

Modelación del riesgo en la cola de la distribución de eventos extremos en accidentes aéreos

Anthony Jiménez¹, Gustavo Amador²
Javier Hernández³, Luis Amey⁴

¹ Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica, San José, 11501, Costa Rica
`anthony.jimeneznavarro@ucr.ac.cr`

² Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica, San José, 11501, Costa Rica
`gustavo.amadorfonseca@ucr.ac.cr`

³ Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica, San José, 11501, Costa Rica
`javier.hernandeznavarro@ucr.ac.cr`

⁴ Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica, San José, 11501, Costa Rica
`luis.amey@ucr.ac.cr`

10 de julio de 2025

Resumen

La aviación comercial, a pesar de ser uno de los medios de transporte más seguros, enfrenta riesgos significativos en los casos poco frecuentes pero altamente catastróficos de accidentes aéreos. Este estudio analiza el riesgo asociado a eventos extremos en accidentes aéreos mediante la teoría de valores extremos, utilizando datos históricos entre 1908 y 2024. Se modeló la severidad de los siniestros más graves, ubicados en la cola superior de la distribución de pérdidas, a través de modelos GPD y GEV para excesos y máximos anuales, respectivamente. Los resultados evidencian colas pesadas en la distribución de costos totales, con estimaciones precisas de Valor en Riesgo (VaR) y Valor Esperado Condicional (TVaR) que reflejan la magnitud de los eventos más severos. Este análisis proporciona una caracterización cuantitativa robusta del comportamiento extremo en accidentes aéreos.

Keywords— Accidentes aéreos, eventos extremos, teoría de valores extremos, distribuciones de pérdida, severidad, seguros de no vida.

1. Introducción

A lo largo del siglo XX, la aviación comercial ha evolucionado hasta convertirse en uno de los medios de transporte más seguros. No obstante, los accidentes aéreos, aunque infrecuentes, tienen un impacto altamente catastrófico tanto en términos humanos como económicos. Su relevancia va más allá de las estadísticas de siniestralidad, afectando la estabilidad financiera y reputacional de aerolíneas, fabricantes y sistemas de control aeronáutico [1, 3].

Comprender el comportamiento estadístico de los accidentes más severos es crucial para la toma de decisiones en seguridad operacional, diseño de coberturas aseguradoras y planificación de políticas de mitigación. En particular, los eventos que se ubican en la cola superior de la distribución de pérdidas requieren herramientas específicas para su modelado.

La Teoría de Valores Extremos (EVT, por sus siglas en inglés) ofrece un marco estadístico robusto para el análisis de sucesos raros pero de gran severidad, como los siniestros extremos en aviación. Esta teoría permite estimar, con base en datos históricos, la magnitud potencial de eventos extremos y derivar medidas de riesgo fundamentales como el Valor en Riesgo (VaR) y el Valor Esperado Condicional (TVaR) [4, 5].

En este trabajo se aplican métodos derivados de EVT para analizar los accidentes aéreos más costosos ocurridos entre los años 1908 y 2024. Se utilizarán tanto el enfoque de máximos anuales, a través de la Distribución Generalizada de Valores Extremos (GEV), como el enfoque de excesos sobre umbral, mediante la Distribución Generalizada de Pareto (GDP). Ambos permiten caracterizar con precisión el comportamiento extremo de las pérdidas y estimar métricas clave para la gestión del riesgo catastrófico en el sector asegurador vinculado a la aviación.

2. Marco Teórico

2.1. Accidentes aéreos y eventos extremos

Un accidente aéreo se define como aquel en el que una persona fallece o sufre lesiones graves como consecuencia directa de la aeronave, el desprendimiento de partes o la exposición al chorro de un reactor [6]. Desde la perspectiva actuarial, estos eventos se consideran extremos por su baja frecuencia y alto impacto, lo cual los convierte en fenómenos complejos para el análisis estadístico convencional.

La comprensión de los eventos extremos es fundamental para la gestión del riesgo. Estos sucesos, como los accidentes aéreos de gran magnitud, requieren de enfoques teóricos que capten su naturaleza atípica y permitan modelar su comportamiento con precisión [5].

2.2. La teoría de valores extremos: enfoques GPD y GEV

La teoría de valores extremos ofrece un marco formal para el análisis de fenómenos situados en las colas de las distribuciones de probabilidad. A diferencia de la estadística tradicional, que se enfoca en el comportamiento medio, la EVT permite estimar la probabilidad de eventos severos y sus posibles magnitudes [5, 8].

Existen dos enfoques principales dentro de EVT. El primero es el modelo de bloques máximos, basado en el teorema de Fisher–Tippett–Gnedenko, que conduce a la Distribución Generalizada de Valores Extremos (GEV). Este modelo resulta útil cuando se analiza el valor máximo observado en periodos definidos, como el accidente más costoso de cada año.

El segundo enfoque es el modelo de *Peaks Over Threshold* (POT), sustentado en el teorema de Balkema–de Haan–Pickands, el cual utiliza la Distribución Generalizada de Pareto (GPD) para modelar los excesos sobre un umbral alto. Este método es especialmente útil cuando se dispone de múltiples observaciones extremas no agrupadas por periodo [9].

Ambos modelos son adecuados para estimar parámetros de cola y evaluar la probabilidad de pérdidas catastróficas. La elección entre GPD y GEV depende del tipo de información disponible y del objetivo específico del análisis.

2.3. Medidas de riesgo

Una de las principales aplicaciones de la teoría de valores extremos en el ámbito actuarial es la estimación del Valor en Riesgo (*Value at Risk*, VaR), una medida cuantitativa que permite evaluar la magnitud potencial de pérdidas en escenarios adversos. El VaR se interpreta como el umbral de pérdida que no se supera con una determinada probabilidad en un horizonte temporal específico. Desde el punto de vista operativo, esta métrica permite establecer límites de exposición al riesgo y estimar la cantidad mínima de capital necesario para cubrir eventos extremos bajo un nivel de confianza predefinido [4].

A su vez, el Valor Esperado Condicional (*Tail Value at Risk*, TVaR), representa el valor promedio de las pérdidas que exceden el VaR. A diferencia del VaR, que solo marca un punto de corte en la distribución, el TVaR proporciona información sobre la severidad de las pérdidas más allá de ese umbral, capturando así mejor el riesgo en la cola. Esta característica lo convierte en una medida más conservadora y coherente, especialmente cuando se trabaja con distribuciones de colas pesadas como las que describe la EVT [4].

De esta forma, el TVaR resulta más adecuado que el VaR para la toma de decisiones bajo incertidumbre extrema, ya que considera no solo la probabilidad de eventos extremos, sino también su impacto esperado [4].

3. Marco Metodológico

3.1. Selección del umbral y construcción de excesos

En el enfoque POT, el primer paso es determinar un umbral u suficientemente alto tal que los valores que lo exceden puedan considerarse eventos extremos. La elección de este umbral es crucial, ya que un valor demasiado bajo incluiría observaciones no extremas, y uno demasiado alto reduciría excesivamente la muestra [5]. Para su selección se utilizó el gráfico del exceso medio condicional, definido como:

$$e(u) = \mathbb{E}[X - u \mid X > u]$$

y una función de búsqueda automatizada basada en la estabilidad local de los incrementos de $e(u)$. Una vez determinado el umbral, los excesos $Y = X - u \mid X > u$ fueron utilizados para el ajuste del modelo GPD.

3.2. Ajuste de la distribución Pareto Generalizada

El modelo POT postula que, para un umbral suficientemente alto, la distribución de los excesos $Y = X - u$ converge a una distribución de Pareto Generalizada [5], cuya función de distribución es:

$$F(y) = 1 - \left(1 + \frac{\xi y}{\sigma}\right)^{-1/\xi}, \quad y > 0, \sigma > 0, \xi \in \mathbb{R}$$

donde σ es el parámetro de escala y ξ el parámetro de forma. El ajuste se realizó mediante máxima verosimilitud utilizando la función `gpd.fit()` del paquete `ismev`. Los gráficos diagnósticos y de densidad, proporcionados por la misma librería mediante la función `gpd.diag()`, permitieron evaluar la calidad del ajuste.

3.3. Ajuste de la distribución GEV a máximos anuales

De forma complementaria, se aplicó el modelo de bloques máximos sobre los valores máximos anuales de pérdidas. De acuerdo con el teorema de Fisher–Tippett–Gnedenko, si $M_n = \max\{X_1, \dots, X_n\}$, entonces M_n converge en distribución a una GEV [5], cuya función de distribución es:

$$F(x) = \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-1/\xi} \right\}, \quad \text{donde } 1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) > 0$$

donde μ es el parámetro de ubicación, $\sigma > 0$ el de escala, y ξ el de forma. El ajuste fue realizado con la función `fgev()` del paquete `evd`, y se evaluó mediante gráficos Q-Q, P-P y densidades comparadas.

3.4. Estimación de medidas de riesgo: VaR y TVaR

Una vez ajustados ambos modelos, se procedió a estimar el VaR y el TVaR a un nivel de confianza del 95 %.

a) Medidas bajo GPD

Sea $p_u = P(X > u)$ la proporción de observaciones que superan el umbral. Entonces, el VaR al nivel p se estima como:

$$\text{VaR}_p = u + \frac{\sigma}{\xi} \left[\left(\frac{1-p}{p_u} \right)^{-\xi} - 1 \right]$$

y el TVaR como:

$$\text{TVaR}_p = \frac{\text{VaR}_p}{1-\xi} + \frac{\sigma - \xi u}{1-\xi}, \quad \text{si } \xi < 1$$

b) Medidas bajo GEV

En el caso de la GEV, el VaR al nivel p se calcula como el cuantil de la distribución ajustada:

$$\text{VaR}_p = \mu + \frac{\sigma}{\xi} \left[(-\log p)^{-\xi} - 1 \right], \quad \text{si } \xi \neq 0$$

y para $\xi = 0$, se utiliza la versión del caso Gumbel:

$$\text{VaR}_p = \mu - \sigma \log(-\log p)$$

El TVaR, al no poseer una forma cerrada bajo GEV, fue estimado mediante integración numérica:

$$\text{TVaR}_p = \frac{1}{1-p} \int_p^1 \text{VaR}_q dq$$

4. Descripción de los datos

La base de datos [7] utilizada en este estudio recopila un total de 5,013 registros de accidentes aéreos ocurridos entre 1908 y 2024 y contiene 12 variables clave, las cuales se describen a continuación.

- **Year:** El año en que ocurrió el accidente.
- **Quarter:** El trimestre en que ocurrió el accidente.
- **Month:** El mes en que ocurrió el accidente.
- **Day:** El día en que ocurrió el accidente.
- **Country/Region:** El país o región del accidente.

- **Aircraft Manufacturer:** El fabricante de la aeronave.
- **Aircraft:** El modelo de la aeronave.
- **Location:** La ubicación específica del accidente.
- **Operator:** La aerolínea u operador de la aeronave en cuestión.
- **Ground:** La cantidad de muertes causadas por el accidente en tierra.
- **Fatalities:** La cantidad de muertes causadas por el accidente en la aeronave.
- **Aboard:** La cantidad de personas que iban a bordo de la aeronave.

Para enriquecer el análisis, se calculó un costo total estimado por cada accidente, integrando tanto el valor económico del avión como el costo asociado a las pérdidas humanas.

El costo medio de las aeronaves se estimó a partir de una base de datos propia con precios y capacidad de pasajeros de diferentes modelos, mediante un modelo de regresión lineal simple que relaciona el costo (en millones de USD) con el número de pasajeros. Este modelo permitió predecir el valor aproximado del avión involucrado en cada accidente.

Por otro lado, el costo asociado a las muertes se calculó multiplicando el número de fatalidades por un valor económico estimado de 0.4822 millones de USD, correspondiente al valor por persona fallecida reportado en 1984 por la autoridad australiana [2], actualizado a valor presente mediante ajustes por inflación.

Finalmente, el costo total de cada accidente se obtuvo como la suma del valor estimado del avión afectado, ajustado por la tasa de fatalidad y una proporción adicional para cubrir costos materiales, y el costo por muertes, ajustado para considerar factores adicionales de gastos indirectos.

Análisis exploratorio de datos

El análisis exploratorio permitió evaluar la calidad y estructura de los datos, detectando valores nulos únicamente en la variable **Country/Region**, cuya ausencia no compromete los objetivos del estudio. Se identificaron tres variables cuantitativas clave para el análisis: **Ground**, **Fatalities** y **Aboard**, cuyos estadísticos descriptivos evidencian una alta dispersión en el número de muertes y pasajeros por accidente.

Asimismo, se exploraron patrones en variables categóricas como el modelo y fabricante de las aeronaves, observándose una alta frecuencia de accidentes en aviones comerciales, especialmente aquellos de la marca Douglas. A nivel temporal, los accidentes se concentraron entre mediados del siglo XX y principios del XXI, con una tendencia decreciente en las últimas décadas. También se identificaron países con alta incidencia de accidentes, como Rusia, Brasil y Colombia.

Dado el enfoque del estudio en la severidad de los eventos extremos, se puso especial atención en el análisis de la cantidad de muertes por accidente y su pro-

porción respecto a los pasajeros a bordo. Esta relación se resume en la figura 1, donde cada punto representa un accidente y su cercanía a la diagonal indica una mayor severidad relativa, es decir, una mayor proporción de muertes en relación con el total de pasajeros.

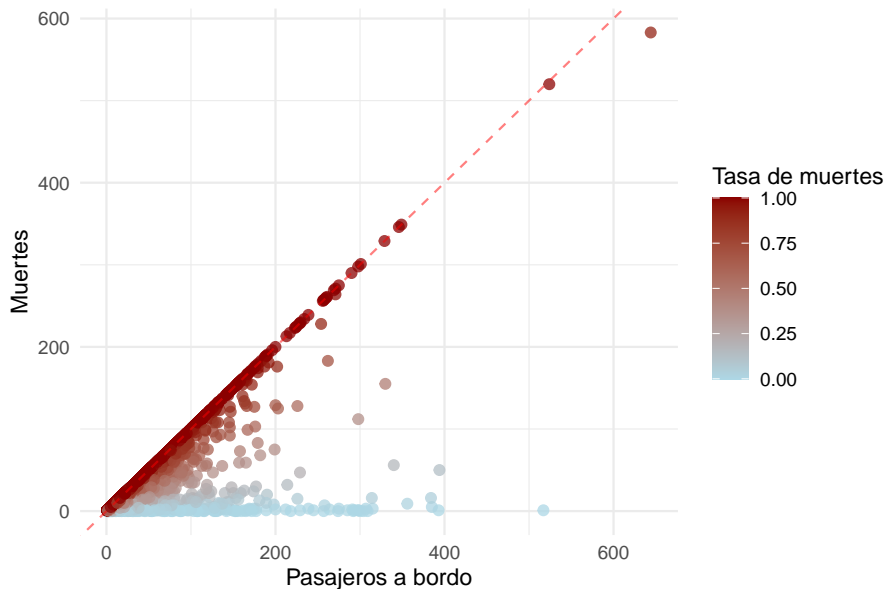


Figura 1: Severidad relativa del accidente.

Fuente: Elaboración propia con la base de datos.

5. Resultados

5.1. Identificación de eventos extremos

El análisis inicial para identificar el umbral óptimo mostró un valor aproximado de 197.78 millones de USD, que representa el punto a partir del cual los costos totales de accidentes se consideran extremos. Por encima de este umbral, se detectaron 401 observaciones catalogadas como excesos, constituyendo el subconjunto de eventos más severos para el análisis estadístico.

La figura 2 presenta el exceso medio condicional en función del umbral, mostrando cómo el valor esperado de los excesos sobre diferentes umbrales cambia y permitiendo visualizar la estabilidad necesaria para seleccionar un umbral adecuado. La línea discontinua indica el umbral elegido, donde se aprecia una tendencia creciente y luego estabilización del exceso medio, señalando que los valores extremos están adecuadamente representados a partir de este punto.

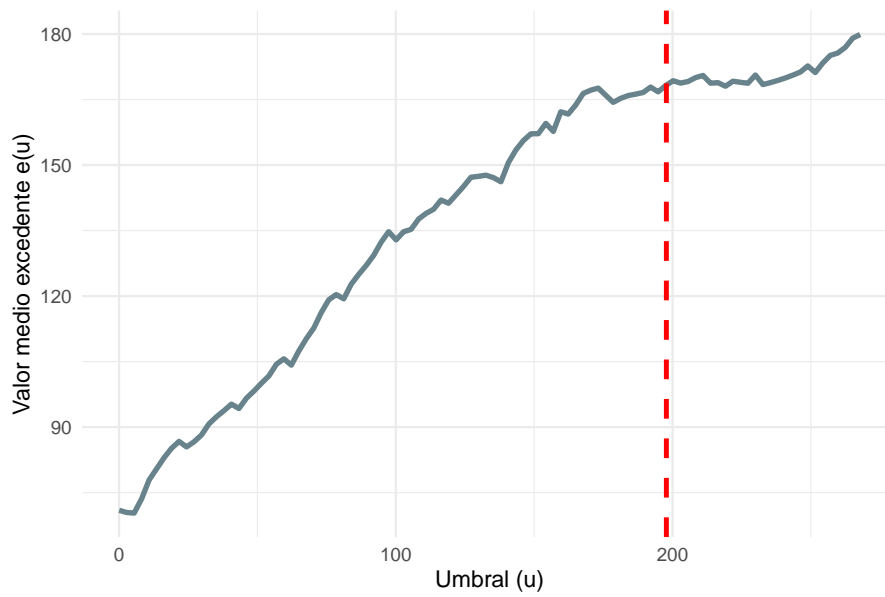


Figura 2: Exceso medio condicional en función del umbral.

Fuente: Elaboración propia con la base de datos.

De igual manera, la figura 3 complementa este análisis mostrando la distribución empírica de los excesos identificados. Se evidencia que la mayoría de los eventos extremos se concentran en valores relativamente cercanos al umbral, mientras que existe una menor proporción de observaciones con excesos de gran magnitud, lo cual es característico de fenómenos con colas pesadas.

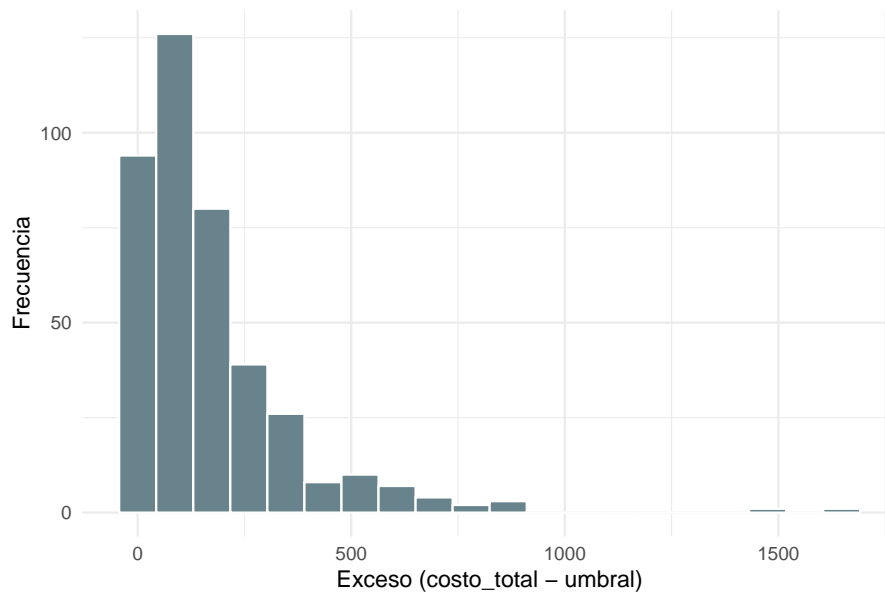


Figura 3: Distribución de los excesos.

Fuente: Elaboración propia con la base de datos.

5.2. Modelo GPD para los excesos

Utilizando los excesos definidos sobre el umbral, se ajustó una GPD para modelar la cola superior de la distribución de costos. Los parámetros obtenidos mediante máxima verosimilitud, con una escala $\hat{\sigma} \approx 151,67$ y un parámetro de forma $\hat{\xi} \approx 0,098$, indican una cola moderadamente pesada, lo que sugiere que aunque los eventos extremadamente costosos son poco frecuentes, su impacto puede ser considerable.

La evaluación del modelo se evidencia en la figura 4, donde el histograma de los excesos se ajusta adecuadamente a la densidad teórica de la GPD, confirmando la capacidad del modelo para capturar el comportamiento de la cola de la distribución.

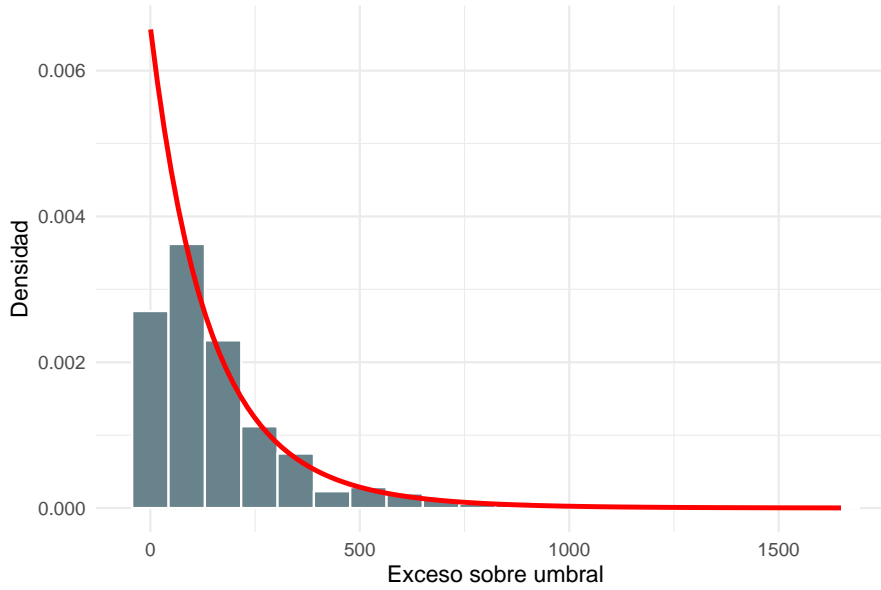


Figura 4: Ajuste de la GPD a los excesos sobre el umbral.

Fuente: Elaboración propia con la base de datos.

Con este modelo, se calcularon medidas de riesgo clave para el sector actuarial y asegurador. El VaR al 95 % se estimó en 270.72 millones de USD, indicando que con un 95 % de confianza, las pérdidas no excederán este monto en eventos extremos individuales. Por su parte, el TVaR al mismo nivel, que refleja la pérdida promedio dado que se ha superado el VaR, alcanzó los 666.14 millones de USD, resaltando el potencial impacto financiero en los casos más severos.

5.3. Modelo GEV para los máximos anuales

Para complementar el análisis, se consideró la distribución de los máximos anuales de costos totales, ajustando un modelo GEV. Los parámetros estimados $\hat{\mu} \approx 512,52$, $\hat{\sigma} \approx 311,52$ y $\hat{\xi} \approx 0,12$ también sugieren colas pesadas, coherentes con el carácter extremo de los datos analizados.

Los gráficos Q-Q y P-P mostraron una buena concordancia entre los valores empíricos y los teóricos, lo que se refleja también en el ajuste de la densidad presentado en la figura 5. Esto respalda la validez del modelo GEV para describir la distribución de los máximos anuales en el período estudiado.

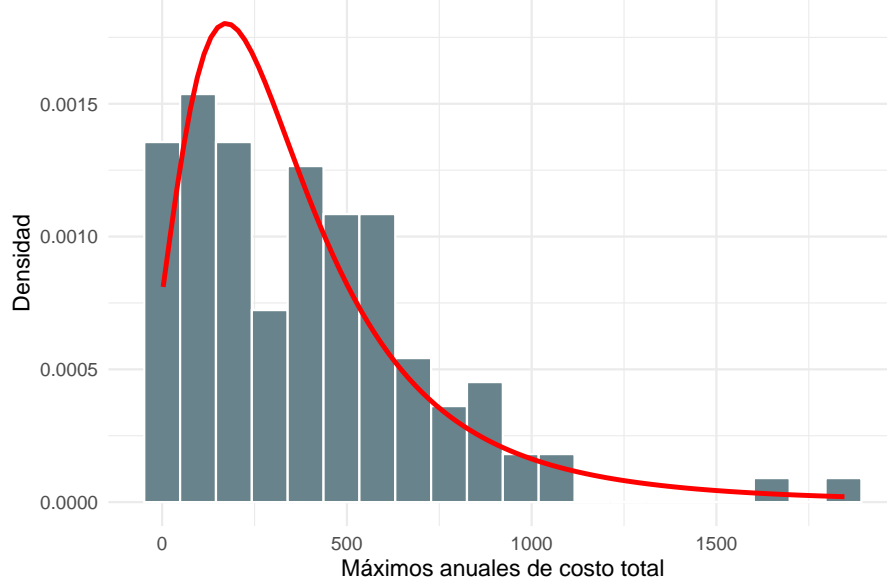


Figura 5: Ajuste de la GEV a los máximos anuales.

Fuente: Elaboración propia con la base de datos.

En cuanto a las medidas de riesgo derivadas, el VaR al 95 % fue significativamente mayor que en el modelo GPD, alcanzando 1,121.90 millones de USD. El TVaR al mismo nivel fue de 1,688.66 millones de USD, reflejando la severidad de los peores escenarios agregados a nivel anual. Estos valores evidencian la importancia de considerar ambos modelos para una caracterización integral del riesgo extremo: mientras el GPD se enfoca en los excesos individuales sobre un umbral, el GEV evalúa la magnitud de los eventos máximos a lo largo del tiempo.

6. Conclusiones

Este estudio logró modelar el riesgo asociado a los eventos extremos en accidentes aéreos a partir de datos históricos comprendidos entre 1908 y 2024. Para ello, se construyó una medida económica del impacto total por accidente, combinando el valor estimado de las aeronaves y el costo humano monetizado. Esta variable permitió identificar, analizar y modelar las pérdidas más graves del conjunto de datos.

El análisis estadístico evidenció que la distribución de los costos presenta una cola pesada, concentrando un pequeño grupo de eventos con pérdidas extraordinariamente altas. Para abordar esta característica, se aplicaron los dos enfoques clásicos de la teoría de valores extremos: GPD para los excesos sobre un umbral y

GEV para los máximos anuales. Ambos modelos mostraron buen ajuste y permitieron cuantificar el riesgo de manera robusta.

El modelo GPD permitió aislar los eventos más severos y estimar, para un nivel de confianza del 95 %, un VaR de 270 millones USD y un TVaR de 666 millones USD. Por su parte, el modelo GEV, basado en los mayores costos anuales, arrojó un VaR de 1,122 millones y un TVaR de 1,689 millones. Estas diferencias reflejan cómo cada enfoque captura distintas expresiones del riesgo extremo.

A su vez, se concluye que el TVaR representa una medida más realista para la toma de decisiones en contextos de riesgo catastrófico, pues este no solo considera el umbral de pérdidas, sino también su magnitud esperada, lo que lo convierte en un instrumento clave para la evaluación de escenarios extremos [4].

En definitiva, este trabajo ofrece evidencia cuantitativa sólida sobre la importancia de modelar correctamente la cola de la distribución de pérdidas, y proporciona herramientas aplicables en seguros de no vida, análisis actuarial y gestión del riesgo aeronáutico.

7. Recomendaciones y dificultades

La principal dificultad fue la falta de una base de datos confiable sobre el costo de las aeronaves, lo que obligó a estimar su valor mediante regresión lineal, lo que introduce incertidumbre. Además, la única referencia disponible para el costo monetario de una vida perdida data de 1984, actualizada solo por inflación, limitando la precisión del análisis económico.

Se recomienda en trabajos futuros contar con datos más completos y actualizados tanto sobre valores de aeronaves como sobre costos humanos. También sería útil incluir variables adicionales que permitan un análisis más detallado del riesgo y establecer vínculos con entidades aseguradoras para mejorar la aplicación práctica de los modelos.

Estas acciones fortalecerán la calidad del análisis y favorecerán una mejor gestión del riesgo en el sector aeronáutico.

Bibliografía

- [1] M. Abrahams, *Safety and Cost Effectiveness in Aviation*. Flight Safety Digest (1992).
- [2] Australian Transport Safety Bureau, *Costs of Aircraft Accidents and Incidents*. Australian Department of Aviation (1984).
- [3] O. Čokorilo, S. Ivanović y S. Jović, *Analysis of Cost of Aircraft Accidents as a Function of Safety Investment*. Transportation Engineering (2012).
- [4] V. Fernandez, *Extreme Value Theory and Value at Risk*. Mimeo, Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Chile (2003).
- [5] A. García Pérez, *La teoría del valor extremo: una aplicación al sector asegurador*. <https://documentacion.fundacionmapfre.org/documentacion/pt/media/group/1028719.do>. 2008.
- [6] INS, *Seguro de Aviación Dólares*. https://www.sugese.fi.cr/seccion-polizas-registradas/Generales/G03-47-A01-058_VLRCS_Seguro_Aviacion_Dolares.pdf. 2011.
- [7] Jogwums, *Air Crashes Full Data 1908-2024*. <https://www.kaggle.com/datasets/jogwums/air-crashes-full-data-1908-2023>. 2024.
- [8] K. Mejía y A. Uquillas, *Estudio de eventos extremos enfocado a seguros y finanzas*. Cuestiones Económicas **20**(2004), no. 1, 3-152.
- [9] N. D. Velasco, *La Teoría del Valor Extremo en el Mercado de las Aseguradoras*. Monografía de grado, Universidad Nacional de Colombia. 2009.