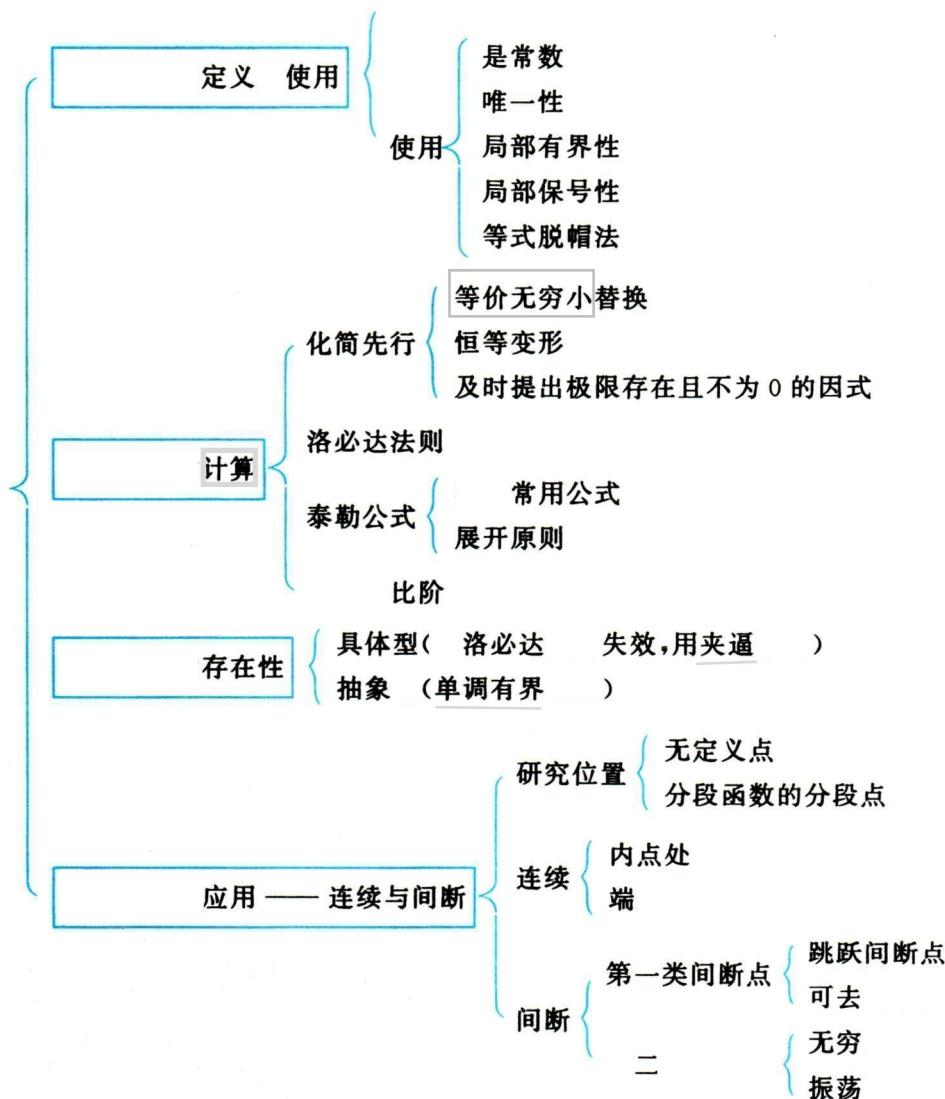
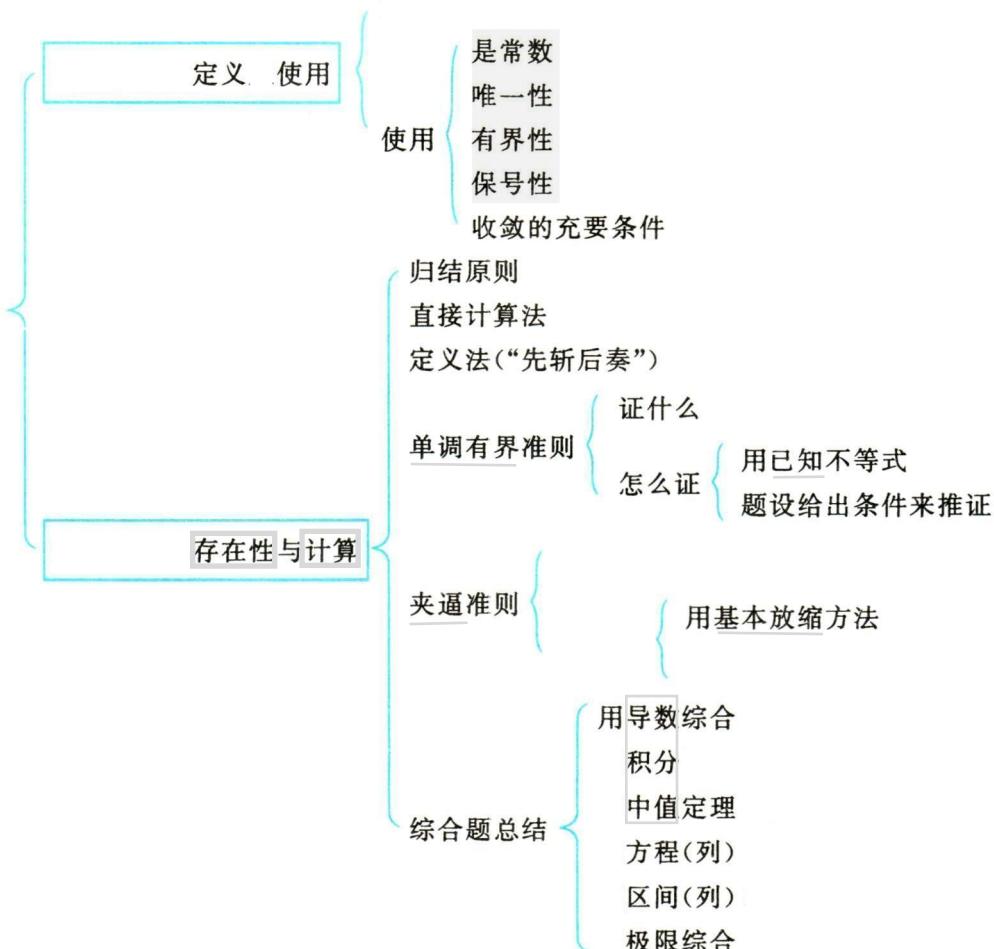


第1讲 函数极限与连续



第2讲 数列极限



第3讲

一元函数微分学的概念

定义(导数在一点的问题)

分段函数(或含绝对值函数)在分段点

抽象函数在一点
特指点 x_0
泛指点 x

四则运算中的特殊点

太复杂的函数
 $f = f_1 + f_2$
 $f = f_1 \cdot f_2 \cdot \dots \cdot f_n$
求导公式无定义的点

微分

定义

可微的充要条件

一阶微分形式的不变性

第4讲

一元函数微分学的计算

基本求导公式

复合

隐

反

分段

(含绝对值)

{ 在分段点用导数定义求导(定义法)
在非分段点用导数公式求导(公式法)

对数

幂指

参数方程

高阶导数

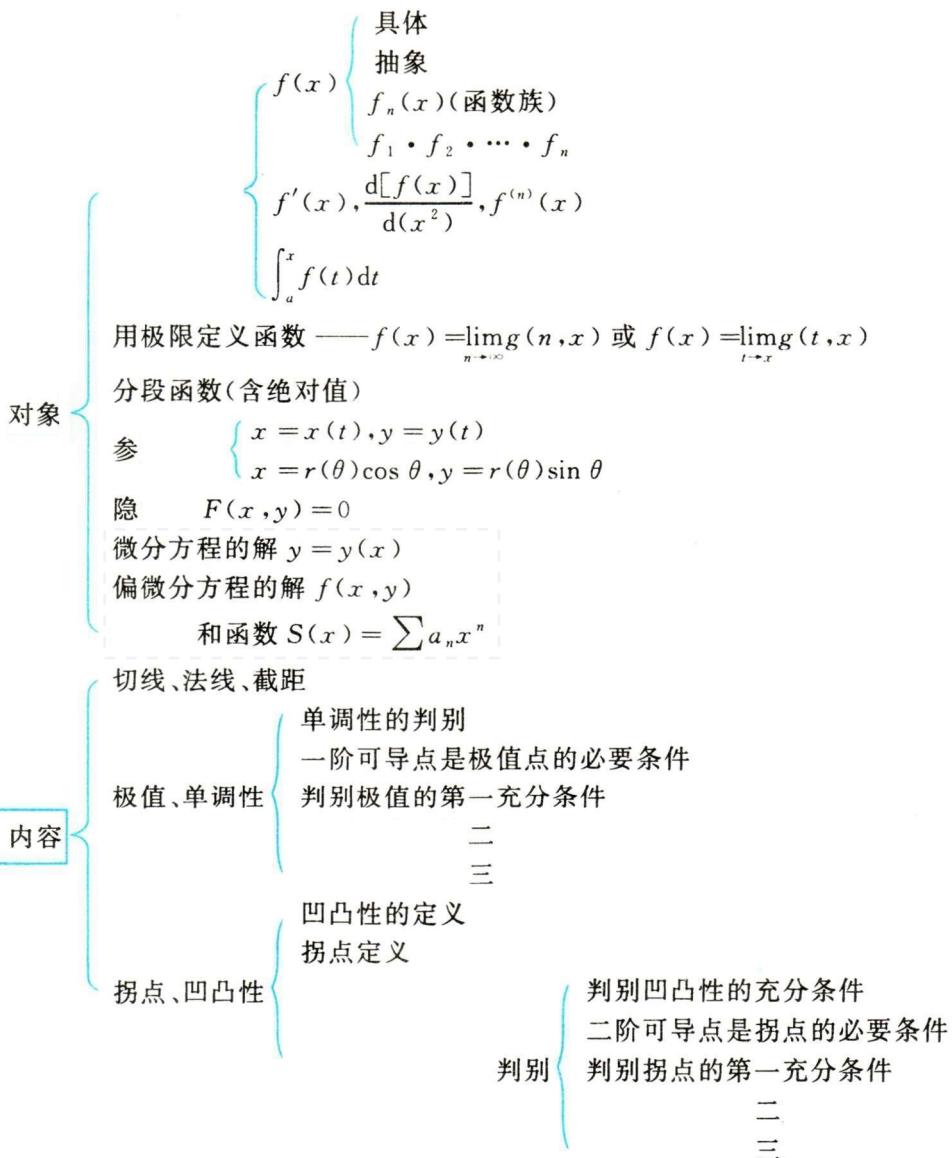
归纳法

莱布尼茨公式

泰勒展开式

第5讲

一元函数微分学的应用（一） ——几何应用



极值点与拐点的重要结论

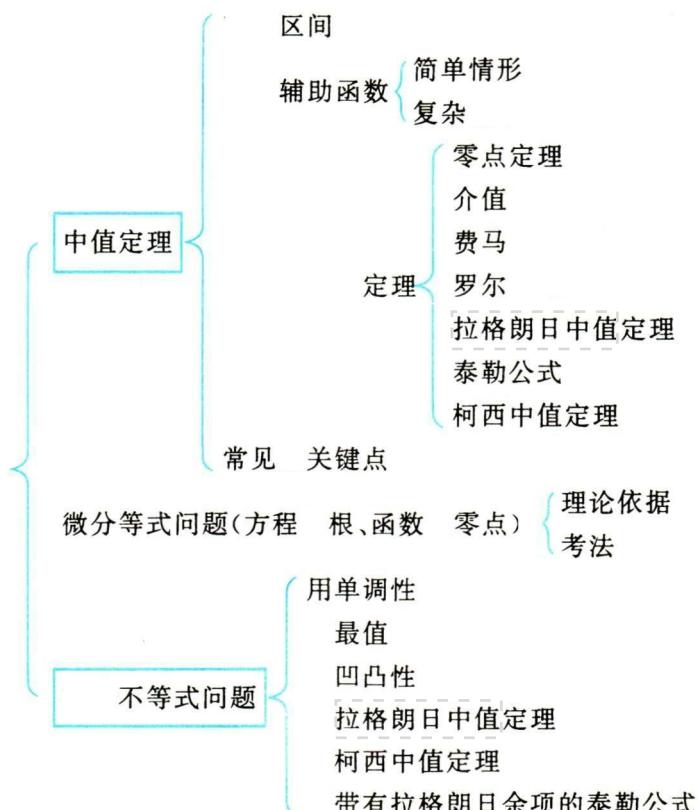
渐近线 { 铅直渐近线
 水平
 斜

最值(值域) { 求区间 $[a, b]$ 上连续函数的最大值和最小值
 (a, b) 内 最值或者取值范围

曲率 曲率半径

第6讲

一元函数微分学的应用（二） ——中值定理、微分等式与 微分不等式



第8讲

一元函数和力学的概念与性质

奇偶性、周期性

7条关系

积分比大小

用公式或几何意义
用保号性 { 看正负作差

定义

基本形 (凑成 $\frac{i}{n}$) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f\left(0 + \frac{1-0}{n}i\right) \frac{1-0}{n} = \int_0^1 f(x) dx$
 $= \sum_{i=0}^{n-1}$

放缩 (凑不成 $\frac{i}{n}$)

夹逼准则
放缩后再凑 $\frac{i}{n}$

变量 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f\left(0 + \frac{x-0}{n}i\right) \frac{x-0}{n} = \int_0^x f(t) dt$

反常积分的判敛

{ 概念
判别

第9讲

一元函数积分学的计算

基本积分公式

不定

计算

凑微分法

换元法

分部积分法

有理函数的积分

定义

思想

方法

对称区间上的积分问题

周期性下

区间再现下

华里士公式

定积分分部积分法中的“升阶”“降阶”问题

分段函数的定积分

求分段函数的变限积分

直接求导型

换元

拆分

换序型

变限

反常

第10讲

一元函数积分学的应用（一）

——几何应用

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) \\ f_n(x) \text{ (函数族)} \\ f_1 \cdot f_2 \cdot \dots \cdot f_n \\ f'(x), \frac{d[f(x)]}{d(x^2)}, f^{(n)}(x) \\ \int_a^x f(t) dt \end{array} \right.$$

用极限定义函数 —— $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} g(n, x)$ 或 $f(x) = \lim_{t \rightarrow x} g(t, x)$

对象 分段 (含绝对值)

参 方 $\begin{cases} x = x(t), y = y(t) \\ x = r(\theta) \cos \theta, y = r(\theta) \sin \theta \end{cases}$

隐 $F(x, y) = 0$

微分方程 解 $y = y(x)$

偏微分方程 解 $f(x, y)$

和函数 $S(x) = \sum a_n x^n$

面积

旋转体体积

平均值

平面曲线 弧长

旋转曲面 面积(侧面积)

“平面上的曲边梯形” 形心坐标公式

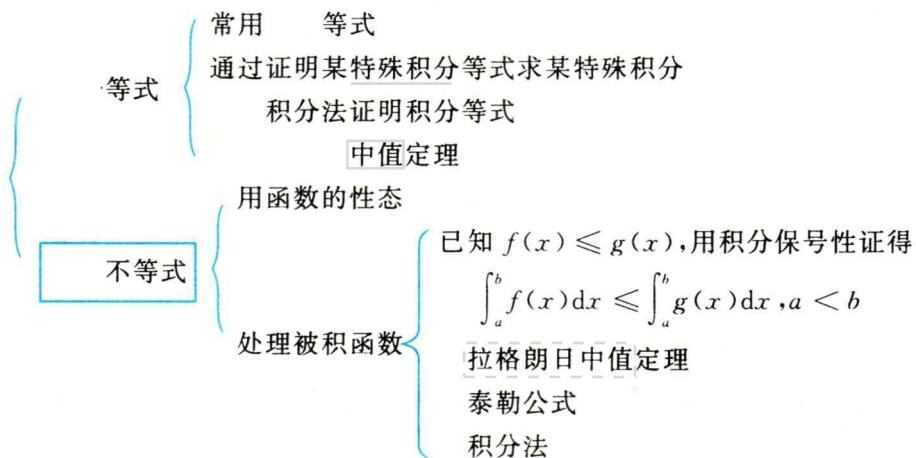
平行截面面积为已知 立体体积

内容

第11讲

一元函数积分学的应用（二）

——积分等式与积分不等式



第12讲

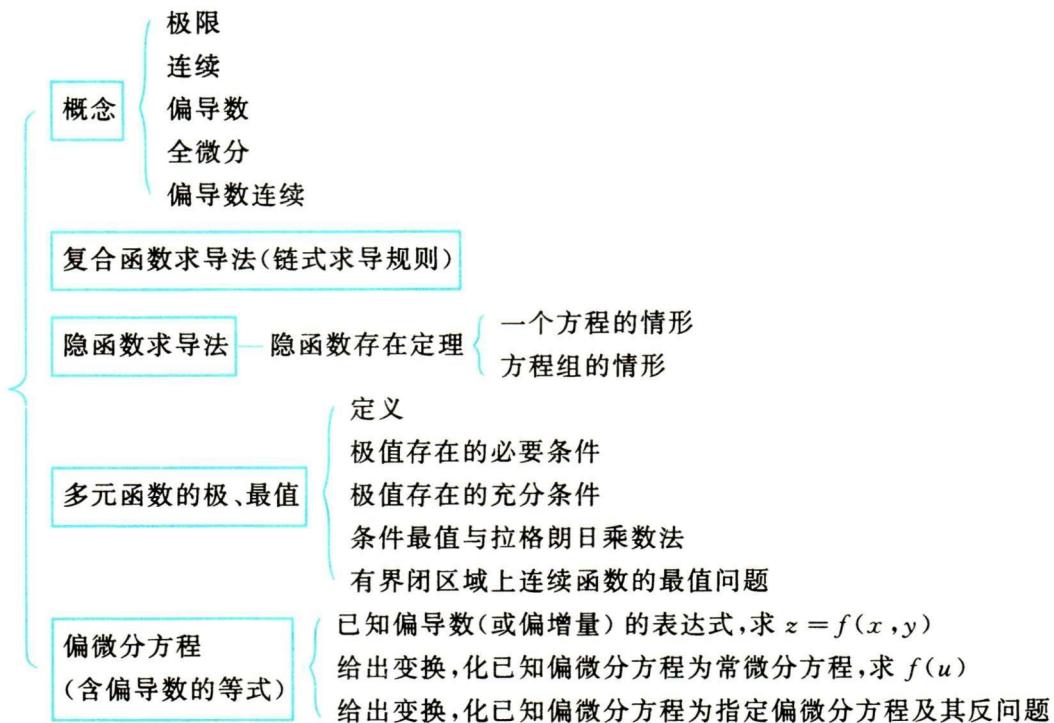
一元函数积分学的应用（三）

——物理应用与经济应用

微元法

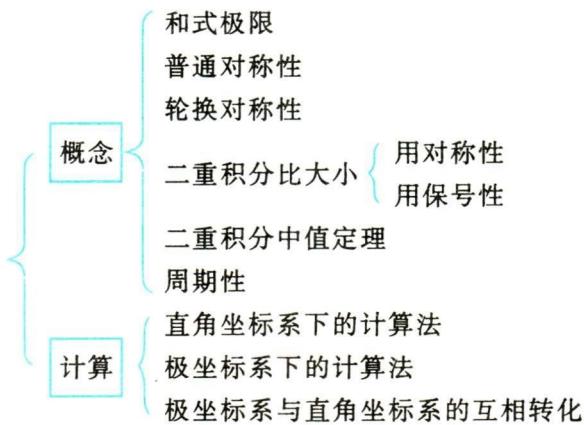
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{位移大小} = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt \\ \text{总路程} = \int_{t_1}^{t_2} |v(t)| dt \\ \text{变力沿直线做功} = W = \int_a^b F(x) dx \\ \text{压力} = P = \rho g \int_a^b x [f(x) - h(x)] dx \\ \text{质心} = \bar{x} = \frac{\int_a^b \bar{x} \rho(x) dx}{\int_a^b \rho(x) dx} \end{array} \right.$$

第13讲 多元函数微分学



第14讲

二重积分



第15讲 微分方程

一阶微分方程的求解

能写成 $y' = f(x) \cdot g(y)$

能写成 $y' = f(ax + by + c)$

能写成 $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$

能写成 $\frac{1}{y} = f\left(\frac{x}{y}\right)$

能写成 $y' + p(x)y = q(x)$

能写成 $y' + p(x)y = q(x)y^n$ ($n \neq 0, 1$) (伯努利方程) (仅数学一)

二阶可降阶微分方程的求解(仅数学一、数学二)

能写成 $y'' = f(x, y')$

能写成 $y'' = f(y, y')$

能写成 $y'' + py' + qy = f(x)$

能写成 $y'' + py' + qy = f_1(x) + f_2(x)$

能写成 $x^2y'' + pxy' + qy = f(x)$ (欧拉方程) (仅数学一)

n 阶常系数齐次线性微分方程的解

用换元法求解微分方程

用求导公式逆用来换元

用自变量、因变量或 x, y 地位互换来换元

用极限、导数或积分等式建方程

用曲线切线斜率

用两曲线 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的公切线斜率

用截距

用面积

用体积

用平均值

用弧长(仅数学一、数学二)

用侧面积(仅数学一、数学二)

用曲率(仅数学一、数学二)

用形心(仅数学一、数学二)

用变化率建方程

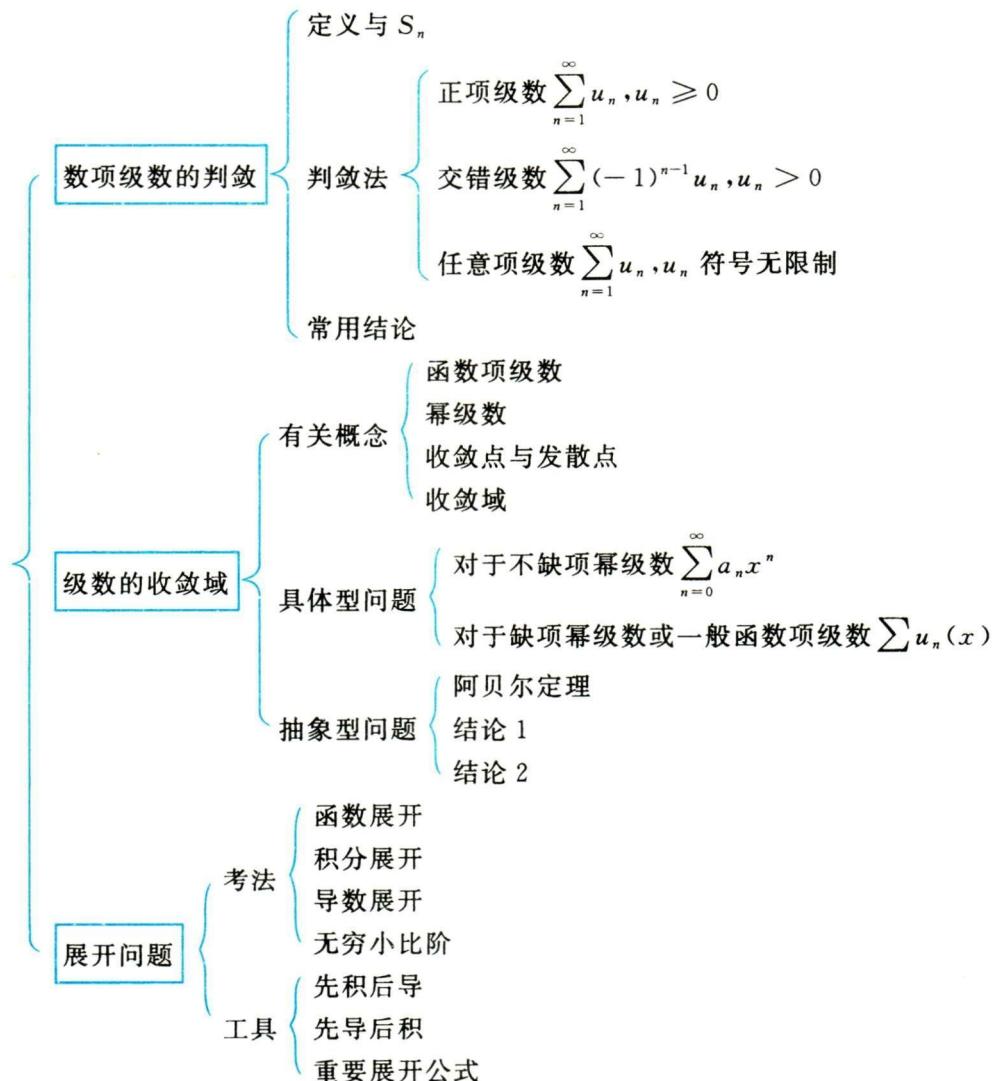
差分方程(仅数学三)

齐次差分方程的通解

非齐次差分方程的解

第16讲

无穷级数（仅数学一、数学三）



求和问题

- { 直接套公式
- 用先积后导或先导后积求和函数
- 用所给微分方程求和函数
- 建立微分方程并求和函数
- 综合题

傅里叶级数(仅数学一)

- { 周期为 $2l$ 的傅里叶级数
- 狄利克雷收敛定理
- 正弦级数和余弦级数
- 只在 $[0, l]$ 上有定义的函数的正弦级数和余弦级数展开

第17讲

多元函数和力学的预备知识 (仅数学一)

向量的运算及其应用

数量积(内积、点积)及其应用
向量积(外积、叉积)及其应用
混合积及其应用
向量的方向角和方向余弦

平面、直线及位置关系

平面 一般式
 点法式
 三点式
 截距式
 平面束方程

直线 一般式
 点向式
 参数式
 两点式

位置关系 点到直线的距离
 点到平面的距离
 直线与直线
 平面与平面
 平面与直线

空间曲线的切线与法平面

曲线由参数方程给出
曲线由方程组给出

空间曲面的切平面与法线

曲面由隐式方程给出
曲面由显式函数给出

空间曲线在坐标面上的投影

旋转曲面: 曲线 Γ 绕一条定直线旋转一周所形成的曲面

场论初步

方向导数
梯度
方向导数与梯度的关系
散度
旋度

第18讲 多元函数积分学（仅数学一）

