深 圳 大 学 实 验 报 告

课程名称：机器人学导论

实验项目名称：**Representing Position and Orientation**

学院：电子与信息工程学院

专业：电子信息工程

指导教师：郑琪

报告人：陈闻天　学号：**2023280259**

班级：**04**

实验时间：**2024** 年 **9** 月 **10** 日

实验报告提交时间：**2024** 年 **10** 月 **7** 日

教务处制

Aim of Experiment:

1. To represent Position and Orientation.
2. To learn MATLAB and use it to represent Position and Orientation.

Experiment Content:

1. Working in 2D
   1) Rotation matrix that transforms one frame into others frame.
   2) Some properties of rotation matrix.
   3) 2D Homogeneous Transformation Matrix.
2. Working in 3D
   1) Orientation in Three Dimensions.
   2) Pose in Three Dimensions.

Experiment Process：

1) **2.2.1.1 2D Rotation Matrix**: create a rotation matrix, plot it in 2D plane, compute its determinant.
2) **2.2.1.2 Matrix Exponential for Rotation**: compute the logarithm of each element of the rotation matrix, finish transformations between skew-symmetric matrix and vector.
3) **2.2.2.1 2D Homogeneous Transformation Matrix**: create a homogeneous transformation matrix, plot it on 2D plane, try some different transformations and also plot them.
4) **2.2.2.2 Rotating a Coordinate Frame:** try some different ways to transform coordinate frame and plot it on 2D plane.
5) **2.2.2.3 Matrix Exponential for Pose:** use Matrix Exponential to create augmented skew--symmetric matrix.
6) **2.3.1.1 3D Rotation Matrix:** create 3D rotation matrix and plot it.

7) **2.3.1.2 Three-Angle Representations:** create rotation matrices about three-angle respectively.
8) **2.3.1.5 Rotation about an Arbitrary Vector:** create rotation matrices for arbitrary and compute the eigenvalue of those matrices and the eigenvector of them.
9) **2.3.1.6 Matrix Exponential for Rotation:** create a 3D rotation through exponential.
10) **2.3.1.7 Unit Quaternions:** compute the conjugate of the quat created and its compact.
11) **2.3.2.1 Homogeneous Transformation Matrix:** create 3D homogeneous transformation matrices.
12) **2.3.2.2 Matrix Exponential for Pose:** create 3D homogeneous transformation matrices through exponential.

Data Logging and Processing:

2.2.1.1 2D Rotation Matrix

```
R = rotm2d(0.3)
plottform2d(R);
det(R)
det(R*R)
syms theta real
R = rotm2d(theta)
simplify(R * R)
det(R)
simplify(ans)
```

Explanation of the function call:

1) rotm2d
   a) 函数解释：调用 rotm2d 函数可以创建一个旋转矩阵
   b) 调用语法：R=rotm2d(THETA)，此时的 THETA 以弧度制为单位，R=rotm2d(THETA, “deg”)，此时的 THETA 以角度制为单位
2) plottform2d
   a) 函数解释：绘制二维坐标轴
   b) 调用语法：plottform2d(T)，T 可为 SO(2)的矩阵
3) det
   a) 函数解释：返回矩阵的行列式
   b) 调用语法：d=det(A), A 为矩阵
4) simplify
   a) 函数解释：简化代数式子
   b) 调用语法：S = simplify(expr) ，S = simplify(expr, Name, Value)，expr 均是代数表达式

2.2.1.2 Matrix Exponential for Rotation

```
R = rotm2d(0.3);
L = logm(R)
S = skew2vec(L)
X = vec2skew(2)
skew2vec(X)
expm(L)
expm(vec2skew(S))
```

Explanation of the function call:

1) logm
    a) 函数解释：返回矩阵的每个元素的对数，如果该对数存在
    b) 调用语法：L = logm(A)，A 为矩阵
2) skew2vec
    c) 函数解释：将反对称矩阵转化为向量
    d) 调用语法：V=skew2vec(S), S 为反对称矩阵，V 为向量
3) vec2skew
    e) 函数解释：将向量转换为反对称矩阵
    f) 调用语法：S=vec2skew(V)，S 为反对称矩阵，V 为向量
4) expm
    g) 函数解释：计算 X 的矩阵指数
    h) 调用语法：E=expm(X)，X 为输入矩阵

2.2.2.1 2D Homogeneous Transformation Matrix

```
rotm2d(0.3)
tformr2d(0.3)
TA = trvec2tform([1 2])*tformr2d(deg2rad(30))
clf; axis([0 5 0 5]); hold on % new plot with both axes from 0 to 5
plottform2d(TA,frame="A",color="b");
T0 = trvec2tform([0 0]);
plottform2d(T0, frame="0",color="k");  % reference frame
TB = trvec2tform([2 1])
plottform2d(TB,frame="B",color="r");
TAB = TA*TB
plottform2d(TAB,frame="AB",color="g");
TBA = TB*TA;
plottform2d(TBA,frame="BA",color="c");
P = [3;2];  % column vector
plotpoint(P',"ko",label="P");
inv(TA)*[P;1]
h2e(ans')
homtrans(inv(TA),P')
```

Explanation of the function call:

1) tformr2d

    a) 函数解释：生成纯旋转的 SE(2)矩阵

    b) 调用方法：T = TFORM2D(THETA)，THETA 以弧度制单位

2) trvec2tform

    a) 函数解释：将位移向量转换成齐次转换矩阵

    b) 调用方法：tform = trvec2tform(trvec)，trvec 是 1x2 行向量

3) clf

    a) 函数解释：清空图窗

    b) 调用方法：直接调用即可

4) axis

    a) 函数解释：设置坐标轴范围和纵横比

    b) 调用方法：axis([Xmin Xmax Ymin Ymax])，传入四元素的

行向量

5) hold

   a) 函数解释：添加新绘图时保留当前绘图

   b) 调用方法：hold on

6) plotpoint

   a) 函数解释：画一个点

   b) 调用方法：plotpoint(P), P 是 2xN 的列向量，对应点的坐标

7) inv

   a) 函数解释：矩阵求逆

   b) 调用方法：inv(T)，T 为可求逆的矩阵

8) h2e

   a) 函数解释：将齐次矩阵转化为欧几里得矩阵

   b) 调用方法：h2e(T)，T 为齐次矩阵

9) homtrans

   a) 函数解释：对点进行齐次性转换

   b) 调用方法：homtrans(T,P)，T 为齐次矩阵，P 为点的矩阵

2.2.2.2 Rotating a Coordinate Frame

```
clf; axis([-5 4 -1 5]);
T0 = trvec2tform([0 0]);
plottform2d(T0,frame="0",color="k");  % reference frame
TX = trvec2tform([2 3]);
plottform2d(TX,frame="X",color="b");  % frame {X}
TR = tformr2d(2);
plottform2d(TR*TX,framelabel="RX",color="g");
plottform2d(TX*TR,framelabel="XR",color="g");
C = [3 2];
plotpoint(C,"ko",label="C");
TC = trvec2tform(C)*TR*trvec2tform(-C)
plottform2d(TC*TX,framelabel="XC",color="r");
```

Explanation of the function call:

无

2.2.2.3 Matrix Exponential for Pose

```
L = logm(TC)
S = skewa2vec(L)
expm(vec2skewa(S))
X = vec2skewa([1 2 3])
skewa2vec(X)
```

Explanation of the function call:

1) skew2vec

   a) 函数解释：将增广反对称矩阵转化为向量

   b) 调用方法：V=skewa2vec(S)，S 是增广反对称矩阵，V 是向量

2) vec2skewa

   a) 函数解释：将向量转换为增广反对称矩阵

   b) 调用方法：S=vec2skewa (V)，S 是增广反对称矩阵,V 是向量

2.3.1.1 3D Rotation Matrix

```
R = rotmx(pi/2)
clf; plottform(R);
clf; animtform(R)
clf; plottform(R,anaglyph="rc", axis=[-2 2 -2 2 -2 2])
clf; animtform(R,anaglyph="rc", axis=[-2 2 -2 2 -2 2]);
R = rotmx(pi/2)*rotmy(pi/2)
clf; plottform(R)
rotmy(pi/2)*rotmx(pi/2)
```

Explanation of the function call:

1) rotmx

   a) 函数解释：创建关于 x 轴旋转的三维旋转矩阵

   b) 调用方法：R=rotmx(THETA)，THETA 以弧度制为单位

2) Rotmy

   a) 函数解释：创建关于 y 轴旋转的三维旋转矩阵

   b) 调用方法：R=rotmy(THETA)，THETA 以弧度制为单位

3) plottform

   a) 函数解释：绘制三维坐标

   b) 调用方法：plottform(T)，T 是三维矩阵

4) animtform

   a) 函数解释：在一个三维空间中动态显示坐标系的变化

   b) 调用方法：animtform(A)，A 是三维欧几里得矩阵

2.3.1.2 Three-Angle Representations

```
R = rotmz(0.1)*rotmy(-0.2)*rotmz(0.3)
R = eul2rotm([0.1 -0.2 0.3],"ZYZ")
gamma = rotm2eul(R,"ZYZ")
R = eul2rotm([0.1 0.2 0.3],"ZYZ")
gamma = rotm2eul(R,"ZYZ")
eul2rotm(gamma,"ZYZ")
R = eul2rotm([0.1 0 0.3],"ZYZ")
rotm2eul(R,"ZYZ")
R = eul2rotm([0.3 0.2 0.1],"ZYX")
gamma = rotm2eul(R,"ZYX")
R = eul2rotm([0.3 0.2 0.1],"XYZ")
gamma = rotm2eul(R,"XYZ")
tripleangleApp
```

Explanation of the function call:

1) rotmz
   a) 函数解释：创建关于 z 轴旋转的三维旋转矩阵
   b) 调用方法：R=rotmz(THETA)，THETA 以弧度制为单位
2) eul2rotm
   a) 函数解释：将欧几里得角转换为旋转矩阵
   b) 调用方法：R = eul2rotm(eul)，eul 是欧几里得角
3) rotm2eul
   a) 函数解释：将旋转矩阵转换为欧几里得角
   b) 调用方法：eul=rotm2eul(R)，R 是旋转矩阵

2.3.1.5 Rotation about an Arbitrary Vector

```
R = eul2rotm([0.1 0.2 0.3]);
rotm2axang(R)
[x,e] = eig(R)
theta = angle(e(2,2))
R = axang2rotm([1 0 0 0.3])
```

Explanation of the function call:

1) rotm2axang
   a) 函数解释：将旋转矩阵转换为轴角
   b) 调用方法：axang=rotm2axang(R)，R 为旋转矩阵
2) eig
   a) 函数解释：求矩阵的特征值和特征向量
   b) 调用方法：[V,D]=eig(A)，V 是右特征向量方阵，D 是特征

值，A 是输入矩阵

3) angle

a) 函数解释：求复数数组的每个元素的相位角主值

b) 调用方法：theta=angle(Z)，Z 是输入数组

4) axang2rotm

a) 函数解释：将轴角转换为旋转矩阵

b) 调用方法：rotm = axang2rotm(axang)，anxang 是轴角

2.3.1.6 Matrix Exponential for Rotation

```
R = rotmx(0.3)
L = logm(R)
S = skew2vec(L)
expm(L)
expm(vec2skew(S))
R = rotmx(0.3);
R = expm(0.3*vec2skew([1 0 0]));
X = vec2skew([1 2 3])
skew2vec(X)
```

Explanation of the function call:

无

2.3.1.7 Unit Quaternions

```
q = quaternion(rotmx(0.3),"rotmat","point")
q = q*q;
q.conj
q*q.conj()
q.rotmat("point")
q.compact()
q.rotatepoint([0 1 0])
```

Explanation of the function call:

1) quaternion

   a) 函数解释：创建一个四元数数组

   b) 调用方法：quat = quaternion(RM,'rotmat',PF)，RM 是旋转矩阵，PF 是旋转矩阵的类型

2) conj

   a) 函数解释：返回 Z 的每个元素的复共轭

   b) 调用方法：Zc = conj(Z)，Z 是输入数组

3) rotmat

   a) 函数解释：将四元矩阵转换为旋转矩阵

   b) 调用方法：rotationMatrix = rotmat(quat,rotationType)，quat 是四元矩阵，rotationType 是旋转矩阵的类型

4) compact

   a) 函数解释：返回一个紧凑的聚类评估对象

   b) 调用方法：compactEvaluation = compact(evaluation)

5) rotatepoint

   a) 函数解释：使用四元数 quat 来旋转笛卡尔坐标系中的点

   b) 调用方法：rotationResult = rotatepoint(quat,cartesianPoints)

2.3.2.1 Homogeneous Transformation Matrix

```
T = trvec2tform([2 0 0])*tformrx(pi/2)*trvec2tform([0 1 0])
clf; plottform(T);
tform2rotm(T)
tform2trvec(T)
```

Explanation of the function call:

1) tformrx

    a) 函数解释：为 x 轴的旋转创建三维欧几里得矩阵

    b) 调用方法：T = tformrx(THETA)

2) tform2rotm

    a) 函数解释：从齐次变换矩阵中提取旋转矩阵

    b) 调用方法：rotm = tform2rotm(tform)，tform 是齐次变换矩阵

3) tform2trvec

    a) 函数解释：从齐次变换矩阵中提取位移向量

    b) 调用方法：trvec = tform2trvec(tform)

2.3.2.2 Matrix Exponential for Pose

```
T = trvec2tform([2 3 4])*tformrx(0.3)
L = logm(T)
S = skewa2vec(L)
expm(vec2skewa(S))
X = vec2skewa([1 2 3 4 5 6])
skewa2vec(X)
```

Explanation of the function call:

无

Experimental Results and Analysis:

2.2.1.1 2D Rotation Matrix

实验结果如图 1 所示，由实验结果可知，由 rotm2d 生成的旋转矩阵的行列式为 1；坐标轴向右旋转 0.3 弧度。

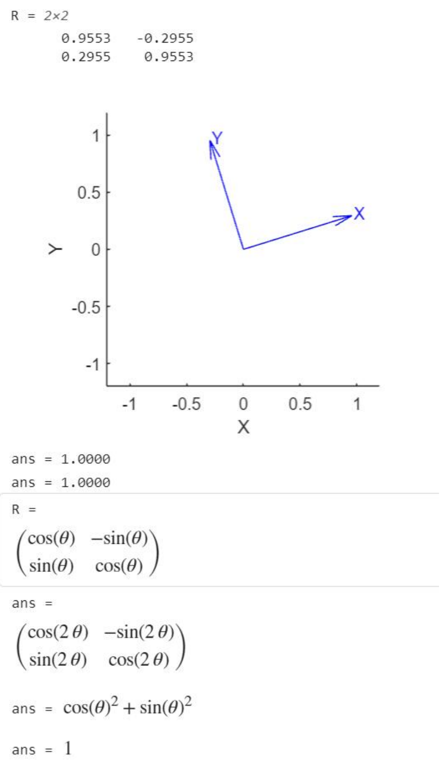


图 1

2.2.1.2 Matrix Exponential for Rotation

实验结果如图 2 所示，由实验结果可知，旋转矩阵的值以指数的形式存在；此外，认识到可以通过反对称矩阵和指数转换来生成旋转矩阵。

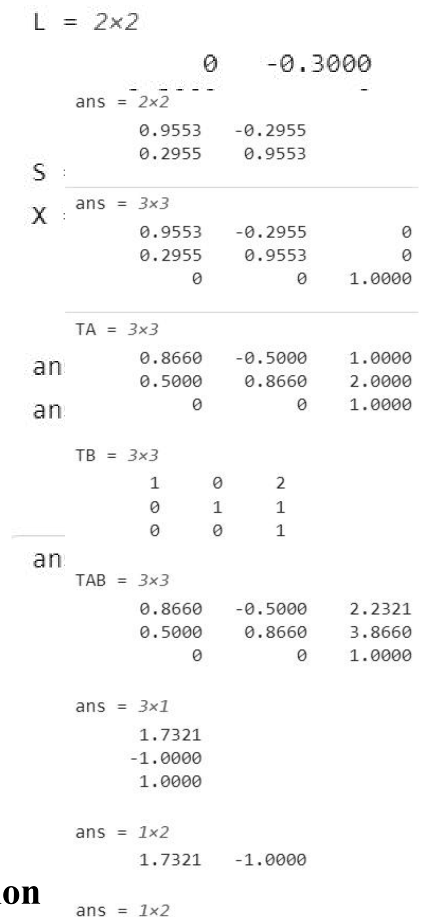


图 3

2.2.2.1 2D Homogeneous Transformation

Matrix

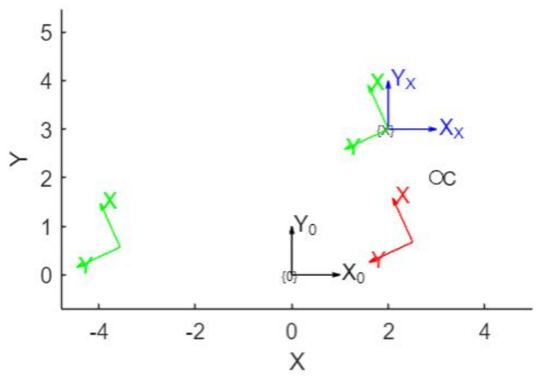
实验结果如图 3 所示，由实验结果可知，

齐次矩阵包含了平行位移和旋转的信息，方便一次对坐标轴或点进行变换；除此，齐次矩阵的变换顺序是先平行位移再进行旋转。

2.2.2.2 Rotating a Coordinate Frame

实验结果如图 4 所示，由实验结果可知，不同的坐标轴进行不同的旋转和位移。

```
TC = 3×3
   -0.4161   -0.9093    6.0670
    0.9093   -0.4161    0.1044
         0         0    1.0000
```



2.2.2.3 Matrix Exponential for Pose

实验结果如图 5 所示，由实验结果可知，利用指数转化可以得到齐

次变换矩阵以及增广反对称矩阵和向量间的转换。

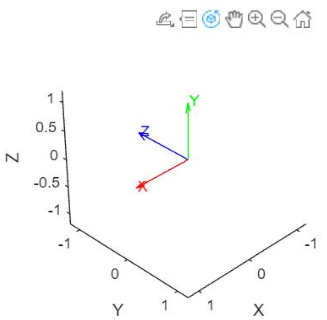
```
L = 3x3
         0   -2.0000    4.0000
    2.0000         0   -6.0000
         0         0         0

S = 1x3
    2.0000    4.0000   -6.0000

ans = 3x3
   -0.4161   -0.9093    6.0670
    0.9093   -0.4161    0.1044
         0         0    1.0000

X = 3x3
     0    -1     2
     1     0     3
     0     0     0

ans = 1x3
     1     2     3
```

图 5

2.3.1.1 3D Rotation Matrix

实验结果如图 6、7 所示，由实验结果可知，坐标轴绕参考坐标轴进行了旋转，并且通过动态演示了旋转过程。

```
R = 3x3
     1     0     0
     0     0    -1
     0     1     0
```



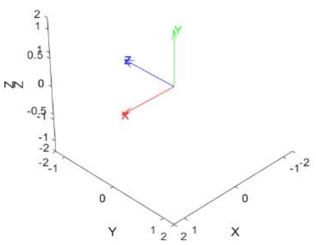


图 6

2.3.1.2 Three-Angle Representations

实验结果如图 8 所示，由实验结果可

```
R = 3x3
    0.9021   -0.3836   -0.1977
    0.3875    0.9216   -0.0198
    0.1898   -0.0587    0.9801

R = 3x3
    0.9021   -0.3836   -0.1977
    0.3875    0.9216   -0.0198
    0.1898   -0.0587    0.9801

gamma = 1x3
    0.1000   -0.2000    0.3000

R = 3x3
    0.9021   -0.3836    0.1977
    0.3875    0.9216    0.0198
   -0.1898    0.0587    0.9801

gamma = 1x3
   -3.0416   -0.2000   -2.8416

ans = 3x3
    0.9021   -0.3836    0.1977
    0.3875    0.9216    0.0198
   -0.1898    0.0587    0.9801

R = 3x3
    0.9211   -0.3894         0
    0.3894    0.9211         0
         0         0    1.0000

ans = 1x3
         0         0    0.4000

R = 3x3
    0.9363   -0.2751    0.2184
    0.2896    0.9564   -0.0370
   -0.1987    0.0978    0.9752

gamma = 1x3
    0.3000    0.2000    0.1000

R = 3x3
    0.9752   -0.0978    0.1987
    0.1538    0.9447   -0.2896
   -0.1593    0.3130    0.9363

gamma = 1x3
    0.3000    0.2000    0.1000
```

知，三轴的不同的旋转矩阵有着对应的欧几里得三维矩阵的转换。

图 8

2.3.1.5 Rotation about an Arbitrary Vector

实验结果如图 9 所示，由实验结果可知，旋转矩阵值与轴角矩阵的特征值和特征向量之间存在对应关系。

```
ans = 1×4
      0.7900    0.5834    0.1886    0.3655

x = 3×3 complex
    -0.7900 + 0.0000i   -0.1
    -0.5834 + 0.0000i   -0.0
    -0.1886 + 0.0000i    0.6

e = 3×3 complex
     1.0000 + 0.0000i    0.0
     0.0000 + 0.0000i    0.9
     0.0000 + 0.0000i    0.0

theta = 0.3655
R = 3×3
      1.0000         0
           0    0.9553   -0
```

```
R = 3×3
      1.0000         0         0
           0    0.9553   -0.2955
           0    0.2955    0.9553

L = 3×3
           0         0         0
           0         0   -0.3000
           0    0.3000         0

S = 1×3
      0.3000         0         0

ans = 3×3
      1.0000         0         0
           0    0.9553   -0.2955
           0    0.2955    0.9553

ans = 3×3
      1.0000         0         0
           0    0.9553   -0.2955
           0    0.2955    0.9553

X = 3×3
     0    -3     2
     3     0    -1
    -2     1     0

ans = 1×3
     1     2     3
```

2.3.1.6 Matrix Exponential for Rotation

实验结果如图 10 所示，由实验结果可知，

三维旋转矩阵也可以通过指数转换得到反对称矩阵。

图 10

2.3.1.7 Unit Quaternions

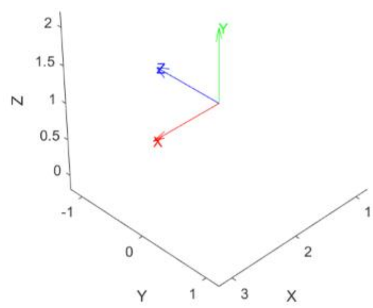
实验结果如图 11 所示，由实验结果可知，四元矩阵的四次方为 1，四元矩阵的二次方的聚类结果恰好是其实部。

```
q = quaternion
     0.98877 + 0.14944i +       0j +       0k
ans = quaternion
     0.95534 - 0.29552i +       0j +       0k
ans = quaternion
     1 + 0i + 0j + 0k
ans = 3×3
      1.0000         0         0
           0    0.8253   -0.5646
           0    0.5646    0.8253

ans = 1×4
      0.9553    0.2955         0         0
```

```
ans = 1×3
   T = 4×4
          1     0     0     2
          0     0    -1     0
          0     1     0     1
          0     0     0     1
```

2.3.2.1 Homogeneous Transformation Matrix

实验结果如图 12 所示，由实验结果可知，通过齐次变换矩阵可以实现




```
ans = 3×3
      1     0     0
      0     0    -1
      0     1     0
ans = 1×3
```

图 12

坐标轴的位姿变换，包括位移和旋转。

2.3.2.2 Matrix Exponential for Pose

实验结果如图 13 所示，由实验结果可知，可以通过指数转换来得到增广反对称矩阵。

```
T = 4×4
    1.0000         0         0    2.0000
         0    0.9553   -0.2955    3.0000
         0    0.2955    0.9553    4.0000
         0         0         0    1.0000

L = 4×4
         0         0         0    2.0000
         0         0   -0.3000    3.5775
         0    0.3000         0    3.5200
         0         0         0         0

S = 1×6
    0.3000         0         0    2.0000    3.5775    3.5200

ans = 4×4
    1.0000         0         0    2.0000
         0    0.9553   -0.2955    3.0000
         0    0.2955    0.9553    4.0000
         0         0         0    1.0000

X = 4×4
     0    -3     2     4
     3     0    -1     5
    -2     1     0     6
     0     0     0     0

ans = 1×6
     1     2     3     4     5     6
```

图 13

指导教师批阅意见：   成绩评定：   指导教师签字： 年　　月　　日
备注：

注：1、报告内的项目或内容设置，可根据实际情况加以调整和补充。

2、教师批改学生实验报告时间应在学生提交实验报告时间后 10 日内。