

# Verifica della legge dell'inverso del quadrato della distanza per l'intensità luminosa

## 1 Motivazione

Data una sorgente luminosa puntiforme  $S$ , la teoria fornisce il valore dell'intensità luminosa  $I$  in un punto  $P$  a distanza  $r = \overline{PS}$  dalla sorgente attraverso la relazione

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \propto \frac{1}{r^2},$$

dove  $P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$  è la potenza erogata dalla sorgente.

Si vuole verificare sperimentalmente la dipendenza dell'intensità luminosa dall'inverso del quadrato della distanza utilizzando sensori di distanza e luminosità collegati ad un software di analisi dati attraverso la piattaforma [arduino](#).

## 2 Strumentazione

- Arduino UNO
- Sensore di luminosità (LDR) ([datasheet](#))
- Sensore di distanza ad ultrasuoni HC-SR04 ([datasheet](#))
- LED RGB
- Batteria al litio da 3 V

## 3 Setup sperimentale

Una buona sorgente luminosa puntiforme omnidirezionale può essere ottenuta alimentando un LED (meglio se verde, dato il picco di sensibilità della fotocella sui 520 nm circa) con una batteria al litio da 3 V (vedi fig. 1). Il LED deve essere inserito all'interno di un cartoncino nero (vedi fig. 2) al fine di poter misurare contemporaneamente intensità luminosa e distanza dalla sorgente. Naturalmente, l'esperimento va eseguito in condizioni di buio ambientale.

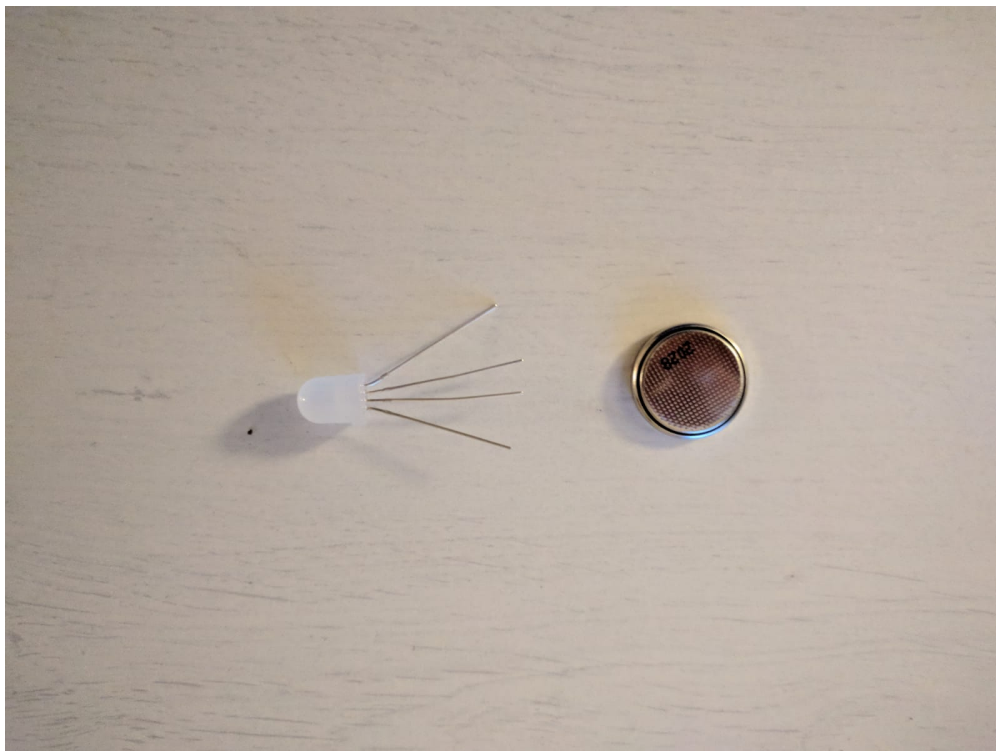


Figura 1: LED RGB (sinistra) e batteria al litio da 3 V (destra).

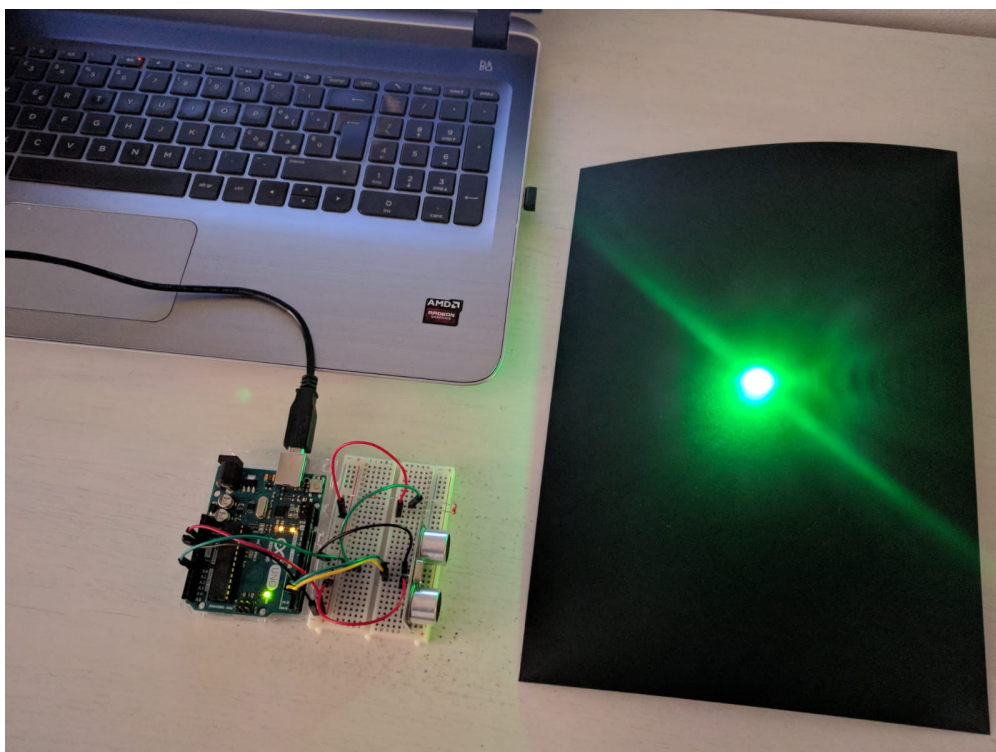


Figura 2: Il setup sperimentale.

### 3.1 Schema del circuito

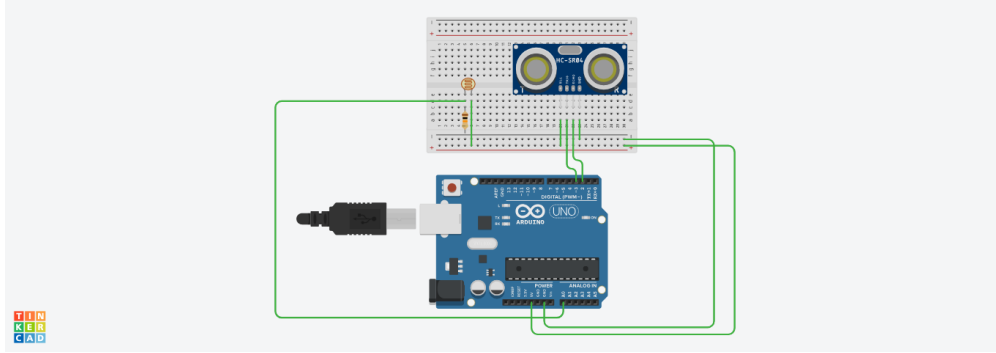


Figura 3: Schema del circuito.

### 3.2 Sensore di luminosità

La luminosità, a cui è sensibile la fotoresistenza  $R_x$ , viene determinata dalla lettura del potenziale  $V$  fra la fotoresistenza ed un resistore  $R$  da  $10\text{ k}\Omega$  in serie. Uguagliando le correnti che attraversano  $R$  ed  $R_x$  abbiamo

$$\frac{V}{R} = \frac{\varepsilon - V}{R_x},$$

dove  $\varepsilon = 5\text{ V}$  è la tensione fornita al circuito dalla scheda Arduino UNO. Ne segue che

$$R_x \propto \frac{\varepsilon - V}{V}.$$

In base alle specifiche della fotoresistenza si può considerare una proporzionalità inversa fra intensità luminosa  $I$  e resistenza  $R_x$  della fotocella. Si può dunque concludere che

$$I \propto \frac{V}{\varepsilon - V}.$$

La grandezza misurata sarà quindi l'intensità adimensionale

$$\frac{I}{I_0} = \frac{V}{\varepsilon - V},$$

dove  $I_0$  è l'intensità corrispondente ad una tensione  $V = \frac{1}{2}\varepsilon = 2.5\text{ V}$  e il cui valore non ha particolare interesse ai fini dell'esperimento.

Per quanto riguarda l'incertezza dell'intensità misurata possiamo assumere un'incertezza unitaria  $\Delta y$  sulla lettura digitale  $y$  sul pin A0 e propagare l'errore su  $\frac{I}{I_0}$ . Considerato che  $V = cy$  con  $c = \frac{5.0}{1023}\text{ V}$ , otteniamo

$$\Delta \left( \frac{I}{I_0} \right) = \frac{d}{dy} \left( \frac{cy}{\varepsilon - cy} \right) \Delta y = \frac{c\varepsilon}{(\varepsilon - V)^2}.$$

### 3.3 Sensore di distanza ad ultrasuoni

In base alle specifiche del sensore HC-SR04 si può considerare l'incertezza sulle misure di distanza pari a  $\Delta r = 0.3\text{ cm}$ .

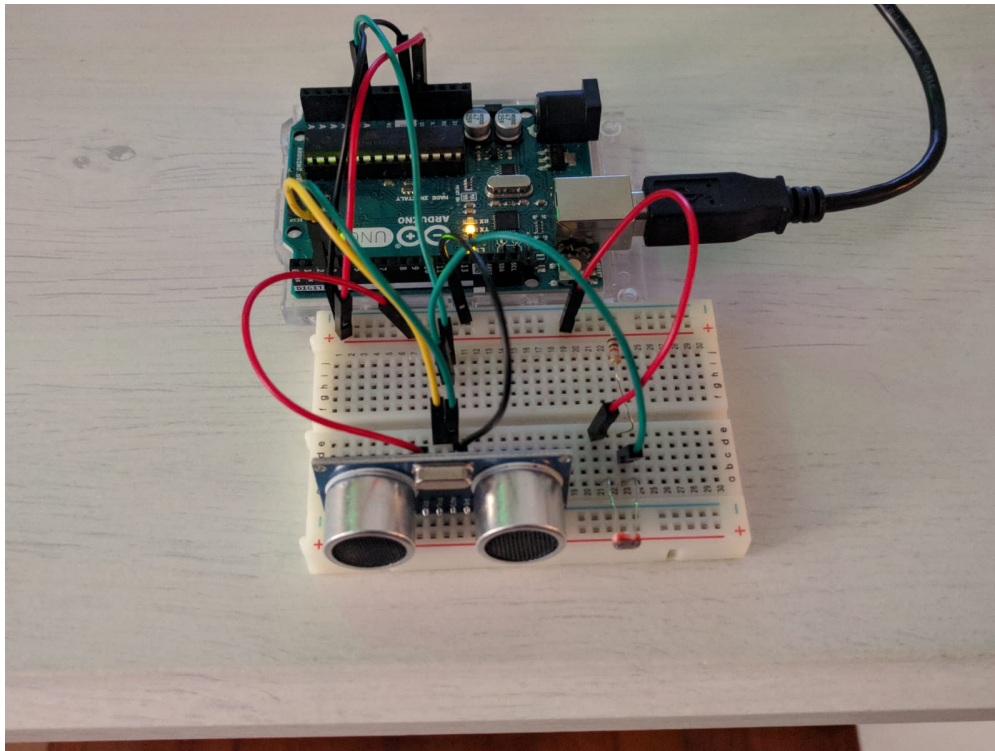


Figura 4: Implementazione del circuito sulla scheda Arduino UNO.

### 3.4 Codice arduino

Il codice caricato sull'arduino UNO è il seguente.

```
int photocellPin = A0;
int triggerPin = 2;
int echoPin = 3;

float speedOfSound = 0.034; // cm / microseconds

void setup() {
  pinMode(triggerPin, OUTPUT);
  pinMode(echoPin, INPUT);
  Serial.begin(9600);
}

void loop() {
  float t = millis() / 1000.0; // secondi dall'avvio del programma
  int photocellValue = analogRead(photocellPin); // lettura della fotoresistenza
  float V = photocellValue * 5.0 / 1023.0; // conversione in tensione
  float intensity = V / (5.0 - V); // conversione in intensità
  float intensity_err = 0.024 / ((5.0 - V) * (5.0 - V)); // incertezza
  digitalWrite(triggerPin, LOW);
  digitalWrite(triggerPin, HIGH);
  delayMicroseconds(10);
}
```

```

digitalWrite(triggerPin, LOW);
float dt = pulseIn(echoPin, HIGH); // lettura del tempo di andata e ritorno
float distance = speedOfSound * dt / 2; // calcolo della distanza
float distance_err = 0.3; // incertezza
// controlla che il valore sia nel range di sensibilità, quindi stampa le misure
if (distance > 2 && distance < 400) {
    Serial.print(t);
    Serial.print(" ");
    Serial.print(distance, 1);
    Serial.print(" ");
    Serial.print(distance_err, 1);
    Serial.print(" ");
    Serial.print(intensity, 4);
    Serial.print(" ");
    Serial.println(intensity_err, 4);
}
delay(300);
}

```

### 3.5 Python

Al fine di analizzare adeguatamente i dati è necessario del software aggiuntivo. Il linguaggio python consente di interfacciarsi con arduino attraverso la porta seriale.

#### 3.5.1 Installazione

Il software python si trova alla pagina <https://www.python.org/downloads/> (durante l'installazione spuntare la voce Add to Path). Una volta installato python è necessario installare alcune librerie aggiuntive. Aprire dunque il terminale e inserire il comando

```
pip install pyserial numpy matplotlib jupyter-notebook
```

#### 3.5.2 Modalità di acquisizione dati

I dati possono essere acquisiti in diversi modi:

- Grafici in tempo reale: eseguire il programma `plotter.py` attraverso il comando da terminale (verificare che la porta di arduino sia COM3 o modificare il programma)

```
python plotter.py
```

- Esportazione su foglio di calcolo: eseguire il programma `arduino2excel.py` attraverso il comando da terminale (verificare che la porta di arduino sia COM3 o modificare opportunamente il programma)

```
python arduino2excel.py
```

L'output del programma è un file in formato csv che può essere importato da excel.

- [jupyter](#) notebook: aprire il il notebook `relazione.ipynb` con il comando da terminale

jupyter notebook relazione.ipynb

Il codice contenuto nelle celle del notebook può essere eseguito in modalità interattiva con la combinazione Ctrl+Invio sulla cella selezionata (per maggiori informazioni su jupyter notebook consultare <https://jupyter-notebook.readthedocs.io/en/stable/>).

## 4 Acquisizione dati

Riportiamo una serie di 50 dati acquisiti.

#	$r$ (cm)	$\Delta r$ (cm)	$\frac{I}{I_0}$	$\Delta \left( \frac{I}{I_0} \right)$
0	3.1	0.3	2.9195	0.015
1	3.0	0.3	2.4915	0.0119
2	3.3	0.3	2.217	0.0101
3	3.9	0.3	1.9912	0.0087
4	3.8	0.3	1.8182	0.0078
5	4.2	0.3	1.5511	0.0064
6	4.6	0.3	1.4014	0.0056
7	4.9	0.3	1.2239	0.0048
8	5.3	0.3	1.1136	0.0044
9	6.1	0.3	1.0098	0.0039
10	6.3	0.3	0.8875	0.0035
11	6.6	0.3	0.8235	0.0033
12	7.1	0.3	0.7638	0.003
13	7.9	0.3	0.7022	0.0028
14	8.0	0.3	0.6368	0.0026
15	8.4	0.3	0.586	0.0025
16	9.5	0.3	0.5246	0.0023
17	10.3	0.3	0.4614	0.0021
18	10.8	0.3	0.3995	0.0019
19	12.2	0.3	0.3496	0.0018
20	13.0	0.3	0.3048	0.0017
21	14.2	0.3	0.274	0.0016
22	15.1	0.3	0.2476	0.0015
23	16.2	0.3	0.2222	0.0015
24	17.1	0.3	0.2007	0.0014
25	18.6	0.3	0.1827	0.0014
26	19.4	0.3	0.1638	0.0013
27	20.7	0.3	0.1481	0.0013
28	21.9	0.3	0.1354	0.0013
29	22.5	0.3	0.1242	0.0012
30	23.7	0.3	0.1156	0.0012
31	25.1	0.3	0.1083	0.0012
32	26.1	0.3	0.1	0.0012
33	26.6	0.3	0.0941	0.0012
34	27.3	0.3	0.0895	0.0012

#	$r$ (cm)	$\Delta r$ (cm)	$\frac{I}{I_0}$	$\Delta \left( \frac{I}{I_0} \right)$
35	28.1	0.3	0.086	0.0012
36	29.4	0.3	0.0803	0.0011
37	28.1	0.3	0.0837	0.0011
38	26.2	0.3	0.0965	0.0012
39	24.0	0.3	0.1095	0.0012
40	22.5	0.3	0.1205	0.0012
41	21.2	0.3	0.1341	0.0013
42	19.6	0.3	0.1533	0.0013
43	17.9	0.3	0.184	0.0014
44	15.0	0.3	0.2415	0.0015
45	12.7	0.3	0.32	0.0017
46	10.4	0.3	0.413	0.002
47	9.0	0.3	0.536	0.0023
48	7.0	0.3	0.7078	0.0029
49	5.7	0.3	0.9903	0.0039

## 5 Analisi dati

Riportiamo il grafico distanza-intensità per i dati grezzi (vedi fig. 5).

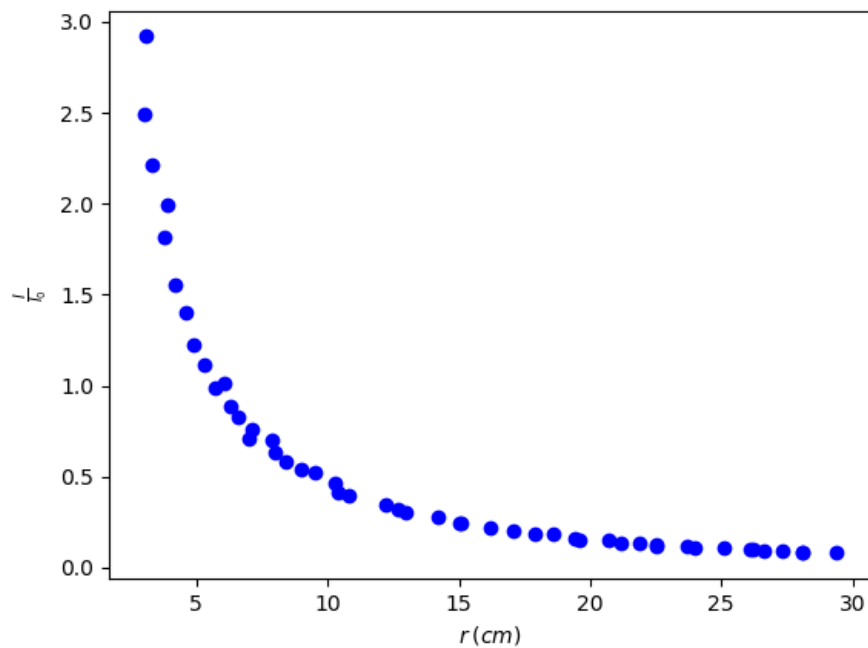


Figura 5: La relazione distanza-intensità.

Verifichiamo ora che  $\frac{1}{r^2}$  e  $I$  siano effettivamente proporzionali.

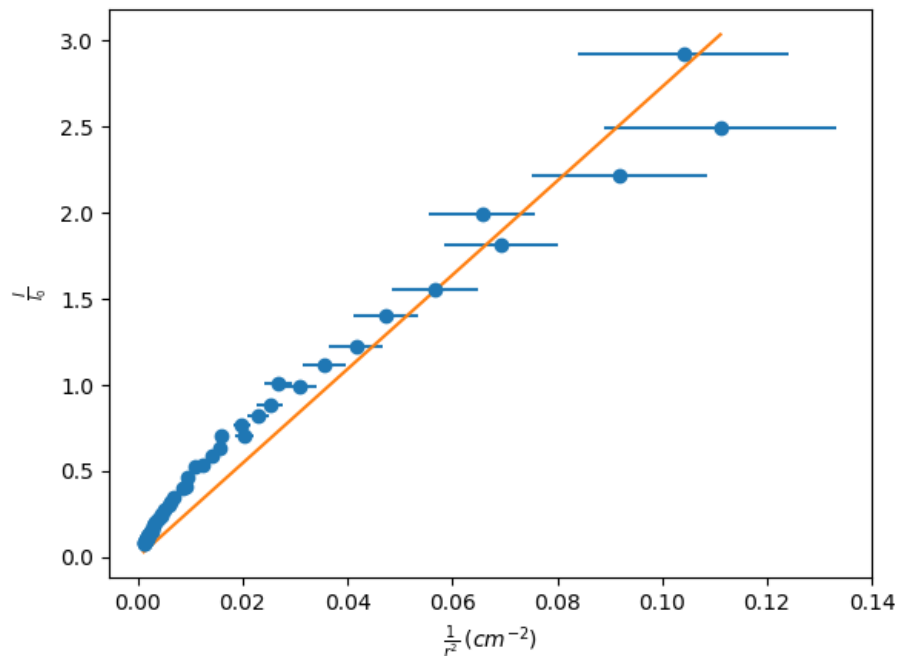


Figura 6: La relazione distanza-intensità linearizzata.

La retta nel grafico di fig. 6 rappresenta il *best fit*. Il coefficiente angolare di tale retta corrisponde a  $\frac{P}{4\pi}$ .

## 6 Conclusioni

Come si può osservare dal grafico in fig. 6, la legge dell'inverso del quadrato della distanza può considerarsi adeguatamente verificata entro le incertezze sperimentali, dominate, specialmente alle piccole distanze, dalla scarsa sensibilità del sensore HC-SR04. Da sottolineare anche una probabile sottovalutazione dell'incertezza sulla luminosità determinata dalla scarsa documentazione della fotocella.

Altre fonti di errore che meriterebbero attenzione sono

- il fondo luminoso, difficile da eliminare totalmente
- la precisa relazione luminosità-resistenza delle fotocelle, non ben documentata nel datasheet della fotoresistenza.