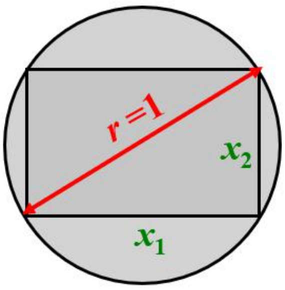
目录

1、建模并利用 Matlab 求解：

已知直径为 1 的单位长度的圆柱梁，要求将它制成矩形截面梁，满足重量最轻和强度最大的条件，试确定矩形截面尺寸。要求建立该问题的优化数学模型并写出 Matlab 求解过程和结果。



1.答：

由题意得，矩形面积为$S = x_1 x_2$，

① 满足重量最轻条件即为S取得最小值，所以有

$$MinS = x_1 x_2$$

$$\begin{cases} {x_1}^2 + {x_2}^2 = 1 \\ x_1, x_2 > 0 \end{cases}$$

解得

$$x_1 = x_2 = 0.707$$

② 满足强度最大，强度又分为抗拉强度、抗弯强度等，此处理解为抗弯强度最大，由

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W_z}（或者\frac{M}{W_y}）$$

$$W_y = \frac{x_1^{\ 2} x_2}{6}$$

$$W_z = \frac{x_1 x_2^{\ 2}}{6}$$

假设 $x_1 \le x_2$，则 $W_y \le W_z$，由此，得 $Max\{\frac{M}{W_z}, \frac{M}{W_y}\} = \frac{M}{W_y}$

因此，得 $Min\ \sigma_{\max} = \frac{M}{W_y}$ 等价于 $Max\ W_y$

得

$$Min\ W_y = \frac{x_1^{\ 2} x_2}{6}$$

$$\begin{cases} x_1^{\ 2} + x_2^{\ 2} = 1 \\ 0 \le x_1 \le x_2 \le 1 \end{cases}$$

解得 $x_1 = x_2 = 0.707$。

附 Matlab 代码如下：

```
function f=JXL_2mb_MB(x)
f(1)=x(1)*x(2);
f(2)=-x(1)*x(2)^2/6;
function [c,ceq]=JXL_2mb_YS(x)
ceq=x(1)^2+x(2)^2-1;
c=[];
x=[1;1];

Lb=[0;0];

Ub=[1;1]];

[xopt;fopt]=fminimax（@JXL_2mb_MB， x，

[],[],[],[],lb,ub,@JXL_2mb_YS）
```

2、建模并利用 Matlab 求解：

某两个煤厂 A1、A2 每月进煤数量分别为 60 吨和 100 吨，联合供应 3 个居民区 B1、B2、B3。3 个居民区每月对煤的需求量依次为 50 吨、70 吨、40 吨，煤厂 A1 离三个居民区 B1、B2、B3 的距离依次为 10、5、6（千米），煤厂 A2 离三个居民区 B1、B2、B3 的距离依次为 4、8、12（千米），如何分配供煤量使得运输量达到最小？

解：

由题意得，设从煤厂到居民区的运输量分别为 x_{11}（从 A1 厂到 B1 区），

x_{12}（从 A1 厂到 B2 区），$x_{13},x_{21},x_{22},x_{23}$.

居民区 / 煤厂	B_1	B_2	B_3	合计
A_1	$x_{11}(10)$	$x_{12}(5)$	$x_{13}(6)$	60
A_2	$x_{21}(4)$	$x_{22}(8)$	$x_{23}(12)$	100
合计	50	70	40	160

所以有

$$Min\ F=10x_{11}+5x_{12}+6x_{13}+4x_{21}+8x_{22}+12x_{23}$$

$$s.t.\begin{cases}x_{11}+x_{12}+x_{13}=60\\x_{21}+x_{22}+x_{23}=100\\x_{11}+x_{21}=50\\x_{12}+x_{22}=70\\x_{13}+x_{23}=40\\x_{11},x_{12}x_{13},x_{21},x_{22},x_{23}\geq 0\end{cases}$$

解得

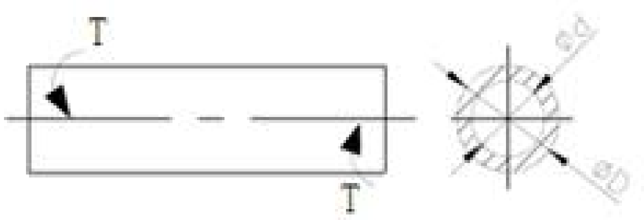
$$x_{11}=0,x_{12}=20,x_{13}=40,x_{21}=50,x_{22}=50,x_{23}=0$$

附 Matlab 代码如下：

```
f=[10  5  6  4  8  12];
A=[-1  -1  -1  0  0  0
        0    0    0  -1  -1  -1
        -1  0  0  -1  0  0
        0  -1  0  0  -1  0
        0  0  -1  0  0  -1];
b=[-60;-100;-50;-70;-40];
Aeq=[];
beq=[];
vlb=zeros(6,1);
vub=[];
[x,fval]=linprog(f,A,b,Aeq,beq,vlb,vub)
```

3、建模并利用 Matlab 求解：

承受扭矩的空心传动轴：已知传递的转矩为 1200 N•m，轴的长度为 1 米，试确定此传动轴的内、外径，以使其用料最省。（自设许用剪切应力和许用扭转角）



解：

由题意得，设大径为 D，小径为 d，$\alpha=\dfrac{d}{D}$。若要使用料最省，则显然要使轴截面积$S=\dfrac{\pi D^2(1-\alpha^2)}{4}$最小。

则有

$$Min\ S=\frac{\pi D^2(1-\alpha^2)}{4}$$

$$\begin{cases} \varphi=\dfrac{Tl}{GI_p}\le[\varphi'] \\ \tau_{\max}=\dfrac{T}{W_t}\le[\tau] \\ I_p=\dfrac{\pi D^4(1-\alpha^4)}{32} \\ W_t=\dfrac{\pi D^3(1-\alpha^4)}{4} \end{cases}$$

代入

$$\begin{aligned} &T=1200N\cdot m, \\ &l=1m, \\ &[\tau]=40Mpa, \\ &G=80Gpa, \\ &[\varphi']=0.5(^o)/m \end{aligned}$$

解得

$$\begin{cases} D=0.3583m, d=0.3577m \\ S=3.41\times10^{-4}m^2 \end{cases}$$

附 Matlab 代码如下：

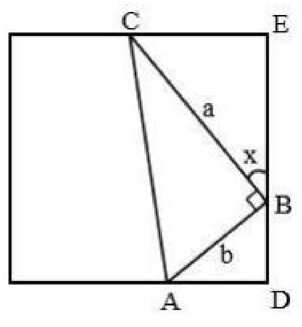
```
clc;
clear
T=1200;
l=1;
G=8e10;
t_s=4e7;
y_s=0.5;
fun=@(x)pi*x(1)^2*(1-x(2)^2)/4;
x0=[1 0];
lb=zeros(1,2);
ub=[1000 1];
A=[];
b=[];
Aeq=[];
beq=[];
nonlcon_1=@(fun)nonlinear_1(fun,T,l,G,y_s);
x1=fmincon(fun,x0,A,b,Aeq,beq,lb,ub,nonlcon_1)
nonlcon_2=@(fun)nonlinear_2(fun,T,t_s);
x2=fmincon(fun,x0,A,b,Aeq,beq,lb,ub,nonlcon_2)
```

```
if ((nonlcon_2(x1)>0))
    fprintf("第二组值满足条件")
end
if ((nonlcon_1(x2)>0))
    fprintf("第一组值满足条件")
end
if((nonlcon_2(x1)>0)&&(nonlcon_1(x2)>0))
    if(fun(x1)<fun(x2))
        fprintf("取第一组值")
    else
        fprintf("取第二组值")
    end
end
if((nonlcon_2(x1)<0)&&(nonlcon_1(x2)<0))
    fprintf("该程序无效")
end

function [c,ceq]=nonlinear_1(x,T,l,G,y_s)
Ip=pi*x(1).^4*(1-x(2)^4)/32;
c=T*l/G/Ip-0.5;
ceq=[];
end

function [c,ceq]=nonlinear_2(x,T,t_s)
Wt=pi*x(1)^3/16*(1-x(2)^4);
c=T/Wt-t_s;
ceq=[];
end
```

4、给定一个直角三角形，求包含该三角形的最小正方形（利用 Matlab 的 fminimax 命令求解）。



其中，CE=a*sin x，AD=b*cos x，DE=a*cos x+b*sin x
初步假设 a=3，b=4，求最小的正方形就相当于求如下的最优化问题：

$$\min_{0\le x\le \pi/2} \max\{CE, AD, DE\}$$

Matlab 代码如下：

```
clc;

clear all;

fun = @(x)[3*sin(x),4*cos(x),3*cos(x)+4*sin(x)];

lb=[0];

ub=[pi/2];jiaodu=pi/3;

[x fval]=fminimax(fun,jiaodu,[],[],[],[],lb,ub);

min=fval(1,3);

fprintf("\n 给定底边为 3 和 4 的直角三角形，包含该三角形最小的正方形边

长为%g\n",min);
```