

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{3}{2}} (\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x}) = \underline{\hspace{2cm}}.$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} [\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i^x]^{\frac{1}{x}} = \underline{\hspace{2cm}}.$
3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x}{\ln x - x + 1} = \underline{\hspace{2cm}}.$
4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{3x-5}{x^3 \sin \frac{1}{x^2}} - 3) \sin x^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$
5. 已知 $f(x)$ 满足 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \frac{f(x)}{1-\cos x})}{2^x - 1} = 4$, 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^3}.$
6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\sqrt[4]{x^4 + x^3 + x^2 + x + 1} - \sqrt[3]{x^3 + x^2 + x + 1} \frac{\ln(x + e^x)}{x}] = \underline{\hspace{2cm}}.$
7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(\pi\sqrt{1+n^2}) = \underline{\hspace{2cm}}.$
8. $\lim_{n \rightarrow +\infty} n \sin(2\pi en!) = \underline{\hspace{2cm}}.$
9. $f(x)$ 在 $x=0$ 附近有界, 且 $f(x) - \frac{1}{2}f(\frac{x}{2}) = x^2$, 求 $f(x).$
10. 设 $f(x) = \begin{cases} \sin x \ln(x^2 + 1)^2, & x \leq 0 \\ \frac{\sin x}{x(x^2 + 2x - 3)}, & x > 0 \end{cases}$, $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 有定义, 且函数 $e^x f(x)$ 和 $e^{-f(x)}$ 在 $(0, 1)$ 单调增, 证明 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上连续.
11. 已知 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 连续, 且 $\int_0^1 f(x) dx < -\frac{1}{2}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$, 证明 $\exists \xi, f(\xi) + \xi = 0$.
12. $\forall x, y \in [a, b], a \leq f(x) \leq b$, 且 $|f(x) - f(y)| \leq k|x - y|, k \in (0, 1)$, 证明 $\exists \xi \in [a, b], f(\xi) = \xi$.