

結構題 Structured Questions

1. 一顆小行星正逼近地球。

(a) 試證明小行星因地球引力產生的加速度與其質量無關。 (2 分)

(b) 當小行星在地球表面上空 10 000m，地球引力對小行星產生的加速度為多少？ (2 分)

(c) 小行星逼近地球時不斷獲得動能。

(i) 小行星在較高的高度水平時，獲得動能的率較低還是較高？試扼要解釋。 (2 分)

(ii) 小行星所獲得的動能從何而來？ (1 分)

Ans:

(a) 假設地球作用於小行星的引力是它唯一所受的力。運用牛頓運動第二定律，可得

$$\frac{GMm}{r^2} = ma \Rightarrow a = \frac{GM}{r^2} \quad (1M)$$

因此，小行星的加速度與其質量無關。 (1A)

(b) 小行星位於離地球表面 10 000 m 高時，其加速度為

$$\begin{aligned} a &= \frac{GM}{r^2} \\ &= \frac{(6.67 \times 10^{-11}) (5.97 \times 10^{24})}{(6.37 \times 10^6 + 10\,000)^2} \quad (1M) \\ &\approx 9.78 \text{ m s}^{-2} \quad (1A) \end{aligned}$$

(c) (i) 小行星的加速度 a 與小行星和地球中心的距離 r 成平方反比關係（即 $a = GM/r^2$ ）。 (1A)若 r 下降，則 a 上升。因此，在較高的高度水平時，小行星以 **較低** 的率獲得動能。 (1A)

(ii) 小行星所獲得的動能來自它所損失的引力勢能。 (1A)

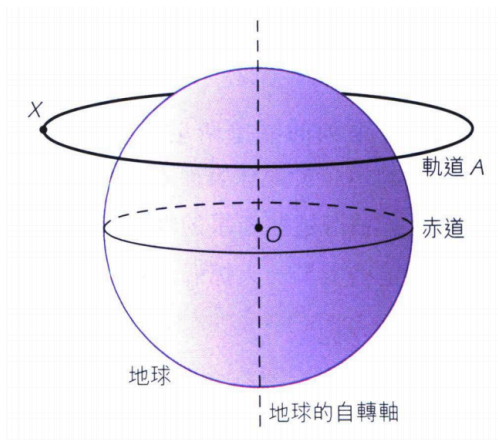
2. 一通訊衛星繞着地球以圓形軌道運行，其週期為 24 小時。而這衛星保持在赤道上空的某一位置。

已知：地球的半徑 $r_E = 6400 \text{ km}$

(a) (i) 求該通訊衛星的軌道半徑。 (3 分)

(ii) 求該通訊衛星的軌道速率。 (2 分)

(b) 下圖顯示於太空中的一點 X ， O 為地球的中心。



(i) 一衛星位於 X ，在圖中繪出由地球作用於該衛星的引力。 (1 分)

(ii) 試簡單解釋為甚麼若只受地球引力的影響，該衛星不可能在圖中所示的圓形軌道 A 上運行。(1 分)

Ans:

- (a) (i) 作用在衛星上的引力，提供衛星進行勻速圓周運動所需的向心力，因此

$$\frac{GMm}{r^2} = m r \omega^2 \quad (1M)$$

$$\therefore r^3 = \frac{GM}{\omega^2}$$

考慮位於地球表面的物體所受的引力：

$$\frac{GMm}{(r_E)^2} = mg \quad (1M)$$

$$\therefore GM = g(r_E)^2$$

兩式相除可得

$$\begin{aligned} r^3 &= \frac{g(r_E)^2}{\omega^2} = \frac{g(r_E)^2 T^2}{4\pi^2} \\ &= \frac{(9.81) (6400 \times 10^3)^2 (60 \times 60 \times 24)^2}{4\pi^2} \end{aligned}$$

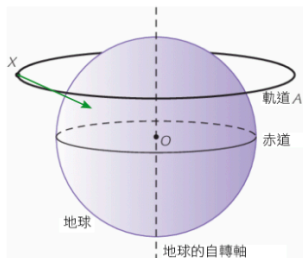
因此，衛星的軌道半徑為

$$r = 4.235 \times 10^7 \approx 4.24 \times 10^7 \text{ m} \quad (1A)$$

- (ii) 衛星的軌道速率為

$$\begin{aligned} v &= \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi (4.235 \times 10^7)}{24 \times 60 \times 60} \\ &\approx 3080 \text{ m s}^{-1} \quad (1A) \end{aligned}$$

- (b) (i)



正確的箭號：1A

- (ii) 由於地球引力必須提供衛星所需的向心力，因此地球的中心必須位於衛星的軌道平面。 (1A)

多項選擇題 Multiple choice questions

1. 設地球半徑是 6400 km。月球表面的重力場強度是地球的六分之一。一個在地球表面的物件應往上提高多少，方可使它的重量與在月球表面相若？

- A. 9280 km
- B. 15 700 km
- C. 32 000 km
- D. 224 000 km

Ans:

2. 兩枚人造衛星繞地球沿圓形軌道運行，兩者雖然質量不同，但軌道卻在相同的高度上。下列哪些關於兩枚衛星的敘述是正確的？

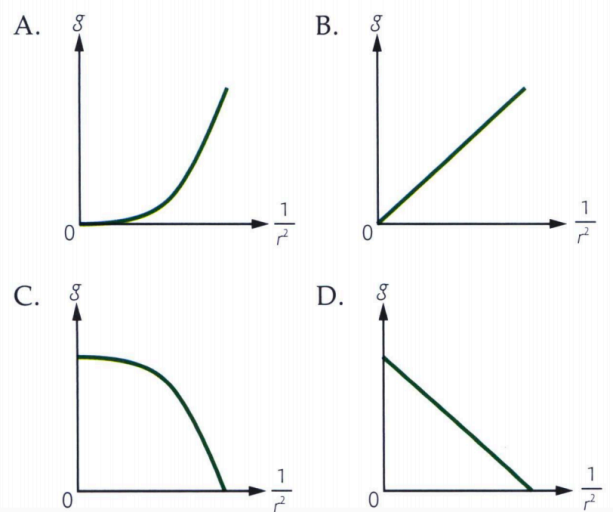
Ans: C

- (1) 地球作用在兩者上的引力量值相同。
- (2) 兩者所在的位置有着相同的引力場強度量值。
- (3) 兩者的軌道週期相同。

- A. 只有 (1) 和 (2)
- B. 只有 (1) 和 (3)
- C. 只有 (2) 和 (3)
- D. (1)、(2) 和 (3)

3. 一枚人造衛星與地球相距 r ，所在位置的引力場強度為 g 。以下哪一幅線圖最能表示 g 隨 $1/r^2$ 的變化？

Ans: B



4. 一個太空站繞地球沿圓形軌道運行，軌道位於地球表面上空 350 km。下列哪些敘述是正確的？

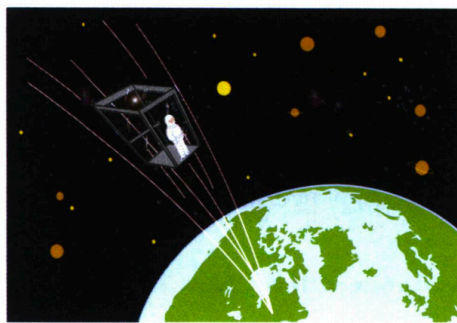
Ans: B

- (1) 沒有引力作用在太空站上。
- (2) 從地球表面看，太空站總是靜止的。
- (3) 若太空站在較高的軌道運行，其角速率便會比原來的低。

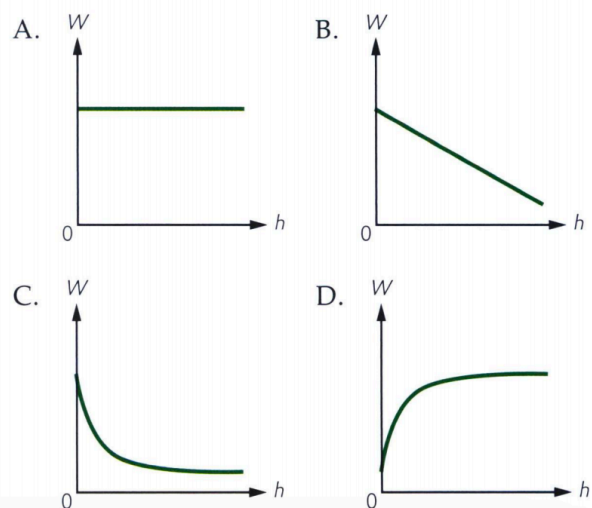
- A. 只有 (2)
- B. 只有 (3)
- C. 只有 (1) 和 (2)
- D. 只有 (1) 和 (3)

5. 在一本科幻小說中，一位旅客乘搭太空升降機以恆速度前往太空站。

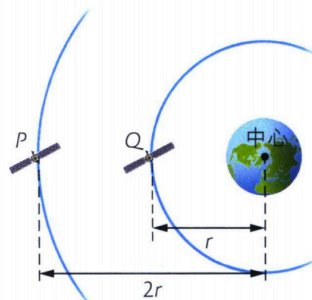
Ans: C



以下哪一幅線圖最能表示旅客的體重 W 隨離地高度 h 的變化？



6. 兩枚人造衛星 P 和 Q 繞地球運行，如圖。衛星 P 的軌道半徑為衛星 Q 的兩倍。



Ans: B

下列哪一項敘述是正確的？

- A. 衛星 Q 的軌道速率為衛星 P 的兩倍。
B. 衛星 Q 的動能為衛星 P 的兩倍。
C. 衛星 Q 的週期為衛星 P 的兩倍。
D. 作用在衛星 Q 上的引力為作用在衛星 P 上的兩倍。
7. 火星的質量為地球的 $1/10$ ，半徑則約為地球的 $1/2$ 。火星表面與地球表面的引力加速度比約為多少？

Ans: C

- A. $1:10$ B. $1:5$ C. $2:5$ D. $3:7$

8. 在地球表面的不同位置，重力加速度 g 也有着輕微差異。下列哪些為正確的解釋？

Ans: A

- (1) 地球不是完美的球體。
(2) 地球的密度不是均勻的。
(3) G 值隨位置改變。

- A. 只有 (1) 和 (2) B. 只有 (1) 和 (3)
C. 只有 (2) 和 (3) D. (1)、(2) 和 (3)