物理

一. 牛顿第二定律

牛顿第二定律表明，处于经典力学范围内的现实物体所获得的加速度大小(Acceleration Size)和这个物体所受到的合外力的大小成正比，而与物体的质量成反比，即下列公式：

$$\mathrm{F} = \mathrm{ma} = \mathrm{m}\frac{d_v}{d_t}$$

在国际单位制中，力 F（Force）的单位为 N（牛），牛顿定律的重要意义表现在两个方面。

① 定量地量度了物体平动惯性的大小

众所周知，一个物体的惯性还表现在该物体受到外力时，是否容易改变速度这一事实上。在相同力的作用下，凡是容易被改变速度的物体，我们就说它的惯性小；凡是不容易被改变速度的物体，我们就说它的惯性大。若是一个相同的外力作用在两个质量分别为 m1 和 m2 的物体上，我们用 a1 和 a 来 2 分别表示它们因为力的作用所产生的加速度的数值，则得到下列公式：

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

即在相同外力的作用下，物体的质量和加速度成反比，质量大的物体所产生的加速度（Acceleration）小。即是说，一个物体的质量越大，要想改变它的速度就越困难，因此可以说，物体的质量是物体惯性大小的量度。

② 概括了力的叠加原理

如果几个力同时作用在一个物体上，则这一物体的加速度等于各个力单独作用时所产生的加速度的矢量和。这一结论称为力的叠加原理。因此，牛顿第二定律中的 F 应代表物体所受的各个力的矢量和，简称合外力。

在直角坐标系中，牛顿第二定律的分量形式：

$$F_x = ma_x = m\frac{d^2{}_x}{{d_t}^2} \quad F_y = ma_y = m\frac{d^2{}_y}{{d_t}^2}$$

在圆周运动和平面曲线运动时，牛顿第二定律的分量形式：

$$F_n = ma_n = m\frac{v^2}{\rho} \quad F_t = ma_t = m\frac{d_v}{d_t}$$

在上式中 Fn 和 Ft 分别表示合外力的法向向量和切向分量，即法向力和切向力；ρ 为质点所在曲线某点的曲率半径。

二. 抛体运动

抛体运动的加速度是重力加速度 g，大小不变、方向始终竖直向下。

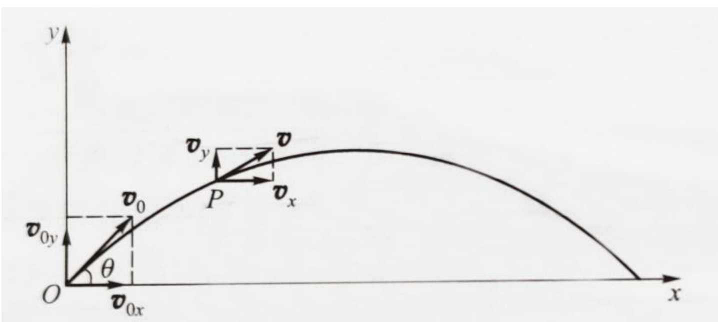

图 1. 抛体运动

如图所示，一个物体被抛出的初始位置即为坐标原点，取与 X 轴(Horizontal Axis)垂直

向上的方向为 Y 轴(Vertical Axis)的正方向，相对应的取与 X 轴水平向右为正方向建立一个空间直角坐标系，设物体以速度 v_0 沿着与 X 轴夹角 θ 方向抛出，由于加速度等于重力加速度，所以：

$$a_x = 0 \quad a_y = -g$$

上式表明，抛体运动可以看做两个运动的叠加，即水平方向上的匀速直线运动与竖直方向上的匀变速直线运动的合成。由于在抛出的瞬间，物体位于坐标原点 O，所以初始条件为：

$$t = 0，x_0 = 0，y_0 = 0；v_{0_x} = v_0\cos\theta，v_{0_y} = v_0\sin\theta$$

又因为加速度为速度对时间的的一阶导数

$$a_x = \frac{d_{v_x}}{d_t} = 0 \quad a_y = \frac{d_{v_y}}{d_t} = -g$$

得到垂直方向和水平方向的速度公式

$$v_x = v_0\cos\theta \quad v_y = v_0\sin\theta - gt$$

再因为速度为位移对时间的一阶导数

$$v_x = \frac{d_x}{d_t} = v_0\cos\theta\,[1] \quad v_y = \frac{d_y}{d_t} = v_0\sin\theta - gt$$

得到斜抛运动公式

$$x = (v_0\cos\theta)t \quad y = (v_0\sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2$$

将斜抛运动方程中的时间 t 消去，可得轨道方程

$$y = x\tan\theta - \frac{1}{2}gt^2$$

在斜抛运动中，当$v_0 = 0$ 时，物体上升到最高点，得到物体到达最高点所需的时间为

$$t = \frac{v_0\sin\theta}{g}$$

而物体从抛出到落地所需的总时间 $t_总$ 等于上升到最高点所需时间 t 的两倍

$$t_总 = 2t = \frac{2v_0\sin\theta}{g}$$

斜抛运动的物体由抛出到落地所通过的水平距离，即射程 R 为

$$R = \frac{v_0^2\sin 2\theta}{g}$$

当抛出方向与 X 轴的夹角 θ 为 0 时，斜抛运动将变为平抛运动；当抛出方向与 X 轴的夹角 θ 为 45 度（即$\frac{\pi}{4}$）时，$R_{max} = \frac{v_0^2}{g}$，此时射程最大；当抛出方向与 X 轴的夹角 θ 为 90 度（即$\frac{\pi}{2}$）时，则运动为竖直上抛运动；当抛出方向与 X 轴的夹角 θ 为-90 度（即$-\frac{\pi}{2}$）时，则运动为竖直下抛运动。

抛体运动在 Unity 中用途广泛，例如玩家的子弹轨迹就可使用斜抛运动方程，使用单独的脚本实现物理特性，不使用 Unity 自带的物理系统，在子弹数量多的情况下可减少性能的开销。

[1] 得到水平方向的速度