

# Inferencia Bayesiana

Distribución  
Posterior de  
los  
Parámetros  
considerando  
: Prior +  
Datos

Likelihood de los Datos  
bajo el Modelo

Distribución  
Prior

$$p(\Theta|y) = \frac{p(y|\Theta)p(\Theta)}{p(y)}$$

Parámetros  
aleatorios

Observaciones

Distribución Marginal  
de las Observaciones

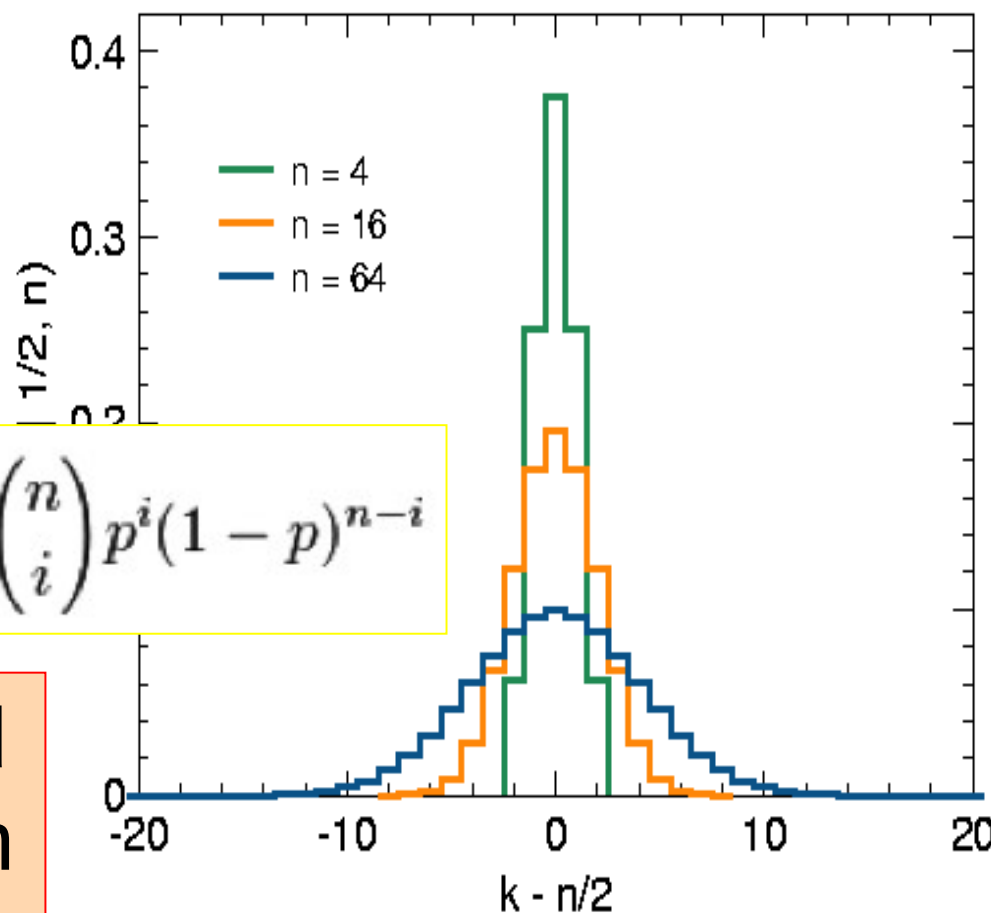
$$p(\Theta|y) \propto p(y|\Theta)p(\Theta)$$

$$p(y) = \int p(y|\Theta)p(\Theta)d\Theta$$

Mecanismo de Actualización de la  
Distr. de los Parámetros

# Distribución Binomial

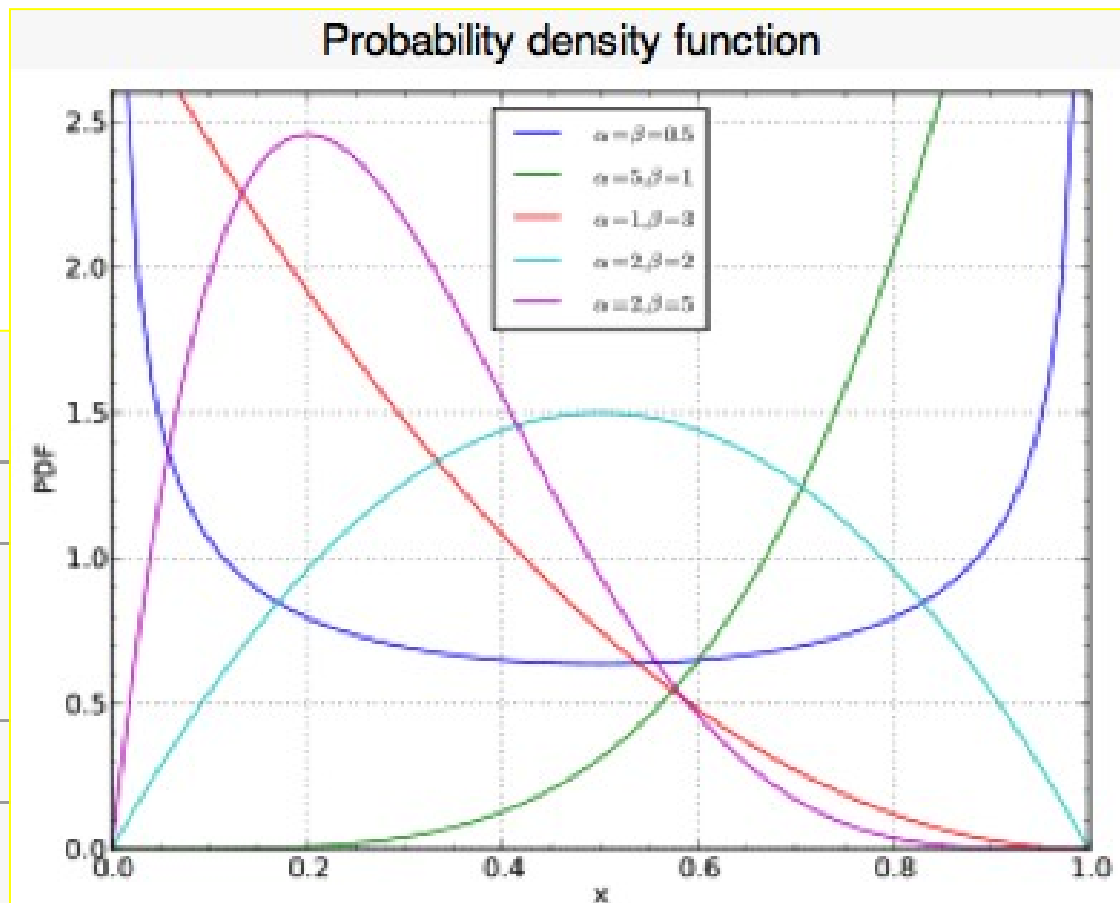
<b>notation:</b>	$B(n, p)$
<b>parameters:</b>	$n \in \mathbf{N}_0$ — number of trials $p \in [0,1]$ — success probability in each trial
<b>support:</b>	$k \in \{0, \dots, n\}$
<b>pmf:</b>	$\binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$
<b>cdf:</b>	$I_{1-p}(n - k, 1 + k)$
<b>mean:</b>	$np$



$$F(x; n, p) = \Pr(X \leq x) = \sum_{i=0}^{\lfloor x \rfloor} \binom{n}{i} p^i (1 - p)^{n-i}$$

Cual es la probabilidad de observar  $k$  éxitos en  $n$  intentos ?

# Distribución Beta



<b>parameters:</b>	$\alpha > 0$ shape (real) $\beta > 0$ shape (real)
<b>support:</b>	$x \in (0; 1)$
<b>pdf:</b>	$\frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha, \beta)}$
<b>cdf:</b>	$I_x(\alpha, \beta)$
<b>mean:</b>	$\frac{\alpha}{\alpha + \beta}$
<b>median:</b>	$I_{0.5}^{-1}(\alpha, \beta)$ no closed form
<b>mode:</b>	$\frac{\alpha - 1}{\alpha + \beta - 2}$ for $\alpha > 1, \beta > 1$
<b>variance:</b>	$\frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta + 1)}$

Cual es la probabilidad de una probabilidad ?

# Ejemplo Sencillo: Binomial y Beta

Beta( $\alpha, \beta$ )

$$f(x|p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \quad \pi(p) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} p^{\alpha-1} (1-p)^{\beta-1}$$



Evento  
dicotómico

$\begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$

$\begin{cases} p \\ 1-p \end{cases}$

$$f(p|x) = \frac{f(x|p)}{f_X(x)} \pi(p)$$

$$\propto p^x (1-p)^{n-x} p^{\alpha-1} (1-p)^{\beta-1}$$

$$\propto p^{x+\alpha-1} (1-p)^{n-x+\beta-1}$$

$$\text{Beta}(x + \alpha, n - x + \beta)$$

# de  
éxitos

# de  
casos

