Übungen zur Vorlesung "Stochastik für Studierende der Informatik"

Blatt 3

Abgabetermin: Montag, 07.05.2018, bis 10.15 Uhr in den Briefkästen im Gebäude 051
(Geben Sie auf jedem Lösungsblatt Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an.
Sie dürfen maximal zu zweit abgeben.)

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Beim Pokerspiel Texas Hold'em wird ein 52-Blatt-Kartenspiel (das heißt die Karten von 2 bis 10, sowie Bube, Dame, König, Ass und das jeweils in den vier verschiedenen Farben) verwendet und jeder von insgesmat 10 Spielern erhält zu Beginn 2 Karten. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält

(a) mindestens ein Spieler zwei Asse?

(b) mindestens ein Spieler die Kombination aus 2 und 7 auf die Hand, wobei die Farbe und Reihenfolge der Karten egal sei?

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Die Übertragung eines Bits kann durch folgende Ereignisse beschrieben werden:

$$S_0 := \{\text{"0" gesendet}\}, \quad E_0 := \{\text{"0" empfangen}\},$$
$$S_1 := \{\text{"1" gesendet}\}, \quad E_1 := \{\text{"1" empfangen}\}.$$

Die Wahrscheinlichkeit für einen Übertragungsfehler beträgt 1%. Es wird ein zufälliges Bit gesendet, dessen Wert mit Wahrscheinlichkeit p gleich 1 ist, also $\mathbb{P}(S_1) = p$ und $\mathbb{P}(S_0) = 1-p$.

(a) Berechnen Sie die bedingten Wahrscheinlichkeiten $\mathbb{P}(S_0|E_0)$, $\mathbb{P}(S_1|E_0)$, $\mathbb{P}(S_1|E_1)$ und $\mathbb{P}(S_0|E_1)$.

(b) Bei welchen p gilt $\mathbb{P}(S_1|E_1) > \frac{1}{2}$?

Aufgabe 3 (4 Punkte)

In einem Forum wird eine Frage gestellt, woraufhin sieben Personen eine Antwort auf diese verfassen, allerdings unabhängig voneinander. Jeder von ihnen gibt mit einer Wahrscheinlichkeit von 70% eine korrekte Antwort. Mit welcher Wahrscheinlichkeit

(a) haben alle sieben Personen mit ihrer Antwort Recht?

(b) hat keiner von ihnen Recht?

(c) gibt mindestens eine Person die richtige Antwort?

(d) antworten genau drei Personen richtig?

Begründen Sie ihre Antwort!

(bitte wenden)

Aufgabe 4 (2 Punkte)

Es sei $(\Omega, \mathbb{P})$ ein Wahrscheinlichkeitsraum und $A, B, C \subset \Omega$ beliebige Ereignisse mit $P(A) > 0$ und $0 < P(B) < 1$. Zeigen Sie

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \Leftrightarrow P(A|B) = P(A|B^c)$$

Aufgabe 5 (2 Punkte)

Aus der Menge $\{1, 2, \ldots, 100\}$ werden zufällig zwei Zahlen herausgegriffen. Wenn die kleinere der beiden Zahlen ≤ 20 ist, mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dann die größere ≥ 80?