信息论笔记

宋佳欢

2019 年 11 月 5 日

目录

1 信息熵

信息量 $I(x)=f\big(p(x)\big)$，函数 f 需满足下列四个条件：

1.f 单调递减，事件发生的概率越小，获得的信息量越大。

2. 当 $p(x)=1$，$f\big(p(x)\big)=0$

3. 当 $p(x)=0$，$f\big(p(x)\big)=\infty$

4. 两件独立事件同时发生的获取的信息之和为 $I(x,y)=I(x)+I(y)=f\big(p(x)\big)+f\big(p(y)\big)=f\big(p(x,y)\big)$

因此，$p(x,y)=p(x)p(y)$。根据这个关系，$I(x)$ 与 $p(x)$ 一定为对数关系。

根据上述四个条件可得:

$$I(x)=-logp(x)$$

其中负号是用来保证信息量是正数或者零。而 log 函数基的选择是任意的（信息论中基常常选择为 2，因此信息的单位为比特 bits，即信息需要的编码长度；而机器学习中基常常选择为自然常数，因此单位常常被称为奈特 nats；底数为 10，单位则为 Hart）。

$I(x)$ 也被称为随机变量 x 的自信息 (self-information)，描述的是随机变量的某个事件发生所带来的信息量。

现在假设一个发送者想传送一个随机变量的值给接收者。那么在这个过程中，他们传输的平均信息量可以通过求 $I(x)$ 关于概率分布 $p(x)$ 的期望求得，随机变量 X 的信息熵的定义：

$$H(X)=-\sum_{i=1}^{n}p(x_i)logp(x_i)$$

熵越大，随机变量的不确定性就越大。是对所有可能发生的事件产生的信息量的期望。

1.1 代数性质

1.1.1 对称性

变量 $p_1,p_2,\cdots,p_r$ 的顺序任意互换，熵不变。

$$H(p_1,p_2,\cdots,p_r)=H(p_2,\cdots,p_r,p_1)=H(p_r,p_1,p_2,\cdots,p_{r-1})$$

1.1.2 非负性

$$H(p_1, p_2, \cdots, p_r) \geq 0$$

1.1.3 连续性

$H(p_1, p_2, \cdots, p_r)$ 是 p_i 的连续函数。

1.1.4 扩展性

$$\lim_{\varepsilon \to 0} H(p_1, p_2, \cdots, p_i - \varepsilon, \cdots, p_r, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_k) = H(p_1, p_2, \cdots, p_r)$$

其中每个 ε 都趋于 0。当信源的消息集中的消息数增多时，因为这些消息对于的概率很小 (比重很小)，所以信源的熵不变。

1.1.5 可加性

统计独立的两个信源 X,Y 的两个联合信源的熵等于分别熵之和:

$$H(X,Y) = H(X) + H(Y)$$

$$\begin{aligned}
H(X,Y) &= -\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} p_i q_j log p_i q_j \\
&= -\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} p_i q_j log p_i - \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} p_i q_j log q_j \\
&= -\sum_{i=1}^{n}\big(\sum_{j=1}^{m} p_i q_j\big) log p_i - \sum_{j=1}^{m}\big(\sum_{i=1}^{n} p_i q_j\big) log q_j \\
&= -\sum_{i=1}^{n} p_i log p_i - \sum_{j=1}^{m} q_j log q_j = H(X) + H(Y)
\end{aligned}$$

1.1.6 递增性

将信源 X 中的其中一个元素划分成 m 个元素，这 m 个元素的概率之和等于原元素的概率，熵增加。

$$H_{n+m-1}(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}, q_1, q_2, \cdots, q_m) = H_n((p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}, p_n) + p_n H_m(\frac{q_1}{p_n}, \frac{q_2}{p_n}, \cdots, \frac{q_m}{p_n})$$

1.2 解析性质

1.2.1 最大离散熵定理

在离散信源情况下, 信源各符号等概率分布时, 熵达到最大。(概率分布越接近平均分布，熵越大)

$$H(p_1, p_2, \cdots, p_r) \leq H(\frac{1}{r}, \frac{1}{r}, \cdots, \frac{1}{r}) \leq logr$$

1.2.2 上凸性

熵函数是严格的上凸函数:

$$H(\theta P_1 + (1-\theta)P_2) > \theta H(P_1) + (1-\theta)H(P_2)$$

2 信道

离散单符号信道可用传递概率表示:

$$\begin{bmatrix} P(b_1|a_1) & P(b_2|a_1) & \cdots & P(b_s|a_1) \\ P(b_1|a_2) & P(b_2|a_2) & \cdots & P(b_s|a_2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ (b_1|a_r) & P(b_2|a_r) & \cdots & P(b_s|a_r) \end{bmatrix}$$

a 为输入，b 为输出。且传递矩阵 (信道矩阵) 每一行的元素相加等于 1，即:

$$\sum_{j=1}^{s} P(b_j|a_i) = 1$$

$P(b_i|a_i)$ 表示发送 a 收到 b 的概率（前向概率）描述了信道噪声的特征，$P(a_i|b_i)$ 表示接受到了 b_i，发送端发送 a_i 的概率（后向概率）。

2.1 互信息与平均互信息

互信息 (Mutual Information):$I(a_i;b_j)$ 表示接受到 b_j 后，能从 b_j 获得的关于 a_i 的信息量。互信息的三种写法:

$$\begin{aligned} I(a_i;b_j) &= I(a_i) - I(a_i|b_j) \\ &= I(b_j) - I(b_j|a_i) \\ &= I(a_i) + I(b_j) - I(a_i,b_j) \end{aligned}$$

但是单个样本的互信息不足以表示整个系统，因此需要对多个样本取期望，即平均互信息:

$$I(X;Y) = E_{P(X,Y)}\{I(a_i;b_j)\}$$

对于单个样本的互信息，其值可正可负或为零，但是平均互信息一定不会为负值。

证明:

$$I(X;Y) = E_{P(X,Y)}\{I(a_i;b_j)\} = \sum_i \sum_j P(a_i,b_j) log \frac{P(a_i,b_j)}{P(a_i)P(b_j)}$$

$$-I(X;Y) = \sum_i \sum_j P(a_i,b_j) log \frac{P(a_i)P(b_j)}{P(a_i,b_j)}$$

根据琴生不等式，以及:

$$\sum_i \sum_j P(a_i)P(b_j) = 1$$

所以

$$-I(X;Y)=\sum_i\sum_j P(a_i,b_j)log\frac{P(a_i)P(b_j)}{P(a_i,b_j)}\leq log\Big(\sum_i\sum_j P(a_i,b_j)\frac{P(a_i)P(b_j)}{P(a_i,b_j)}\Big)=log1=0$$

即

$$I(X;Y)\geq 0$$

互信息有三种写法，平均互信息也衍生出三种写法：

$$\begin{aligned}I(X;Y)&=H(X)-\underbrace{H(X|Y)}_{\text{疑义度（损失熵）}}\\&=H(Y)-\underbrace{H(Y|X)}_{\text{噪声熵}}\\&=H(X)+H(Y)-\underbrace{H(XY)}_{\text{联合熵（共熵）}}\end{aligned}$$

2.2 信道容量

每一个信道都有一个最大的信息传输率，这个最大传输率定义为：

$$C=\max_{P(x)}\{I(X;Y)\}\quad \text{单位：比特/符号}$$

信道单位时间内平均传输的最大信息量为：

$$C_t=\frac{C}{t}\quad \text{单位：比特/秒}$$

2.2.1 无噪无损信道 (输入输出一一对应)

该信道的信道矩阵每行每列仅有一个 1，其他都为 0。

这类信道的平均互信息为：

$$\begin{aligned}I(X;Y)&=H(X)-\underbrace{H(X|Y)}_{\text{疑义度}=0}\\&=H(Y)-\underbrace{H(Y|X)}_{\text{噪声熵}=0}\\&=H(X)=H(Y)\end{aligned}$$

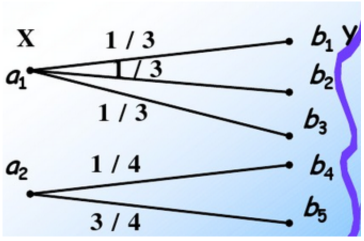
当输入信源确定后，接收到的符号也确定，为确定性事件，所以噪声熵为 0；同理疑义度（损失熵）也为 0。

当输入信源等概率分布时，此类信道的信息传输率达到极大值：

$$C=\max_{P(x)}\{I(X;Y)=\max_{P(x)}H(X)=logr$$

2.2.2 无损信道

一个输入对应多个输出，但是每个输出只对应一个输入。



信道矩阵特点： 信道矩阵中每列有且仅有一个非零元素。

这类信道的损失熵（疑义度）=0, 即当输出符号确定后，输入符号也随之确定。噪声熵不为 0。

平均互信息为:

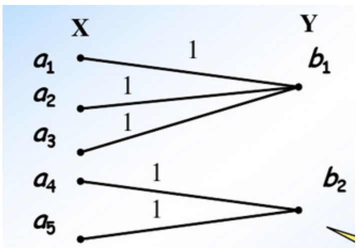
$$I(X;Y) = H(X) < H(Y)$$

信道容量为 (信源等概率分布时取到):

$$C = \max_{P(x)} H(X) = logr$$

2.2.3 无噪有损信道

多个输入对应一个输出，一个输出对应多个输入。



信道矩阵特点： 每行仅有一个非零元素。

这类信道的噪声熵为 0，损失熵（疑义度）不为 0。

平均互信息:

$$I(X;Y) = H(Y) < H(X)$$

信道容量为（总能找到一个最佳的输入分布 X，使得输出 Y 达到等概率分布):

$$C = \max_{P(x)} H(Y) = logr$$

2.2.4 对称离散信道

信道矩阵特点： 信道矩阵中的每一行都是由同一 $\{p_1^{'}, p_2^{'}, ..., p_s^{'}\}$ 集的各个元素不同排列组成。每一行都是由同一 $\{q_1^{'}, q_2^{'}, ..., q_r^{'}\}$ 集的各个元素不同排列组成。平均互信息:

$$I(X;Y) = H(Y) - H(Y|X)$$

$$H(Y|X)=\sum_{X}P(x)|sum_{Y}P(y|x)log\frac{1}{P(y|x)}=\sum_{X}P(x)H(Y|X=x)$$

x 取某一值时，$H(Y|X=x)$ 即为对信道矩阵的某一行求和，因为信道矩阵每一行都是相同元素的排列组合，所以该值对于所以的 x 都相同，即与 x 无关：

$$H(Y|X=x)=H(p_1^{,},p_2^{,},...,p_s^{,})$$

所以信道容量 C 为：

$$C=\max_{P(x)}[H(Y)-H(p_1^{,},p_2^{,},...,p_s^{,})]$$

问题转化为求一个输入分布 $P(x)$，使得 $H(Y)$ 取最大值的问题。若输出信号 Y 等概率分布，就能得到最大的 $H(Y)=logs$。

每个输出符号的概率为：

$$P(y_i)=\sum_{X}P(x)P(y_i|x)$$

将输入信号设为等概率分布，即 $P(x)=\frac{1}{r}$, 上式变为：

$$P(y_i)=\sum_{X}\frac{1}{r}P(y_i|x)=\frac{1}{r}\sum_{X}P(y_i|x)$$

由于信道矩阵的每一列都是相同元素的不同组合，所以 $\sum_X P(y_i|x)$ 不变，为信道矩阵每一列的和 $\sum_{i=1}^{s}q_i^{,}$。即当输入信号等概率时，输出信号也等概率。

对称离散信道的信道容量为:

$$C=logr-H(p_1^{,},p_2^{,},...,p_s^{,}),(\text{比特/符号})$$

2.2.5 准对称信道

信道矩阵特点： 1. 行可排。2. 列不可排，若分为若干子集，在子集中可排。

将信道矩阵按列分为 m 个子集，每个子集含有 s_l 列，$l=1,2,...,m$。$P(b_l)$ 为第 l 个子集输出符号的平均概率。

准对称信道的信道容量为：

$$C=-\sum_{l=1}^{m}s_lP(b_l)log(b_l)-H(p_1^{,},p_2^{,},...,p_s^{,})$$

2.2.6 一般离散信道（等量平衡定理）

求信道容量, 等价于一个带约束的优化问题：

$$C=\max_{P(x)}I(X;y),\quad s.t.\sum_{i=1}^{r}P(a_i)=1$$

利用拉格朗日乘子法，做辅助函数：

$$F(p(a_1),p(a_2),...p(a_r),\lambda)=I(X;Y)-\lambda\left[\sum_{i=1}^{r}P(a_i)-1\right]$$

分别对 $p(a_1), p(a_2), ...p(a_r)$ 求偏导，并置之为零。

$$\begin{aligned}\frac{\partial F}{\partial P(a_i)} &= \frac{\partial I(X;Y)}{\partial P(a_i)} - \lambda \\ &= \sum_{j=1}^{s} p(b_j|a_i) ln \frac{p(b_j|a_i)}{p(b_j)} - 1 - \lambda \\ &= I(a_i;Y) - 1 - \lambda\end{aligned}$$

即:

$$\sum_{j=1}^{s} p(b_j|a_i) ln \frac{p(b_j|a_i)}{p(b_j)} = 1 + \lambda$$

假设使 $I(X;Y)$ 达到最大值的输入信源的概率是 $p_1, p_2, ...p_r$，两边关于输入信源的概率求积分（求和）:

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} p_i p(b_j|a_i) ln \frac{p(b_j|a_i)}{p(b_j)} = \sum_{i=1}^{r} p_i (1 + \lambda)$$

等式左边就是信道容量，所以:

$$C = 1 + \lambda$$

等量平衡定理: 当信道的平均互信息达到信道容量时，输入信源符号集中的每个信源符号 x 对输入端提供的互信息都相等，除概率为 0 的符号以外。

2.2.7 可逆矩阵信道的信道容量

略（手写笔记）

2.2.8 信道容量的迭代计算

一般信道容量计算复杂，使用迭代的方法对信道容量近似计算。

信道的平均互信息是先验概率 $p(a_i)$ 和后验概率 $p(a_i|b_j)$ 的一个函数:

$$I(X;Y) = H(X) - H(X|Y) = -\sum_{i=1}^{r} p(a_i) lnp(a_i) + \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} p(a_i)p(b_j|a_i) lnp(a_i|b_j)$$

而这两个变量之间并不是独立的，满足:

$$p(a_i|b_j) = \frac{p(a_i)p(b_j|a_i)}{\sum_{i=1}^{r} p(a_i)p(b_j|a_i)}$$

1. 固定 $p(a_i)$，求解使得 $I(X;Y)$ 最大的 $p(a_i|b_j)$。
2. 固定 $p(a_i|b_j)$，求解使得 $I(X;Y)$ 最大的 $p(a_i)$。
3. 重复上述步骤，不断迭代至收敛。

2.3 平均互信息量的不增性

略（手写笔记）

3 多符号离散信源与信道

3.1 多符号信源基本概念

信源在每一个单位时间内，以一定的概率 $P(a_{il})(l = 1, 2, 3, ...)$，发出信源符号集 $X : \{a_1, a_2, \cdots, a_r\}$ 中的某一符号 $a_{il}(l = 1, 2, 3, ...) \subset \{a_1, a_2, \cdots, a_r\}$，随着时间推移，形成无限长的随机符号序列 $(a_{i1}, a_{i2}, \cdots)$, 相当与无限长的随机变量序列 $(X_1X_2 \cdots X_N \cdots)$

3.2 离散平稳信源的定义

多符号离散信源 $\boldsymbol{X} = X_1X_2 \cdots X_N \cdots$ 的各维联合概率分布，不随时间发生变化，与其实时刻的选择无关。若 Q 和 T 表示两个任意的时刻，则有:

$$P\{X_Q = a_i\} = P\{X_T = a_i\} = p(a_i)$$

$$P\{X_Q = a_i, X_{Q+1} = a_j\} = P\{X_T = a_i, X_{T+1} = a_j\} = p(a_i, a_j)$$

$$\cdots$$

$$\text{条件概率形如：} P\{X_{Q+1} = a_j|X_Q = a_i\} = P\{X_{T+1} = a_j|X_T = a_i\} = p(a_j|a_i)$$

3.2.1 数学模型

将随机变量序列，将每 N 个变量分为一组，假定组与组之间统计独立，组内的 N 个信源符号仍然保持统计依赖关系。在定长 N 和统计独立的假设下，长度为 N 的随机变量序列

$$\boldsymbol{X} = X_1X_2 \cdots X_N$$

$$\text{每一组消息：} \alpha_i = (a_{i1}a_{i2} \cdots a_{iN})$$

$$\sum_{i=1}^{r^N} p(\alpha_i) = 1$$

3.3 离散平稳无记忆信源的信息熵

离散平稳无记忆信源 X 的 N 次扩展信源 X_N 的概率:

$$P(X_N) = P(X_1X_2 \cdots X_N) = P(X_1)P(X_2) \cdots P(X_N)$$

某一消息的概率:

$$p(\alpha_i) = p(\alpha_{i1}\alpha_{i2} \cdots \alpha_{iN}) = p(\alpha_{i1})p(\alpha_{i2}) \cdots p(\alpha_{iN}$$

定理：(证明 P194)

$$H(X_N) = H(X_1X_2 \cdots X_N) = NH(X)$$

3.4 离散平稳有记忆信源的信息熵

离散平稳无记忆信源 X 的 N 次扩展信源 X_N 的概率:

$$P(\boldsymbol{X}) = P(X_1X_2\cdots X_N) = P(X_1)P(X_2|X_1)P(X_3|X_1X_2)\cdots P(X_N|X_1X_2\cdots X_{N-1})$$

某一消息的概率:

$$p(\alpha_i) = p(\alpha_{i1}\alpha_{i2}\cdots\alpha_{iN}) = p(\alpha_{i1})p(\alpha_{i2}|\alpha_{i1})p(\alpha_{i3}|\alpha_{i1}\alpha_{i2})\cdots p(\alpha_{iN}\alpha_{i1}\alpha_{i2}\cdots\alpha_{iN-1})$$

定理:(证明 P201)

$$H(\boldsymbol{X}) = H(X_1X_2\cdots X_N) = H(X_1) + H(X_2|X_1) + H(X_3|X_1X_2) + \cdots + H(X_N|X_1X_2\cdot X_{N-1})$$

定理:(证明 P203)

$$H(X_k|X_1X_2\cdots X_{k-1}) \leq H(X_k)$$

定理:(证明 P205)

$$H(X_k|X_1X_2\cdots X_{k-1}) \leq H(X_{k-1}|X_1X_2\cdots X_{k-2})$$

推论:(证明 P206)

$$logr \geq H(X_1) \geq H(X_2|X_1) \geq H(X_3|X_1X_2) \geq \cdots \geq H(X_N|X_1X_2\cdots X_{N-1})$$

3.5 离散平稳有记忆信源的极限熵

定义:离散平稳有记忆信源 X 的 N 次扩展信源 $\boldsymbol{X} = X_1X_2\cdots X_N$ 的平均符号熵 (每发出一个符号提供的平均信息量):

$$H_N(\boldsymbol{X}) = H_N(X_1X_2\cdots X_N) = \frac{H(X_1X_2\cdots X_N)}{N}$$

极限熵 (信源处于稳定状态时,每发出一个符号提供的平均信息量):

$$H_\infty = \lim_{N\to\infty} H_N(\boldsymbol{X}) = \lim_{N\to\infty} \frac{H(X_1X_2\cdots X_N)}{N}$$

去除了“消息定长”和“消息与消息之间统计独立”的两个人为假设。

定理:(证明 P210)

$$H_\infty = \lim_{N\to\infty} H(X_N|X_1X_2\cdots X_N)$$

3.6 Markov 信源的极限熵

信源 X,任何时刻 t_{m+1} 随机变量 X_{m+1} 发出符号 a_{im+1} 只与前 m 个符号 $(a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{im})$ 有关,则称该离散平稳有记忆信源为 m 阶 Markov 信源。

定理:m-M 信源消息的 n 步转移矩阵,等于一步转移概率矩阵的 n 次乘积 (P215)

$$[P(n)] = [P]\cdot[P]\cdots[P]$$

定理：消息的极限概率 $p(S_i)$ 是下列方程的唯一解 (P217)

$$p(S_j)=\sum_{i=1}^{r^m}p(S_i)p(S_j|S_i)$$

定理：m-M 信源的极限熵等于 m 阶条件熵 (P225)

$$H_\infty=H(X_{m+1}|X_1X_2\cdots X_m)=-\sum_{i1=1}^{r^m}\sum_{j=1}^{r^m}p(S_i)p(S_j|S_i)logp(S_j|S_i)$$

3.7 信源的剩余度 (冗余度) 与结构信息

结构信息：

$$I_{0\infty m}=\underbrace{H_0}_{logr}-H_{\infty m}$$

H_0: 信源能提供信息的最大能力，$H_{\infty m}$：信源 X 每个符号含有的平均信息量。

剩余度（冗余度)：

$$\xi=\frac{I_{0\infty m}}{H_0}=1-\frac{H_{\infty m}}{H_0}$$

例如把“北京大学”压缩成“北大”，剩余度就减小了。但是剩余度大的消息的抗干扰能力越大。

3.8 无记忆扩展信道

性质：

$$P(\boldsymbol{Y}|\boldsymbol{X})=P(Y_1Y_2\cdots Y_N|X_1X_2\cdots X_N)=\prod_{k=1}^{N}P(Y_k|X_k)$$

定理：

$$P(Y_K|X_1X_2\cdots X_k,Y_1Y_2\cdots Y_{k-1})=P(Y_k|X_k)\quad \text{无记忆性}$$

$$P(Y_1Y_2\cdots Y_{k-1}|X_1X_2\cdots X_k)=P(Y_1Y_2\cdots Y_{k-1}|X_1X_2\cdots X_{k-1})\quad \text{无预感性}$$

3.9 扩展信道的平均交互信息量

$$I(\boldsymbol{X};\boldsymbol{Y})=\sum_{i=1}^{r^N}\sum_{j=1}^{s^N}p(\alpha_i\beta_j)log\frac{p(\beta_j|\alpha_i)}{p(\beta_j)}$$

定理：离散无记忆信道的 N 次扩展的平均交互信息量 $I(\boldsymbol{X};\boldsymbol{Y})$，小于或等于信源 X 各个时刻通过无记忆信道的平均交互信息量之和

$$I(\boldsymbol{X};\boldsymbol{Y})\leq\sum_{k=1}^{N}I(X_k;Y_k)$$

当且仅当信源时离散无记忆信源的 N 次扩展信源，等号成立。

3.10 无记忆扩展信道的信道容量

$$\max(I(\boldsymbol{X};\boldsymbol{Y})) = \sum_{k=1}^{N} I(X_k;Y_k) = NC_0$$

3.11 独立并列信道的信道容量

定理：

$$I(\boldsymbol{X};\boldsymbol{Y}) = I(X_1X_2\cdots X_N|Y_1Y_2\cdots Y_N) \leq \sum_{k=1}^{N} I(X_k;Y_k)$$

定理：由 N 个信道构成的独立并列信道的联合信道容量 C_{N0}，等于各信道自身的信道容量 C_k 之和

$$C_{N0} = \sum_{k=1}^{N} C_k$$

4 无失真信源编码

4.1 单义可译码

非奇异码：码字与信源符号一一对应。

单义可译码：每一种码字的序列唯一地对应一种信源符号的序列。

延长码：形如 1,10,100,1000。(非即时译码)

非延长码：形如 1,01,001,0001。(即时译码)

树图法构造非延长码：

4.2 单义可译定理

定理:(P405) 信源符号集 q 个，码符号集 r 个，q 个码字的长度分别为 $n_1, n_2, \cdots, n_q$，存在单义可译码的充要条件是 q, r, n_i 满足 Kraft 条件：

$$\sum_{i=1}^{q} r^{-n_i} \leq 1$$

4.3 平均码长与码率

平均码长（每个信源所需的平均码符号数）：

$$\bar{n} = \sum_{i=1}^{q} p(s_i)n_i, \text{码符号/信源符号}$$

码率 (每个码符号所携带的平均信息量):

$$R = \frac{H(S)}{\bar{n}}, \frac{\text{比特/信源符号}}{\text{码符号/信源符号}} = \text{比特/码符号}$$

定理:(P412) 对于离散无记忆信源

$$\bar{n} \geq \frac{H(S)}{logr}$$

进一步降低平均码长会引起失真。(改进：可以对信源的扩展信源进行编码)

存在单义可译码满足:

$$\frac{H(S)}{logr} \leq \bar{n} \leq \frac{H(S)}{logr} = 1$$

$$\frac{logr}{1 + \frac{logr}{H(S)}} < R \leq logr$$

4.4 信源扩展与数据压缩

定理（P420）扩展次数足够多，平均码长可达到下限:

$$\lim_{N\to\infty} \bar{n} = \frac{H(S)}{logr}$$

对于离散有记忆信源:

$$\lim_{N\to\infty} \bar{n} = \frac{H_\infty}{logr}$$

4.5 无失真编码定理

4.6 霍夫曼编码