

자료구조 - 트리

이진트리

- 정의
 - 공집합 이거나 루트와 좌우측 서브트리로 구성된 노드들의 유한집합으로 정의된다.
 - 이진트리의 서브트리들은 모두 이진트리여야 한다.
- 이진트리와 일반트리의 차이점
 - 이진트리의 모든 노드의 차수는 2 이하이다. 즉, 자식 노드의 개수가 2이하이다. 반면 일반 트리는 자식 노드의 개수에 제한이 없다.
 - 일반 트리와 달리 이진트리는 노드를 하나도 갖지않을 수도 있다.
 - 서브 트리간에 순서가 존재한다는 점도 다른 점이다. 따라서 이진트리는 왼쪽 서브트리와 오른쪽 서브트리를 구별한다.
- 이진트리의 분류
 - 포화 이진 트리
 - 완전 이진 트리
 - 기타 이진 트리

포화 이진 트리

- 각 레벨에 노드가 꽉차있는 이진트리
- 높이가 k 인 포화이진트리는 $2^k - 1$ 개의 노드를 가진다
- 레벨 단위로 좌에서 우로 번호를 붙인다.

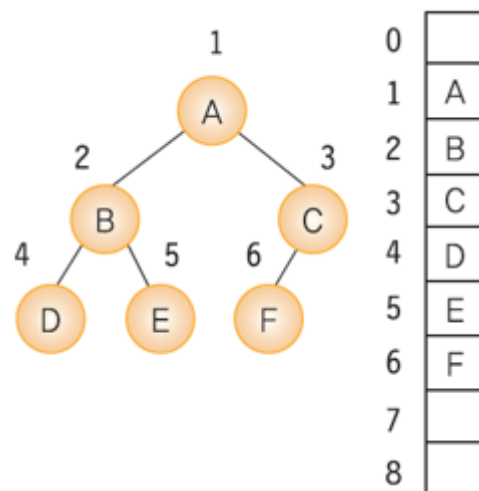
완전 이진 트리

- 높이가 k 일 때 레벨 1부터 $k - 1$ 까지는 노드가 모두 채워져 있고 마지막 레벨 k 에서는 왼쪽부터 오른쪽으로 노드가 순서대로 채워져 있는 이진트리이다.
- 마지막 레벨은 꽉차있지 않아도 되지만 중간에 비어선 안된다.

[완전 이진트리 \subset 포화 이진트리 \subset 이진트리]

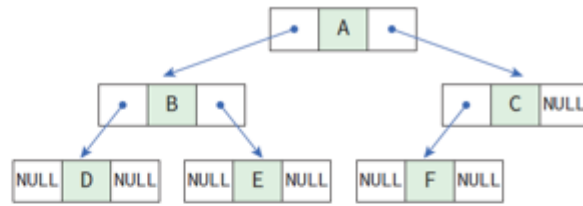
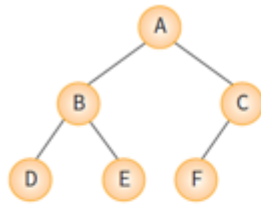
이진트리의 배열 표현법

- 노드 i 의 부모 노드 인덱스 = $i/2$
- 노드 i 의 왼쪽 자식 노드 인덱스 = $2i$
- 노드 i 의 오른쪽 자식 노드 인덱스 = $2i + 1$
- 인덱스 0번은 항상 비운다

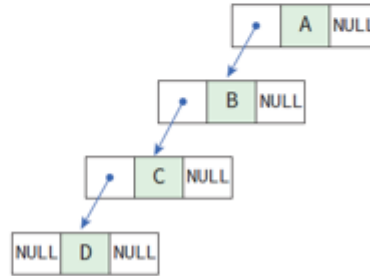
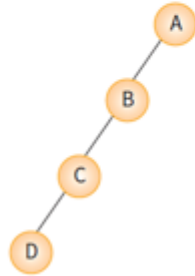


이진트리의 링크 표현법

- 포인터를 이용하여 부모노드가 자식노드를 가리키게 하는 방법



(a) 완전 이진트리



(b) 경사 이진트리

이진트리의 순회방법

- 루트 : V, 좌 서브트리 : L, 우 서브트리 : R
- 전위순회 : VLR
- 중위순회 : LVR
- 후위순회 : LRV

반복적 순회

- 스택을 이용해 구현

레벨 순회

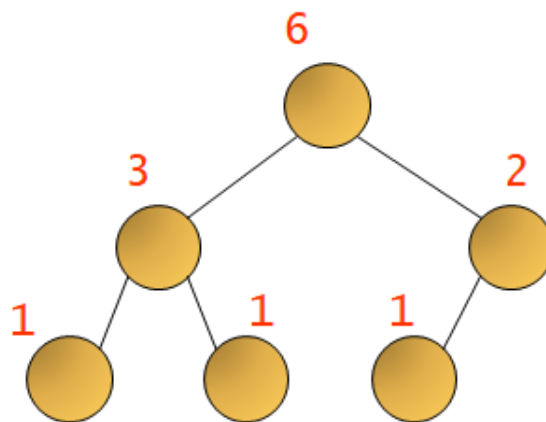
- 레벨 순으로 검사하는 순회 방법
- 큐를 이용해 구현

수식 트리

수식	$a + b$	$a - (b \times c)$	$(a < b) \text{ or } (c < d)$
전위순회	$+ a b$	$- a \times b c$	$\text{or} < a b < c d$
중위순회	$a + b$	$a - (b \times c)$	$(a < b) \text{ or } (c < d)$
후위순회	$a b +$	$a b c \times -$	$a b < c d < \text{or}$

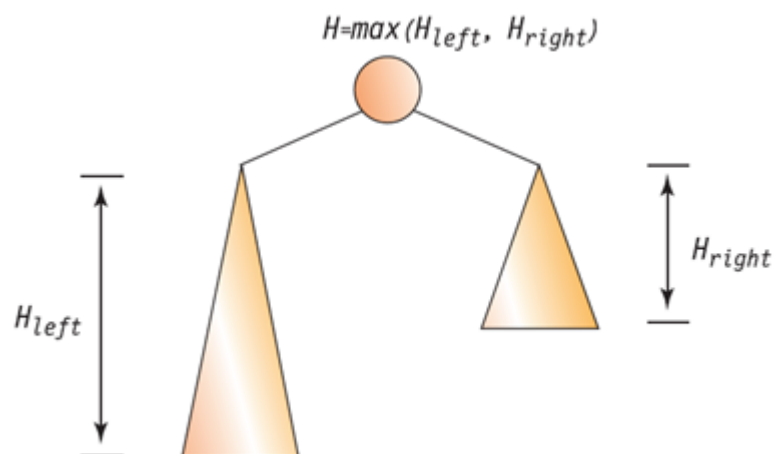
- 계산식을 트리로 표현하여 순회를 적용한다.

이진트리의 추가연산 : 노드의 개수



- 각 서브트리에 대해 순환호출 후, 반환되는 값에 1을 더한다.

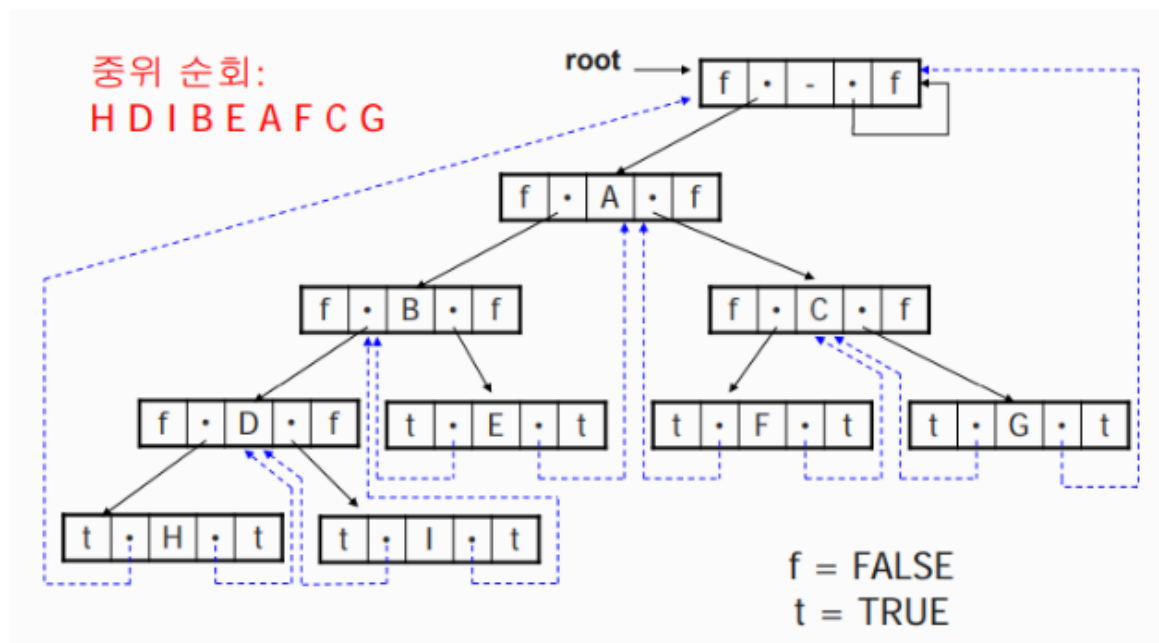
이진트리의 추가연산 : 높이 구하기



- 서브트리에 대하여 순환호출하고 서브 트리에들의 반환값 중에서 최대값을 구하여 반환

스레드 이진 트리

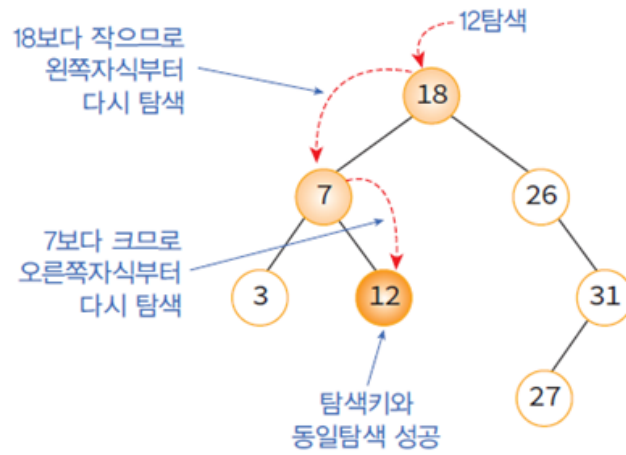
- 노드들의 null링크를 이용해 순환호출 없이도 트리의 노드들을 순회할 수 있도록 하는 것
- null링크에 중위 순회 시에 선행 노드인 중위 선행자나 중위 순회시에 후속 노드인 중위 후속자를 저장시켜놓은 트리가 스레드 이진 트리이다.
- null 링크에 스레드가 저장되면 링크에 자식을 가리키는 포인터가 저장되어 있는지 아니면 null이 저장되어있어야 하는데 대신 스레드가 저장되어 있는지를 구별해주는 태그가 필요하다.
- 순회를 빠르게 하는 장점이 있으나 스레드를 설정하기 위하여 삽입이나 삭제 함수가 더 많은 일을 하여야 한다



이진 스레드 트리

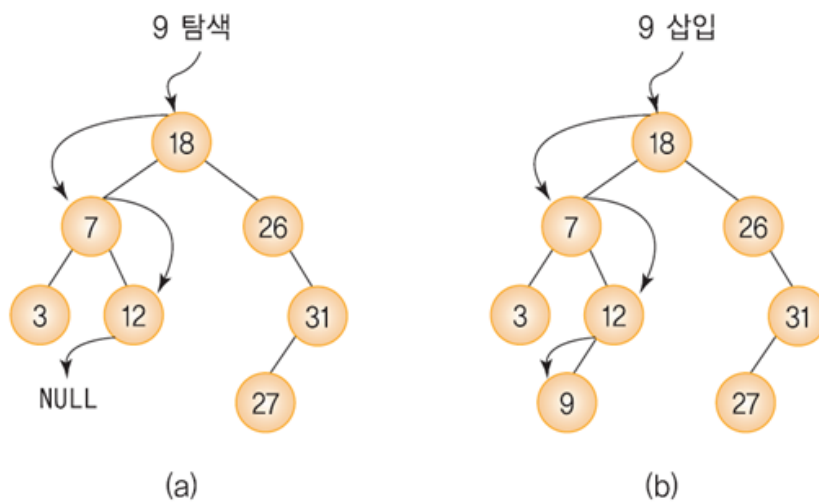
이진 탐색 트리

- 탐색작업을 효율적으로 하기 위한 자료구조
- 중위순회하면 오름차순으로 정렬된 값을 얻을 수 있음
- 탐색연산
 - 비교시 노드보다 작으면 좌로 크면 우로 이동한다



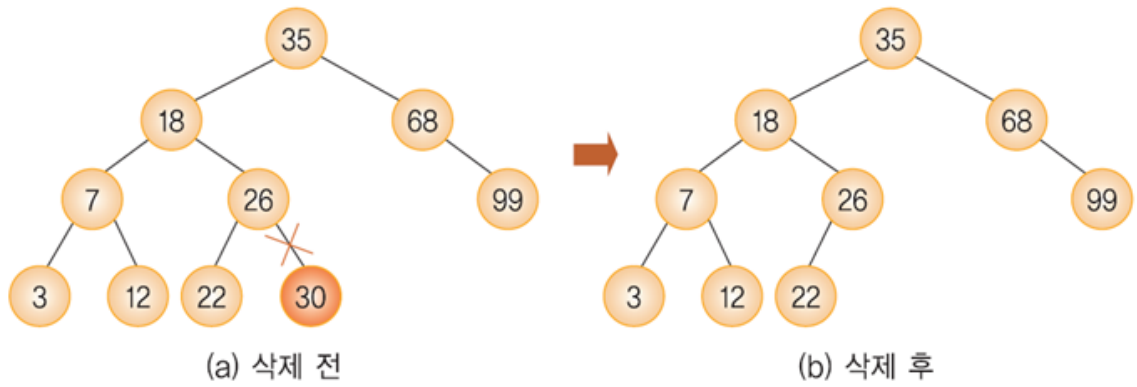
- 삽입연산

- 탐색을 수행하여 실패한 지점에 삽입

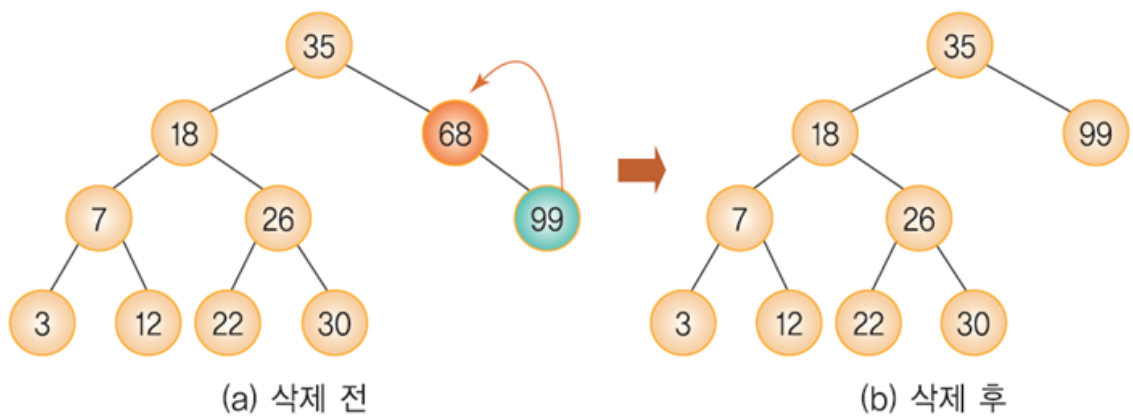


- 삭제연산

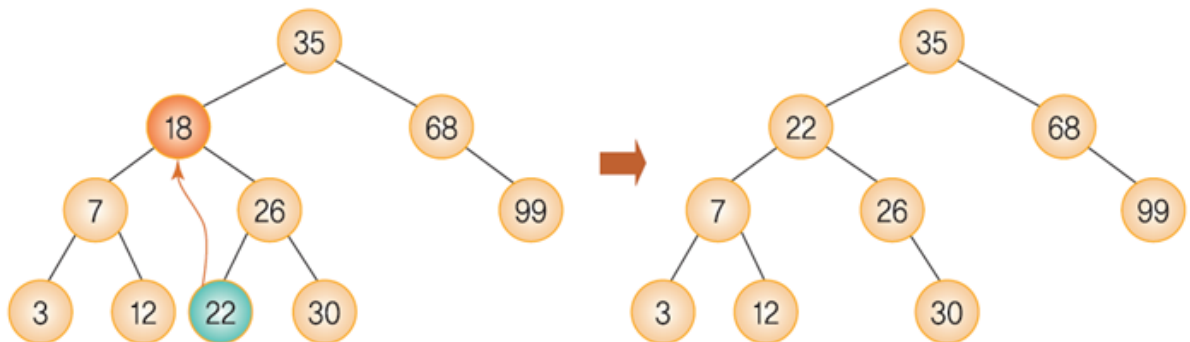
- 삭제하여는 노드가 단말노드일 경우



- 삭제하려는 노드가 하나의 왼쪽이나 오른쪽 서브트리 중 하나만 가지고 있는 경우



- 삭제하려는 노드가 두개의 서브트리 모두 가지고 있는 경우



성능 분석

- 일반적인 이진탐색 트리의 시간복잡도는 $O(\log_2 h)$ 높이가 h 일때
- 한쪽으로 치우친 경사이진탐색트리는 선형탐색트리와 같이 $O(n)$ 이다.

