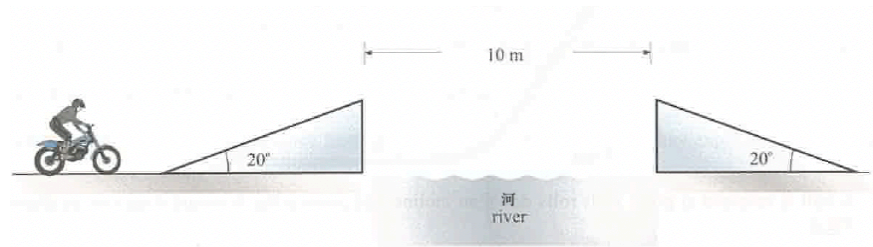


1 長題目

1. 下圖顯示一位摩托車騎士使用一個 20° 的斜坡來跳過一條寬度為 10 m 的河流（摩托車和騎士可以被視為點粒子）。取 $g = 9.81$ 。



- (a) 計算騎士離開第一個斜坡的頂端的最小速度，使得他能安全地跨越到同等高度的第二個斜坡。(2 分)
- (b) 使用 (a) 中的速度，計算摩托車達到斜坡上方的最大高度。(2 分)

Ans:

(a) 水平方向: $(u \cos 20^\circ)t = 10$

$$t = \frac{10}{u \cos 20^\circ} \quad (1M)$$

垂直方向: $0 = (u \sin 20^\circ)t - \frac{1}{2}(9.81)t^2$

$$\frac{2u \sin 20^\circ}{9.81} = \frac{10}{u \cos 20^\circ}$$

$$u = 12.3538 = 12.4 \text{ m s}^{-1} \quad (1A)$$

(b) $0^2 - 12.3538^2 \sin^2 20^\circ = 2(-9.81)H \quad (1M)$

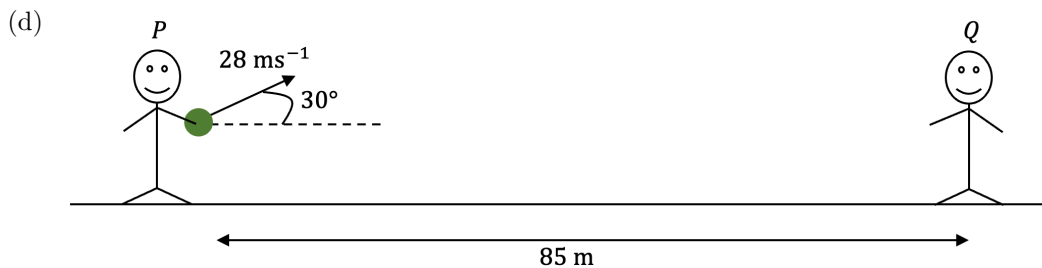
$$H = 0.90993 = 0.910 \text{ m} \quad (1A)$$

2. 在圖中，球員 P 以 28 ms^{-1} 的速度以 30° 的角度將棒球擊出，初始高度比地面高 1 m 。

(a) 初速度的垂直分量是多少？ (1 分)

(b) 球需要多久才能返回到初始高度？ (2 分)

(c) 球在返回到地面上方的初始高度前，水平前進了多遠的距離？ (2 分)



球直接朝著靜止的球員 Q 擊出，Q 距離 P 有 85 m ，並在球被擊出的瞬間開始以恆定加速度向球跑去。如果他要在球距離地面 1 m 的高度接住球，他的加速度量值是多少？ (3 分)

$$(a) \quad 28 \sin 30^\circ = 14 \text{ m s}^{-1} \quad (1A)$$

$$(b) \quad 0 = (28 \sin 30^\circ)t - \frac{1}{2}(9.81)t^2 \quad (1M)$$

$$t = \frac{2(28 \sin 30^\circ)}{9.81} = 2.85423 = 2.85 \text{ s} \quad (1A)$$

$$(c) \quad (2.85423)(28 \cos 30^\circ) = 69.2114 = 69.2 \text{ m} \quad (1M+1A)$$

$$(d) \quad 85 - 69.2114 = \frac{1}{2}a(2.85423)^2 \quad (1M)$$

$$a = 3.88 \text{ m s}^{-2} \quad (1A)$$

3. 一架飛機剛好在砲台的正上方時，砲台就開火了。假設飛機以水平速度 u 前進，而砲彈的速度為 $v = 2u$ 。



(a) 要擊中飛機，投射的角度應該是多少？ (2 分)

(b) 計算飛機避免被砲彈擊中時，飛機距離地面的最小高度，以 u 和 g 表示。忽略空氣阻力。 (3 分)

(a) $2u \cos \theta = u$ (1M)

$$\cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$\theta = 60^\circ$$

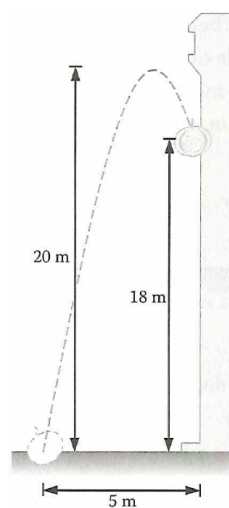
投射角 = 60° (1A)

(b) $0 - u^2 \sin^2 60^\circ = 2(-g)(H)$ (1M)

$$H = \frac{3u^2}{8g}$$

\therefore 最小高度 = $\frac{3u^2}{8g}$ (1A)

4. 一人把南瓜斜向上拋向 5 m 外的高塔，南瓜曲墜，擊中塔身離地 18 m 的位置。所經軌跡的最高點離地 20 m。



- (a) 求南瓜的垂直初速率。 (2 分)
- (b) 求南瓜的飛行時間。 (3 分)
- (c) 由此或其他方法，求南瓜初速度的量值和方向。 (2 分)

3. 有人把南瓜斜向上拋.....

(a) 考慮垂直運動，

$$0^2 - u_y^2 = 2(-g)(20) \quad (10)$$

$$u_y^2 = 392.4$$

$$\therefore u_y = 19.80 \approx \boxed{19.8 \text{ m s}^{-1}} \quad (11)$$

■ 另解：考慮能量守恆， $\frac{1}{2}mu_y^2 = m \times 9.81 \times 20$ ，藉此也可求得 u_y 。

(b) 南瓜擊中塔身時的垂直速率 v_y 可由下式求得：

$$v_y^2 - u_y^2 = 2(-g)(18)$$

$$\therefore v_y = 6.264 \text{ m s}^{-1} \quad (12)$$

取向下為正。飛行時間 t 可由下式求得：

$$6.264 = -19.80 + 9.81t \quad (13)$$

$$\therefore t = 2.657 \approx \boxed{2.66 \text{ s}} \quad (14)$$

(c) $u_x = \frac{5}{2.657} = 1.881 \text{ s}^\circ$

初速度的量值為 $\sqrt{u_x^2 + u_y^2} \approx$

$$\boxed{19.9 \text{ m s}^{-1}}^\circ$$

(1M+1A)

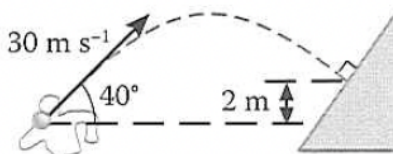
傾角為 $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{19.80}{1.881} \right) \approx \boxed{84.6^\circ}^\circ$

(1A)

2 多項選擇題

以下所有題目取 $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$ 。

1. 把一個質量 0.5 kg 的小球拋向斜坡。小球在比拋出之處高 2 m 的地方撞上斜坡後反彈。假設碰撞時沒有能量損耗。



求小球彈回原位時的速率。

- A. 10 m s^{-1}
- B. 20 m s^{-1}
- C. 23 m s^{-1}
- D. 30 m s^{-1}

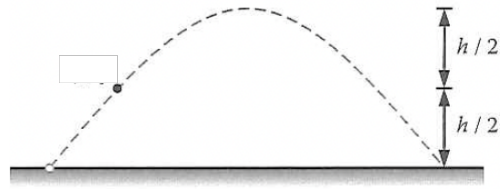
D

2. 砲彈以仰角 15° 射出，落在 100 m 外同一高度的地面上。若以同一初速，改為垂直朝天發射，彈道的最高點有多高？(提示： $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$)

- A. 100 m
- B. 80 m
- C. 60 m
- D. 40 m

D

3. 今有粒子一顆，作拋體運動，如圖。



當粒子升至最高點一半的高度，

- A. 動能亦為初始值的一半。
- B. 垂直速率亦為初始值的一半。
- C. 所歷時間為全程的四分之一。
- D. 所增勢能為最大勢能的一半。

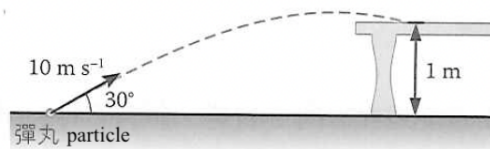
D

4. 從同一位置，以同一速率，把兩顆粒子以不同仰角射出。仰角一高一低，高者 50° ，低者 40° 。略去空氣阻力不計。兩者跌回同一高度時，

- (1) 位置相同。
 - (2) 時間相同。
 - (3) 速率相同。
- A. 只有 (2)
 - B. 只有 (3)
 - C. 只有 (1) 和 (2)
 - D. 只有 (1) 和 (3)

D

5. 把彈丸從地面以初速 10 m s^{-1} 仰角 30° 發射。彈丸曲墜到遠處的桌子上。桌面離地 1 m 。

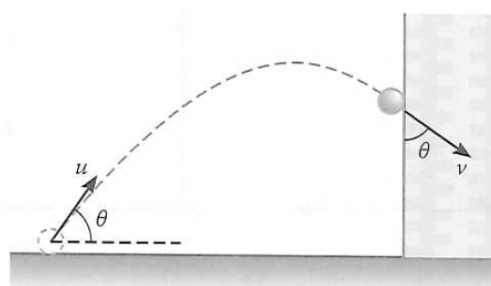


彈丸飛行的時間是多少？

- A. 1.640 s
- B. 0.746 s
- C. 0.273 s
- D. 0.124 s

B

6. 把小球以初速 u 、仰角 θ 拋起。小球升至最高點後下墜，撞向牆壁。碰撞前的一刻，速度 v 與鉛垂線的夾角亦為 θ 。

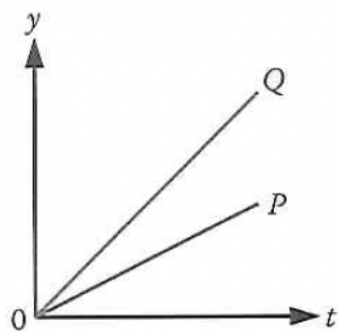


從拋起至碰撞，全程歷時多久？

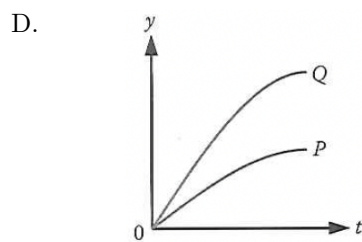
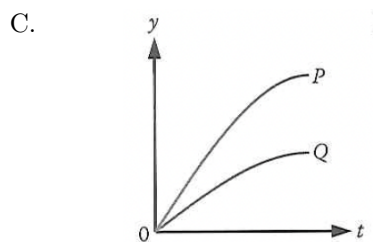
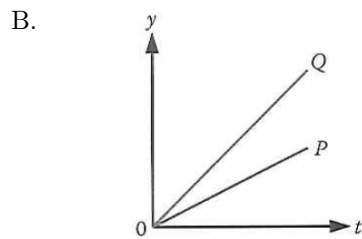
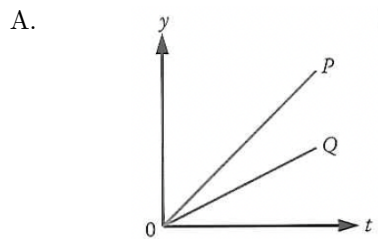
- A. $\frac{u}{g \sin \theta}$
- B. $\frac{u}{g \cos \theta}$
- C. $\frac{u(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)}{g \sin \theta}$
- D. $\frac{u(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)}{g \cos \theta}$

A

7. P 、 Q 兩球從地面以同一初速，斜向上拋。下圖顯示兩者的水平位移 x 隨時間的變化。

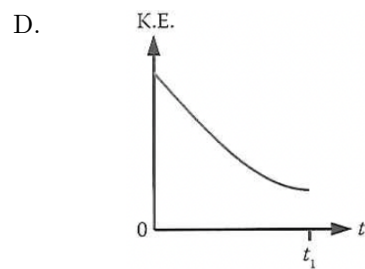
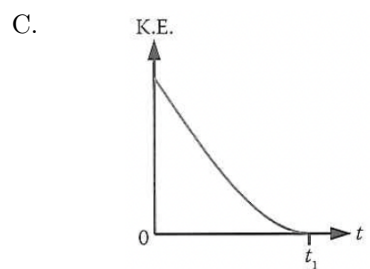
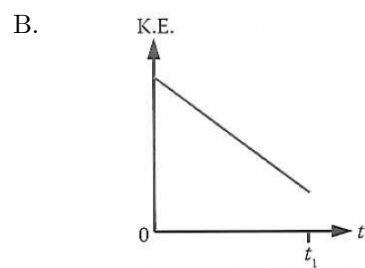
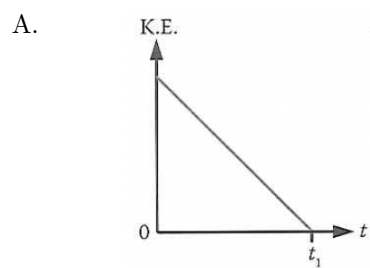


下列哪項最能顯示兩者的垂直位移 y 隨時間的變化？



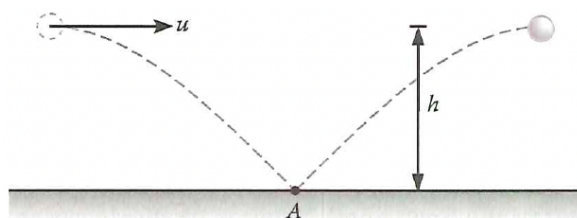
D

8. 砲彈以仰角 θ 發射，在時間 t_1 ，升至最高點。下列哪幅線圖最能顯示其動能隨時間的變化？

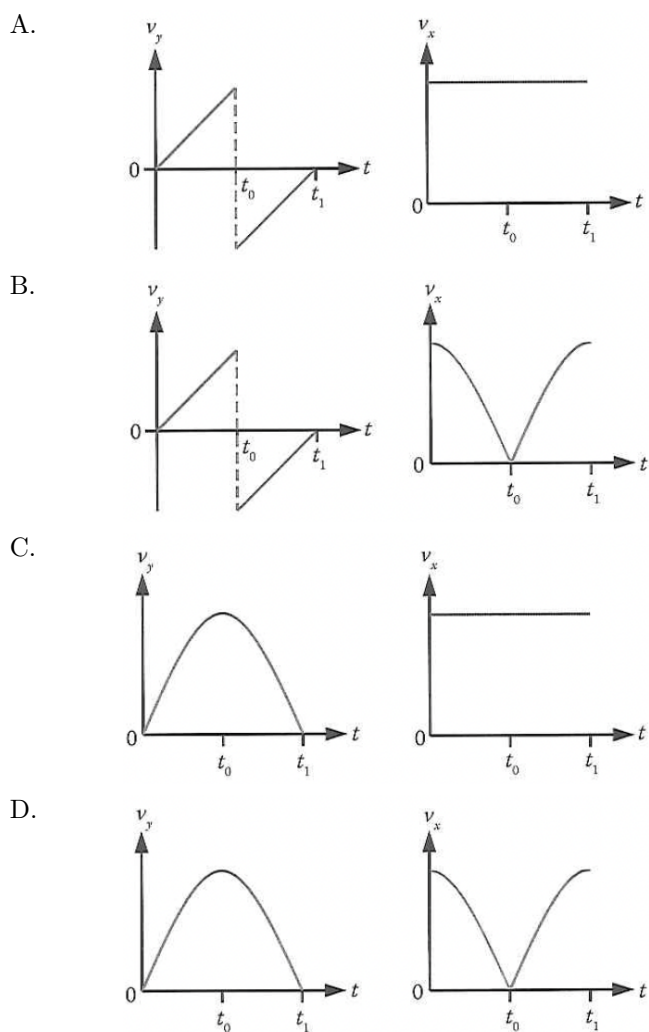


D

9. 在高度 h 水平擲出小球，初速為 u ，如圖。小球在時間 t_0 撞地反彈，然後在時間 t_1 去升回原來的高度。假設地面為水平。

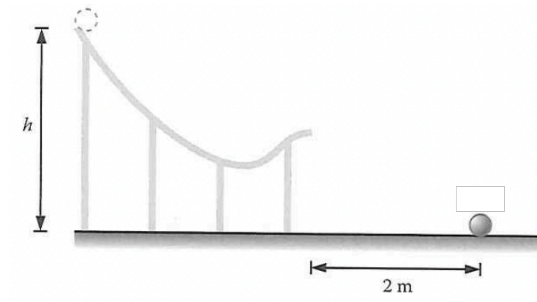


下列哪幅線圖最能顯示垂直速度 v_y ，和水平速度 v_x 。隨時間 t 的變化？



A

10. 有一條彎曲的光滑軌道，自上而下，如圖。把鋼珠放到軌道頂端，持定，放手，讓它沿軌道滑下。鋼珠衝出軌道 0.4 s 後着地，落點離軌道末端的水平距離為 2 m。

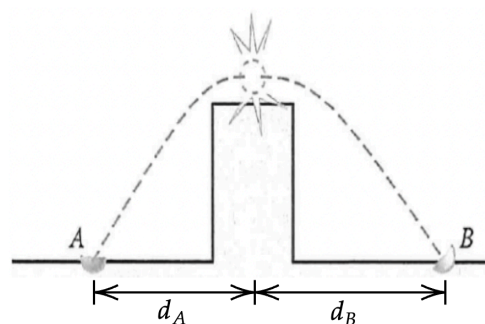


假設鋼珠以水平方向衝出軌道。軌道頂端的高度 h 是多少？

- A. 0.79 m
- B. 1.27 m
- C. 2.06 m
- D. 4.12 m

C

11. 水平而光滑的高台上有一件物體爆炸，裂成 A 、 B 兩塊碎片，水平左右飛出，最後落到同一高度的地面上。 A 、 B 的質量為 m 與 $2m$ ，水平位移為 d_A 與 d_B 。



兩者的水平位移之比 $d_A : d_B$ 是多少？

- A. 1 : 1
- B. 1 : 2
- C. 2 : 1
- D. 4 : 1

C