3 个数（2，1，1）的循环，故所求项除以 3 后余数应该为 2，结合选项只有 A 项符合。

5) 3，5，16，81，(D)

A	182
B	378
C	526
D	1297

观察数列无明显特征，多级无规律，考虑递推数列。观察数列可得：3×5＋1＝16，5×16＋1＝81，即第一项×第二项＋1＝第三项，故所求项＝16×81＋1＝1297。

6) 4，2，4，-4，(B)，-40，112

A	32
B	16
C	8

D	1

数列无明显特征，多级无规律，考虑递推数列。观察发现：（4-2）×2＝4，（2-4）×2＝-4，猜测规律为：（第一项-第二项）×2＝第三项，则所求项＝［4-（-4）］×2＝16。验证：（-4-16）×2＝-40，［16-（-40）］×2＝112，满足该规律。

7) -2，1，3，6，(C)，21，63

A	12
B	15
C	18
D	21

数列无明显特征，多级无规律，考虑递推数列。观察发现：-2＋3＝1，1×3＝3，3＋3＝6，即第一项＋3＝第二项，第二项×3＝第三项，第三项＋3＝第四项，＋3、×3 交替出现，猜测所求项＝6×3＝18。验证：18＋3＝21，21×3＝63，满足规律。

8) 1，2，4，3，6，7，9，13，(C)

A	12
B	14
C	16
D	19

观察数列有波动，优先考虑递推数列。观察发现：1＋2＝3，2＋4＝6，4＋3＝7，3＋6＝9，6＋7＝13，规律为：第一项＋第二项＝第四项，故所求项＝7＋9＝16。

9) 5，12，24，36，(C)，68

A	42
B	48
C	52
D	60

数列无明显特征，多级递推均无规律。观察发现：5＝2＋3，12＝5＋7，24＝11＋13，36＝17＋19。其中 2，3，5，7，11，13，17，19 为连续的质数，后两项质数为 23、29，猜测所求项＝23＋29＝52，验证：31＋37＝68，满足规律。

10) 8，-8，4，-6，1，(A)。

A	-5.5
B	-2
C	3
D	6.5

观察数列无明显特征，且多级无规律，考虑递推数列。观察发现：8＋$\frac{-8}{2}$＝4，-8＋$\frac{4}{2}$＝-6，4＋$\frac{-6}{2}$＝1，即相邻三项之间满足:第一项＋$\frac{第二项}{2}$=第三项。＝-6＋$\frac{1}{2}$＝-5.5。

11) 70，30，20，10，6，(C)。

A	9
B	8
C	3.2
D	1.5

数列无明显特征，且变化趋势平缓，作差、作和均无规律，考虑递推。观察发现：70

＋30＝20×5，30＋20＝10×5，20＋10＝6×5，相邻三项存在规律：第一项＋第二项＝第三项×5。

18. 基础数列

1) 13，31，59，67，(D)，97，101

A	74
B	75
C	77
D	89

观察数列，发现数列各项均为质数，选项中为质数的只有 D 项。

19. 因数分解

1) 6，35，143，(D)，667

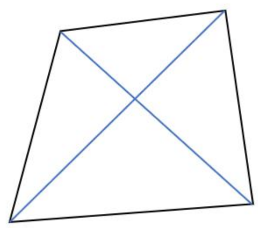
A	353
B	343
C	333
D	323

数列每项均为正整数且有递增趋势，观察发现，数列每项均为合数，故考虑因数分解。把原数列各项数字拆成两个因数，可得 6＝2×3，35＝5×7，143＝11×13。因数 2、3、5、7、11、13 构成质数数列，质数数列后四项为 17、19、23、29。故题干所求项＝17×19＝323，代入最后一项进行验证，667＝23×29，规律成立。

五. 平面几何

1. 圆周上有 7 个不同的点，任意两点之间连一条线段，则最多可以产生多少个不同的交点？（D）

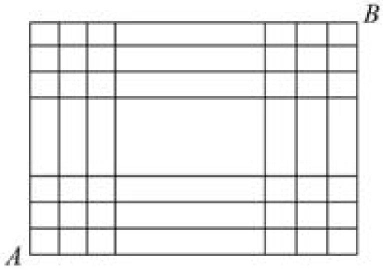
A	21
B	28
C	35
D	42



$$C_n^m=\frac{n(n-1)......(n-m+1)}{m!}=\frac{n!}{m!\,(n-m)!}$$

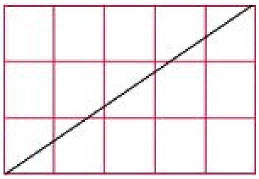
如图所示，在平面内任意四个不同点（每三个点均不在同一条直线上）形成的四边形，连接其对角线必有一个交点。圆周上 7 个不同的点最多可形成$C_n^m=\frac{7*6*5*4}{4*3*2*1}=35$个不同的四边形，这些四边形的对角线相交最多可以产生 35 个交点，则圆内最多可以产生 35 个不同的交点，再加圆上产生 7 个交点，最多可以产生 35＋7＝42 个交点。

2. 如图所示，有一个长方形棋盘，每个小方格的边长都是 1，长有 200 格，宽有 120 格，纵横线交叉的点称为格点，则连结 A、B 两点的直线共经过多少个格点？（包括 A、B 两点）（B）



A	40
B	41
C	79
D	80

从 A 点出发沿直线向 B 点作直线，横纵两个方向都恰好经过整数个格子时，直线经过格点。把长方形按比例缩小，可知 200：120＝5：3，所以把长方形缩小成长 5 个小方格，宽 3 个小方格的小长方形，然后画一条对角线，如下图所示：



图中对角线经过 2 个格点，即对长来讲，每经过 5 个小方格，就经过一个格点；或对宽来讲，每经过 3 个小方格，就经过一个格点。则共经过格点数为 200÷5＋1＝41。

六. 集合相关

1. 某工作组有 18 名外国工作者，其中 11 人会说汉语，9 人会说日语，8 人会说韩语，有 5 人既会说汉语又会说韩语，有 4 人既会说日语又会说韩语，有 3 人既会说汉语又会说日语，则只会一种工作语言的人数为（B）。

A	9
B	10
C	11
D	12

设只会三种语言的人数为，根据三集合标准型公式：A＋B＋C－A∩B－A∩C－B∩C＋A∩B∩C=总数-都不，可列方程：11＋9＋8-5-4-3＋x＝18-0，解得 x＝2。则至少会两种语言的人数为 3＋4＋5-2x＝12-2×2＝8，故只会一种语言的有 18-8＝10 人。

2. 某单位计划从全部 80 名员工中挑选专项工作组成员，要求该组成员须同时有基层经历和计算机等级证书。已知，单位内有 40 人有基层经历，有 46 人有计算机等级证书，既没有基层经历又未获得计算机等级证书的有 10 人。那么能够进入工作组的员工有（A）人。

A	16
B	40
C	46
D	54

根据两集合的容斥原理公式 $A + B - A \cap B$＝总数-都不，可得：有基层经历＋有计算机等级证书-两种都有＝总人数-两种都没有，设同时有基层经历和计算机等级证书的有 x 人，则有 40＋46-x＝80-10，解得 x＝16。

七. 不定方程

1. 某单位有一笔设备采购预算可用于购买电脑、投影仪与打印机等办公设备，这笔费用可用于购买 22 台电脑，或者电脑、投影仪、打印机各 4 台。已知投影仪的单价为电脑与打印机的单价之和的两倍。则用这笔采购预算全部购买投影仪与打印机且刚好全部花完，最多可以买打印机（B）台。

A	5
B	22
C	24
D	26

设电脑单价为 x 元，投影仪单价为 y 元，打印机单价为 z 元，则有 22x=4x+4y+4z，y=2(x+z)，联立方程可得：$\frac{x}{z}=\frac{6}{5}$，赋值 x 为 6，则 y=22，z＝5，则预算总钱数为 22×6＝132。

现计划全部购买投影仪与打印机且刚好全部花完，设买投影仪 a 台，打印机 b 台，则有 22a＋5b＝132，根据倍数特性，22a 与 132 均为 11 的倍数，则 5b 也应为 11 的倍数，即 b 为 11 的倍数，仅 B 项符合。

2. 食品厂加工某件产品，需要使用特定的包装袋，包装袋有大小两种规格，大的包装袋每袋能装 23 件产品，小的包装袋每袋能装 6 件产品。把 133 件产品装入包装袋内，要求每个包装袋都恰好装满。则最少需要的包装袋为多少个（B）

A	7
B	8
C	9
D	10

设大、小包装袋分别有 x、y 袋，根据题意可列式：23x＋6y＝133，根据奇偶特性可知，6y 为偶数，则 23x 为奇数，即为奇数，则 x＝1、3、5（当 x≥7 时，出现负数，不符），要使需要的包装袋最少，则应尽量多的使用大包装袋，当 x＝5 时，解得 y＝3，此时 x＋y＝8，故最少需要的包装袋为 8 个。

八. 牛吃草问题

1. 在一家健身房内有一个室内泳池，每周清洗并换水一次。泳池有分布在侧面的 4 个进水口，以及底部的 10 个出水口。每次清洗泳池需先将池水放干，之后重新放一定量清水开始清洗，同时打开出水口进行排污。如果把 10 个出水口都打开，需要 30 分钟可将泳池内污水全部排出。但现在出水口有 6 个被废渣堵塞，无法排水，剩余排水口将污水排光需要 2 小时。则如果要在 1 小时内将泳池的污水排完，至少要疏通（A）个排水口。

A	2
B	4
C	3
D	1

设 4 个进水管每小时总进水量为 x，每个出水管每小时出水量为 1，池内原有水量为 Y。根据题意可得，Y＝0.5（10-x），Y＝2（10-6-x），解得 x＝2，Y＝4。设疏通 n 个出水管，1 小时即可将泳池的污水排完，则有 4＝1×（10-6＋n-2），解得 n＝2。

2. 某公园在开门前有 400 人排队等待，开门后每分钟来的人数是固定的。一个入口每分钟可以进入 10 个游客。如果开放 4 个入口，开门 20 分钟后就没有人排队，现在开放 6 个入口，则开门多少分钟后就没有人排队？（C）。

A	7
B	9
C	10
D	12

第一步：分析题干

由题干“如果开放 4 个入口，开门 20 分钟后就没有人排队，现在开放 6 个入口，则开门多少分钟后就没有人排队”可知，此题属于牛吃草问题。根据公式 y＝（N-x）＊T，可进行求解。

第二步：计算过程

本题中 y 表示在开门前排队等待的 400 人，N 表示入口处每分钟进游客的总人数，x 表示开门后每分钟来的人数，T 表示开门至没有人排队所需要的分钟数。400＝（4×10-x）×20，得 x＝20。400＝（6×10-20）×T，T＝10。

九. 经济问题

1. 常规经济利润

1) 解析

a. 题型特征

题干中出现与费用、利润、利润率有关的数据。

b. 基础知识

① 利润=售价-进价。

② 利润率=$\frac{利润}{进价}$=$\frac{（售价-进价）}{进价}$。

③ 售价=进价×（1＋利润率）。

④ 折扣=$\frac{售价}{定价}$。

c. 解题思路

当题干中出现与费用、利润、利润率等相关数据时，根据上述公式列方程计算即可。

2. 分段计费

a. 题型特征

当题干中表述“超出部分按照某个标准计算”时，即可判定为分段计算。

b. 解题思路

题干所给标准以内是一个价格，超出标准是另外一个价格，分段计算标准内和超标准，最后根据题干中的关系计算即可。

3. 函数最值

a. 题型判定

单价和销量此消彼长，问何时总价/总利润最高。

b. 解题方法

① 设提价或降价次数为 x，列出总价/总利润的函数表达式。

② 令函数为 0，解得方程的两个解 x_1、x_2，当 $x=\frac{x_1+x_2}{2}$时，函数取得最大值。

4. 统筹经济

a. 题型特征

当题干中给出不同费用方案，问题中出现“最多”“最少”或类似表述时，即判定为统筹经济。

b. 解题思路

综合考虑，对比各种情况，选出最优方案。

5. 商场出售一台跑步机，所获得的利润为进价的 60%；若售价比原来高 50%，将获利 1400 元，则原来跑步机的售价是（D）元。

A	933
B	1000
C	2800
D	1600

设跑步机的进价为 x 元，则原利润为 0.6x 元，原售价＝进价＋利润＝1.6x 元。根据题意可得：1.6x×（1＋50%）-x＝1400，解得 x＝1000，故原来跑步机的售价为 1.6x＝1600 元。

6. 北京冬奥会某合作厂家仅日间生产冰墩墩，月产量达到了 30000 件，每件利润 25 元。冬奥期间，为了提高产量，决定夜间继续生产，夜间产量仅为日间的一半，且每件利润比日间减少 10 元，问该厂在日夜生产模式下预计该月盈利多少万元？（C）

A	22.5
B	75
C	97.5
D	112

由题意可知，此厂该月日间总利润为 30000×25＝750000 元＝75 万；夜间产量为 30000×$\frac{1}{2}$＝15000 件，每件利润为 25-10＝15 元，则夜间总利润为 15000×15＝225000 元＝22.5 万元。因此该厂在日夜生产模式下该月可盈利 75＋22.5＝97.5 万元。

7. 某书店出售一种图书，每出售一本可获利 18 元；按原价出售总数的$\frac{2}{5}$后，每本减价 10 元，直至全部售完，共获利 3000 元。那么，该书店共售出这种图书多少本？（A）

A	250
B	262
C	310
D	350

假设该书店共售出这种图书 x 本，根据题意可列方程：$18\times\frac{2}{5}x+(18-10)\times\frac{3}{5}x=3000$，解得 x=250 本。

8. 利润

1) 某学校要买 15 个保温瓶和 30 个茶杯，已知 5 个保温瓶和 10 个茶杯共 90 元，每个保温瓶的价格是茶杯的 4 倍。恰逢五一期间保温瓶 8 折优惠，茶杯 5 折优惠，学校立即购买了上述产品。问现在比按原价购买节约了多少钱？（C）

A	80 元
B	85 元
C	81 元
D	90 元

设茶杯和保温瓶原价分别为 x 元/个、4x 元/个，根据题意可知：5×4x＋10x＝90，解得 x＝3，即茶杯和保温瓶原价分别为 3 元/个，12 元/个。五一期间，茶杯和保温瓶单个分别节省 3×0.5＝1.5 元、12×（1-0.8）＝2.4 元，则现在比按原价购买节约了 1.5×30＋2.4×15＝81 元

十. 基础计算

1. 某条公交汽车线路共设 8 个车站（包括起点和终点），已知一辆公共汽车由起点站出发，前六站共上车 100 人，到终点站前共下车 80 人，则在终点站下车的乘客中有多少人是从前六站上车的？（A）

A	20
B	22
C	23
D	25

前六站共上车 100 人，终点站前下车 80 人，因第 7 站上车的人不可能在第 7 站下车，故此 80 人即为前六站上车并于终点站前下车的人。故在终点站下车的乘客中，从前六站上车的人数为 100-80＝20 人。

2. 一天 24 小时中分针与时针共垂直多少次？（C）

A	22
B	24
C	44
D	48

一天 24 小时中，时针共转 2 圈，分针共转 24 圈，分针比时针多转 24-2＝22 圈。每多转一圈，分针与时针会垂直 2 次，因此一天 24 小时中分针与时针共垂直的次数为 22×2＝44 次。

十一. 植树问题

1. 在一条 100 米笔直的路上种树，已知该路的两端分别已经各种了一棵树，现要求每次在已种树的中点位置新种一棵，保证两两树之间的距离相等且大于 5 米。问这条路上最多有多少棵树？（B）

A	16
B	17
C	18
D	19

1) 方法一

第 1 次种树新增 1 棵树，此时间距为$\frac{100}{2}=50$米，该路分为 2 段；第 2 次种树新增 2 棵树，此时间距为$\frac{100}{4}=25$米，，该路分为 4 段；第 3 次种树新增 4 棵树，此时间距为$\frac{100}{8}=12.5$米，该路分为 8 段；第 4 次种树新增 8 棵树，此时间距为$\frac{100}{16}=6.25$米，该路分为 16 段；第 5 次种树新增 16 棵树，此时间距为$\frac{100}{32}=3.125$米<5 米，不符合题意。

故一共种植 4 次树木，合计新增 1+2+4+8=15 棵树，再加上两端的两颗就是 17 棵树。

2) 方法二

一条路全长 100 米，要使得间距大于 5 米，则按要求种完树后该路被分成的段数小于$\frac{100}{5}=20$段。第 1、2、3 ••••••n 次种树后，该路被分成的段数为 2 段、4 段、8 段 ••••••2^n段，则2^n≤20，n 最多为 4，因此这条路被分成了$2^4=16$段。由于是两端植树，则路上共有 16＋1＝17 棵树。

十二. 溶液

1. 多溶液混合

1) 假设容器 A 和 B 分别盛有同一种物质的溶液 100 克和 300 克，且容器 A 中溶液的浓度是 B 的 3 倍。容器 B 的溶液全部倒入容器 A 混合后，浓度是 15%，则原容器 B 中溶液的浓度是（D）

A	25%
B	20%

C	15%
D	10%

a. 方程法

假设原容器 B 中溶液的浓度为 x，则原容器 A 中溶液的浓度为 3x。根据溶液问题的基本公式：$浓度=\frac{溶质}{溶液}$，可列方程 $15\%=\frac{100*3x+300*x}{400}$，解得 x=10%。

b. 线段法

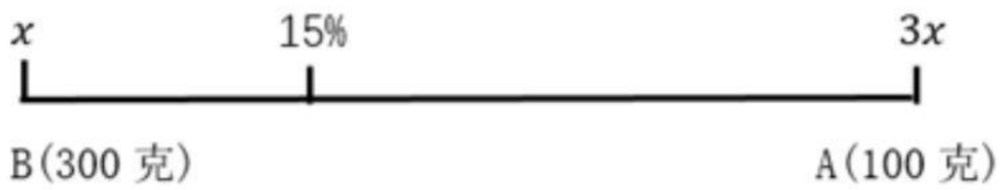


图 1.　　图例

假设原容器 B 中溶液的浓度为 x，则原容器 A 中溶液的浓度为 3x。则原容器 A 中溶液和 B 溶液的溶液量之比为 100：300＝1：3。根据线段法，混合的溶液量与浓度差成反比，故浓度差之比为（3x-15%）:（15%-x）＝3:1，解得 x＝10%。

2) 某容器中装有 800 克浓度为 28.25%葡萄糖溶液，往其中倒入 150 克的甲种葡萄糖溶液和 300 克的乙种葡萄糖溶液后，容器中的溶液浓度变成了 20%，已知甲种葡萄糖溶液的浓度是乙种葡萄糖溶液浓度的 2 倍。那么甲种葡萄糖溶液的浓度为（B）。(容器足够大)

A	5%
B	8%
C	10%
D	12%

$浓度=\frac{溶质}{溶液}$设乙种葡萄糖溶液浓度为 x，则甲种葡萄糖溶液浓度为 2x。根据溶液混合前后溶质总量不变，可列方程：800×28.25%＋150×2x＋300x＝（800＋150＋300）×20%，解得 x＝4%，则甲种葡萄糖溶液浓度为 2×4%＝8%。

3) 已知浓度分别为 18%、12%的硝酸溶液混合后浓度为 16%，则浓度为 18%的溶液质量与混合后溶液质量的比是多少？（B）

A	1:2
B	2:3
C	1:3
D	3:4

a. 方程法

设浓度为 18%硝酸溶液的质量为 x，浓度为 12%硝酸溶液的质量为 y。根据公式：浓度 $=\frac{\text{溶质质量}}{\text{溶液质量}}$，则有 $16\%=\frac{18\%x+12\%y}{x+y}$，解得 x:y=2:1。故题干所求＝x:（x＋y）＝2:（2＋1）＝2:3。

b. 线段法

设浓度为 18%硝酸溶液的质量为 x，浓度为 12%硝酸溶液的质量为 y。根据线段法；距离与量成反比。

则有 x:y＝（16%-12%）:（18%-16%）＝2:1。故题干所求＝x:（x＋y）＝2:（2＋1）＝2:3。

十三. 工程问题

1. 必背公式

工作总量＝工作效率×工作时间

工作效率＝$\frac{\text{工作总量}}{\text{工作时间}}$

工作时间＝$\frac{\text{工作总量}}{\text{工作效率}}$

2. 给完工时间型

1) 特征

题目给出多个完成工程的时间。（例如，甲、乙、丙分别用 12、15、20 小时完工）

2) 思路

① 给总量赋值，一般将总量设为各工作时间的公倍数，从而计算出所给出的条件的效率。

② 根据题目给定的工作过程，利用公式或列方程进行求解。

3. 给效率比例型

1) 特征

题目给出效率的比例关系。（例如，甲、乙效率比＝a:b；甲的效率是乙的 n 倍）

2) 思路

① 给效率赋值，一般按照给定的比例关系进行赋值，尽量赋值为整数。

② 根据题目给的其他条件，算出工程总量或其他所需的数据。

4. 给具体单位型

1) 特征

题干有效率、时间、总量三个量中的至少两个量的具体数值。

2) **思路**

这种题型一般不能赋值，应使用方程法结合公式计算。

3) **照相馆老板李先生采购了一批相纸用于打印，如果每天使用 150 张，会比原计划早一天用完；如果每天使用 100 张，将比原计划晚一天用完。那么李先生采购了多少张相纸？原计划用多少天？（B）**

A	300 张，4 天
B	600 张，5 天
C	900 张，9 天
D	1200 张，10 天

方法一：设原计划用 t 天，根据题意可知：

150×（t-1）＝100（t＋1），解得 t＝5 天，即这批相纸原计划用 5 天，相纸总量为 150（5-1）＝150×4＝600 张。

方法二：纸总量＝每天使用张数×天数，因纸总量一定，故每天使用张数和天数成反比。两种方式每天使用张数之比为 150：100＝3：2，则可供使用天数之比为 2：3，两种可供使用天数差 1 份，实际差 2 天，则第一种方式可供使用 2×2＝4 天，原计划用 4＋1＝5 天。相纸总量为 150×4＝600 张。

十四. 周期问题

5. 周期相遇问题

1) **甲每工作 1 天休 3 天，乙每工作 1 天休 4 天，丙每工作 1 天休 5 天。如果在 3 月 1 日他们共同工作，那么，他们下次共同工作的日期是（D）。**

A	3 月 29 日
B	3 月 30 日
C	4 月 29 日
D	4 月 30 日

甲、乙、丙工作的周期分别为 4 天、5 天、6 天，他们下次共同工作经过的天数即为 4、5、6 的最小公倍数 60 天。3 月 1 日共同工作后，3 月还有 30 天，此时还需经过 60-30＝30 天，即他们下次共同工作的日期为 4 月 30 日。

十五. 行程问题

1. 普通行程

1) **公式**

路程＝速度×时间（s＝vt）

等距离平均速度=$\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$

2) **思路**

若题干中各主体之间互相独立（即非相遇、非追及、非顺水、非逆水问题），则考虑最基本公式。当题干中出现两个速度、行驶路程相同时（如去程和回程、上坡和下坡等），应考虑等距离平均速度公式。

2. 相遇问题

路程和＝（大速度＋小速度）×时间

① 多次相遇，两端分别出发：（2n-1）×s＝（大速度＋小速度）×时间（n 代表相遇

次数，s 代表两地距离）。

② 多次相遇，一端同时出发：2n×s＝（大速度＋小速度）×时间（n 代表相遇次数，s 代表两地距离）。

3. 追及问题

路程差＝（大速度-小速度）×时间

4. 顺水行船

路程＝（船速＋水速）×时间

5. 逆水行船

路程＝（船速-水速）×时间

6. 解题思路

根据题目先判断题型，相遇、追及、顺水、逆水在题目中都会出现。尽量画出简易图，根据各个量之间的关系，代人上述公式计算即可。

十六. 经济利润问题

1. 常规经济利润

1) 特征

题干中出现与费用、利润、利润率有关的数据。

2) 公式

① 利润＝售价-进价

② 利润率＝利润÷进价＝（售价-进价）÷进价

③ 售价＝进价×（1＋利润率）

④ 折扣＝售价÷定价

3) 思路

当题干中出现与费用、利润、利润率等相关数据时，根据上述公式列方程计算即可。

2. 分段计费

1) 特征

当题干中表述“超出部分按照某个标准计算”时，即可判定为分段计算。

2) 思路

题干所给标准以内是一个价格，超出标准是另外一个价格，分段计算标准内和超标准，最后根据题干中的关系计算即可。

3. 函数最值

1) 题型判定

单价和销量此消彼长，问何时总价/总利润最高。

2) 解题方法

① 设提价或降价次数为 x，列出总价/总利润的函数表达式。

② 令函数为 0，解得方程的两个解 x_1、x_2，当 $x=（x_1+x_2）/2$ 时，函数取得最大值。

4. 统筹经济

1) 特征

当题干中给出不同费用方案，问题中出现“最多”“最少”或类似表述时，即判定为统筹经济。

2) 解题思路

综合考虑，对比各种情况，选出最优方案。

十七. 其他

1. 余数和同余问题

1) 某幼儿园组织春游，该园共有不超过一百名小朋友，9 人一组剩 7 人，11 人一组剩 9 人。问，该幼儿园有多少小朋友？（C）

A	95
B	96
C	97
D	98

方法一：根据“9 人一组剩 7 人”可知，总人数-7 是 9 的整数倍；“11 人一组剩 9 人”，总人数-9 是 11 的整数倍。代入选项验证：

A 项：95-7＝88，不是 9 的整数倍，排除；

B 项：96-7＝89，不是 9 的整数倍，排除；

C 项：97-7＝90，是 9 的整数倍；97-9＝88，是 11 的整数倍，符合题意；

D 项：98-7＝91，不是 9 的整数倍，排除。

方法二：根据“9 人一组剩 7 人，11 人一组剩 9 人”可知，总人数＋2 既是 9 的整数倍又是 11 的整数倍，即为 99 的整数倍。又因总人数不超过 100 人，故总人数＋2＝99 人，则总人数＝97 人。

2. 假设赋值

1) 为保障冬奥会比赛顺利进行，各场馆需对设施设备进行测评，合格后交付使用。现对一赛道进行检测，已知检测时匀速作业，如甲机构单独检测需要 90 分钟，乙机构单独检测需要 135 分钟，现两机构同时协作检测 45 分钟后，甲单独完成剩余部分，问甲机构一共检测了多少分钟？（B）

A	55
B	60
C	65
D	70

假设工作总量为 270，则两机构每分钟的工作效率分别为甲＝$\frac{270}{90}$＝3，乙＝$\frac{270}{135}$＝2。设甲机构一共检测了 t 分钟，依题意有：$2*45+3t=270$，解得 t＝60。则甲机构总检测时间为 60 分钟。

2) 某餐厅烤鸭、饺子和煎饼取餐口依次一字排开，饺子和煎饼窗口相距$\sqrt{3}$米。送餐机器人甲从烤鸭处前往煎饼处，送餐机器人乙从饺子处先前往烤鸭处再到煎饼处。两个机器人匀速行驶同时出发且最终同时到达，第一次相遇时距离烤鸭处$\sqrt{3}$米，问第一次相遇时乙走了多少米？（C）（取餐和转弯时间不计）

A	$\sqrt{3}$
B	$2\sqrt{3}$
C	3

D	$3\sqrt{3}$

设第一次相遇时乙走了 x 米，此时甲走了$\sqrt{3}$米则取餐口和饺子取餐口相距$\sqrt{3}+x$米。甲和乙同时到达煎饼处时，甲共走了$\sqrt{3}+x+\sqrt{3}=2\sqrt{3}+x$米，乙共走了了$(\sqrt{3}+x)*2+\sqrt{3}=3\sqrt{3}+2x$ 米。根据时间相同，速度与路程成正比，得$\frac{V_{甲}}{V_{乙}}=\frac{\sqrt{3}}{x}=\frac{2\sqrt{3}+x}{3\sqrt{3}+2x}$，解得 x=3。

3) **一批试卷分配给甲乙两人评阅。如果甲单独评阅，需 30 小时才能完成任务。乙单独评阅，需 40 小时才能完成任务。现在他们两人一起同时开始评阅，经过 25 小时评卷结束。评卷期间甲休息了 7 小时，问乙在评卷期间休息了多少小时？（D）**

A	6
B	7
C	8
D	9

假设试卷总量为 120，则甲、乙评阅试卷的效率分别为$\frac{120}{30}=4$、$\frac{120}{40}=3$。设乙在评阅期间休息了 t 小时，根据题意可列式：（25-7）×4＋（25-t）×3＝120，解得 t＝9。

4) **某项工程，甲、乙、丙、丁四个人单独完成分别需要 16、12、16、20 小时。现按照甲、乙、丙、丁的顺序轮流来完成此项工程，每人每次 1 小时。当工程完成，则恰好轮到（D）。**

A	甲
B	乙
C	丙
D	丁

假设工程总量为 240，则甲、乙、丙、丁四个人效率$\frac{240}{16}=15$、$\frac{240}{12}=20$、$\frac{240}{16}=15$、$\frac{240}{20}=12$，按照甲、乙、丙、丁四人轮流为一周期，则一个周期完成工作量＝15＋20＋15＋12＝62，工程完成时需要 240÷62＝3（个周期）余 54（工作量），余下的 54 工作量则开始一个新的循环，54-15-20-15＝4，剩下 4 的工作量需丁完成，则最后完成工作的是丁。

5) **两支蜡烛一样长，第一支能点 4 小时，第二支能点 3 小时，同时点燃这两支蜡烛，多长时间后第一支的长度是第二支的两倍？（C）**

A	1 小时 24 分
B	1 小时 40 分
C	2 小时 24 分
D	2 小时 40 分

赋值蜡烛长度为 12，则第一支蜡烛的燃烧速度为$\frac{12}{4}=3$，第二支蜡烛的燃烧速度为$\frac{12}{3}=4$，设 t 小时后第一支的长度是第二支的两倍，可得 12-3t＝2×（12-4t），解得 t＝2.4 小时＝2 小时 24 分钟。

6) 赵、钱、孙三个人一起完成两项任务，赵，钱两个人先做第一项任务，孙先做第二项任务，然后中途，钱去帮孙做第二项任务。已知两项任务的任务量相同，赵、钱、孙三个人的效率之比为 5:4:3，为了保证两项任务同时完成，钱应该在第一项任务完成多少进度后去做第二项任务？（C）

A	43.5%
B	41%
C	37.5%
D	32%

赋值赵、钱、孙三个人的效率分别为 5、4、3，设三人工作时间为 t，则两项任务工作量总计为 5t＋4t＋3t＝12t，即每项任务需分配的工作量为 6t。赵在第一项任务完成的工作总量为 5t，则钱在第一项任务的工作时间为$\frac{6t-5t}{4}=\frac{t}{4}$。此时，赵、钱完成第一项任务的进度为$\frac{\frac{t}{4}(5+4)}{6t}=37.5\%$。

3. 有一艘轮船加满油最多可航行 9 小时。已知这艘船一直以匀速行驶，逆水航行每小时行驶 24 千米，顺水航行比逆水航行速度提高$\frac{1}{4}$。这艘船如果加满油逆水出发，最多驶出（C）小时必须返回，才能保证在一箱油耗尽前回到起点。

A	4.5
B	5.5
C	5
D	4

根据题意可知，轮船顺水航行的速度为 $24\times\left(1+\frac{1}{4}\right)=30$ 千米/小时。设这艘轮船最多出发 t 小时必须返回，可列方程：24t＝30（9-t），解得 t＝5。

4. 多位数问题

1) 一个三位数的十位数数字与百位数数字对调之后，所得三位数与原三位数之和为 1880。之差为 90。则该三位数组成数字的和为（C）。

A	17
B	20
C	22
D	24

a. 方法一

设对调前该三位数为 x，对调后为 y，可得$\begin{cases} x+y=1880 \\ x-y=90 \end{cases}$，解得 $x=\frac{1880+90}{2}=985$，则组成数字和为 9+8+5=22。

b. 方法二

设原数百位、十位、个位数字分别为 a、b、c（假设 a>b），则原数可表示为 100a＋10b＋c，新数可表示为 100b＋10a＋c；根据题中条件可列式（100a＋10b＋c）＋（100b＋10a＋c）＝110（a＋b）＋2c＝1880。

由尾数特性可知只能取 0 或 5；若 c＝0，则 110（a＋b）＝1880-2c＝1880，此时（a＋b）不是整数，排除；若 c＝5，则 110（a＋b）＝1880-2c＝1870，此时 a＋b＝17，a＋b＋c＝17＋5＝22。

5. 相遇追及问题

1) **小明骑自行车以 6m/s 的速度匀速追赶一辆被红灯暂停的汽车，当距离汽车 10m 时，绿灯亮了，汽车以 2m/s^2的加速度加速启动，加速至 20m/s 后匀速运行。下列选项正确的是（B）。**

A	小明能追上汽车，用时 3s
B	小明不能追上汽车，最近距离为 1m
C	小明能追上汽车，追上前小明共骑行了 18m
D	小明不能追上汽车，且汽车启动后人车距离越来越远

根据追及问题特点，当汽车加速至 6m/s 前，自行车速大于汽车速，距离缩小；当汽车超过 6m/s 后，汽车速大于自行车速，距离增大，排除 D 项。

若要使自行车追上汽车，必须在汽车速度达到 6m/s 前且所走路程比汽车多 10m。根据题中条件，汽车加速至 6m/s 需要 3s，自行车走了 6×3＝18m，汽车走了$\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}\times 2\times 3^2=$ 9m，18-9=9<10，故小明无法追上汽车。

2) **小贾和小李在某 400 米圆形冰场滑冰，小贾从 A 点出发顺时针以 6 米/秒的速度滑行，小李从 A 点对应直径的另一端点 B 出发逆时针以 4 米/秒的速度滑行。问 10 分钟内他们会相遇几次？（A）**

A	15
B	16
C	17
D	14

10 分钟小贾和小李一共走过的路程$S_{和}$＝（6＋4）×10×60＝6000m。第一次小贾和小李相遇两人走过的路程和为半个圆形：400÷2＝200m，在第一次相遇之后到下一次相遇，每次走过的路程和为圆形冰场的一圈 400m，则 10 分钟内会相遇$\frac{6000-200}{400}+1=\frac{5800}{400}+1=$＝14.5＋1＝15.5，即 15 次。

3) 在周长为 600 米的环形跑道的同一点，甲乙两人分别以 6 米/秒和 2 米/秒的速度同时同向出发，沿着跑道奔跑。甲每次追上乙都减速 1 米/秒，直至他们速度相同。问，在他们出发 30 分钟后，甲和乙以相同的速度跑了多少米？（C）

A	3600
B	1800
C	1100
D	1000

根据环形追及公式：$S_{差}=v_{差}\times t_{追}$，可得甲从出发到第一次追上乙用时$t_1=\frac{600}{6-2}=150$秒，追上后甲的速度减为 5 米/秒；从甲第一次追上乙到第二次追上乙用时$t_2=\frac{600}{5-2}=200$秒，追上后甲的速度减为 4 米/秒；从甲第二次追上乙到第三次追上乙用时$t_3=\frac{600}{4-2}=300$秒，追上后甲的速度减为 3 米/秒；从甲第三次追上乙到第四次追上乙用时$t_4=\frac{600}{3-2}=600$秒，追上后甲的速度减为 2 米/秒，此时甲乙速度相等，行驶时间为 150＋200＋300＋600＝1250 秒。则 30 分钟内甲和乙以相同的速度行驶了 30×60-1250＝550 秒，故行驶的距离为 550×2＝1100 米。

4) 某特警部队训练警犬时发现可疑人员张某以 6m/s 的速度由 A 处跑向人质 C，与此比同时警犬以 m/s 从 B 跑向人质 C，C 也同时以 4m/s 跑向 B，A、C、B 在一条直线上，为确保警犬不晚于张某与人质相遇，问 BC 的距离最多是 AC 距离的多少倍？（C）

A	2
B	4
C	6
D	8

设警犬与人质相遇时间为 t_1，张某与人质相遇时间为 t_2，警犬与人质为相遇过程，根据公式$S_{和}=v_{和}t$，可得：BC＝（4＋8）t_1＝12 t_1，则$t_1=\frac{BC}{12}$；张某与人质为追及过程，根据公式$S_{差}=v_{差}t$，可得：AC＝(6-4)t_2＝2 t_2，则$t_2=\frac{AC}{2}$。警犬不晚于张某与人质相遇，则$t_1\le t_2$，即$\frac{BC}{12}\le\frac{AC}{2}$，$BC\le 6AC$，因此 BC 的距离最多是 AC 距离的 6 倍。

十八. 最值问题

1. 会务组租车接送参会人员，要求租用同样的车，在够用的前提下尽可能少租车，且任意两辆车的乘客数之差不超过 1 人，已知如租用最多运载 40 名乘客的车辆，则超过一半车辆的乘客数为 29 人，如租用最多运载 30 名乘客的车辆，则一部分车辆正好能坐满，问租用最多运载多少名乘客的车辆时，每辆车都正好能坐满？（D）

A	5
B	6
C	7
D	8

租用最多运载 40 名乘客的车辆时，超过一半车辆的乘客数为 29 人，即车辆数应≥3，要求租车的数量尽量少，从车辆数为 3 进行代人，又要求任意两辆车的乘客数之差不超过 1 人，则三辆车分别载有 29 人、29 人、28 人或 30 人。

如果三辆车分别载有 29 人、29 人、28 人，若租用最多运载 30 名乘客的车辆，根据题意人数分配情况可能为（30、30、26）或（30、29、27），均不符合题意，不符；

如果三辆车分别载有 29 人、29 人、30 人，若租用最多运载 30 名乘客的车辆，刚好符合题意，此时总人数为 29＋29＋30=88 人，结合选项，只有 8 是 88 的约数，即租用最多运载 8 名乘客的车辆时，每辆车都正好能坐满。