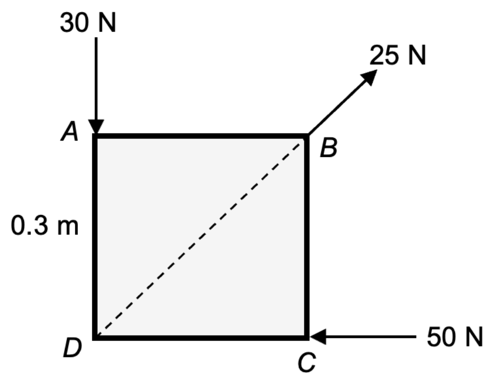
力矩

姓名: ________________

學號: ______________

1 長題目

1. 一個邊長為 0.3 m 的正方形板塊 $ABCD$ 被釘在牆上的 B 點懸掛，如圖所示。該板塊可以自由地圍繞 B 點旋轉。三個外力分別作用在三個角落 A、B 和 C 上，以保持板塊處於平衡狀態。



   (a) 在圖中標示板塊的重心位置 O。 (1 分)

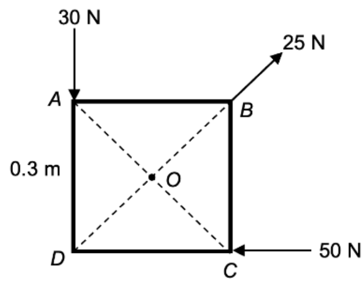
   (b) 若移除其中一個外力，該板塊仍然可以保持平衡。這是哪一個外力呢？解釋你的答案。 (2 分)

   (c) 求板塊的質量。 (2 分)

   (d) 如果 (b) 中提到的外力被移除，請找出釘子對木板施加的力的量值和方向。 (4 分)

   (e) 如果所有三個外力都被移除，請畫圖來顯示木板是如何被釘子懸掛的。 (1 分)

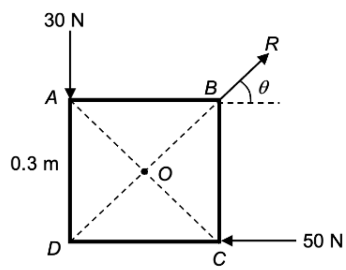
(a)



(b) 25 N 的力可以被移除。 1A
因為對支點 B 來說，力矩為零。 1A

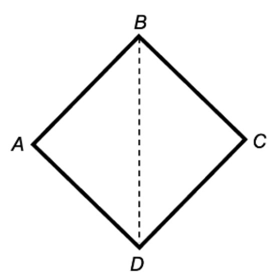
(c) 以 B 為支點。 1A
$50 \times 0.3 = 30 \times 0.3 + m \times 9.81 \times 0.15$ 1M
$m = 4.08$ kg

(d) 設 R 為釘子施加於板塊的力。 1A



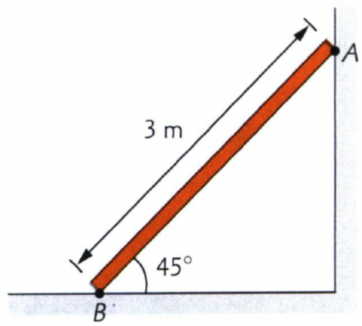
考慮垂直方向。
$$\begin{aligned} R\sin\theta &= mg + 30 \\ &= 4.08 \times 9.81 + 30 \\ &= 70 \end{aligned}$$ 1M
考慮水平方向。
$R\cos\theta = 50$ 1M
$\therefore\ \theta = 54.5°,\ R = 86.0$ N
釘子施加於板塊的力 = 86.0 N (向右且跟水平朝上的角為 54.5°) 1A

(e)



1A

2. 一塊長板重量為 100 N，長度為 3 m，傾斜地擱在一道平滑垂直牆壁的 A 點上，另一端則放在粗糙地面的 B 點上。

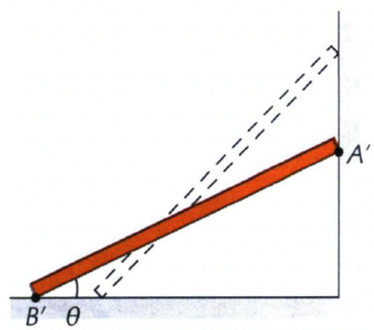


(a) 求地面作用在長板上的法向反作用力。 (1 分)

(b) 牆壁作用在長板上的法向反作用力是多少？ (2 分)

(c) 求長板與地面之間的摩擦力。 (1 分)

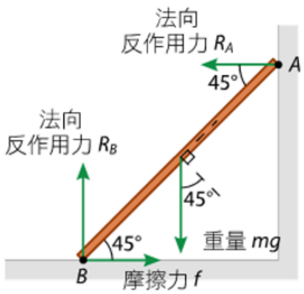
(d) 現在，把長板擱在牆壁的 A' 點上，另一端則滑到地面的 B' 上。$\theta < 45°$。



(b) 部及 (c) 部的答案會有何改變？試扼要解釋。 (2 分)

Ans:

(a)



在平衡狀態下，作用在長板上的淨力為零。只考慮作用在長板上的垂直力，可得

$R_B = W = 100$ N

地面作用在長板上的法向反作用力為 **100N**。 (1A)

(b) 在平衡狀態下，繞任何一點作用在長板上的淨力矩為零。考慮繞 B 點的力矩，可得

$(mg\cancel{\cos 45°})(1.5) = (R_A\cancel{\sin 45°})(3)$

$(100)(1.5) = (R_A)(3)$ (1M)

$\therefore\ R_A = 50$ N

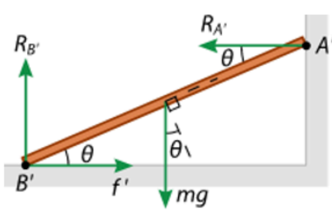
牆壁作用在長板上的法向反作用力為 **50 N**。 (1A)

(c) 在平衡狀態下，作用在長板上的淨力為零。只考慮水平力，可得

$f = R_A = 50$ N

長板和地面之間的摩擦力為 **50 N**。 (1A)

(d)



考慮繞 B' 點的力矩，可得

$(mg\cos\theta)(1.5) = (R_A'\sin\theta)(3)$

重組上述方程，可得

$$R_A' = \frac{1.5mg\cos\theta}{3\sin\theta}$$

$$= \frac{mg}{2\tan\theta}$$ (1M)

若 θ 下降，則 $\tan\theta$ 也隨之下降，使 (b) 部和 (c) 部的答案**增加**。 (1A)

3. 圖 (a) 顯示，偉業正彎身提起一個重物 L (= 100 N)，脊椎與垂直方向之間的夾角為 60°。

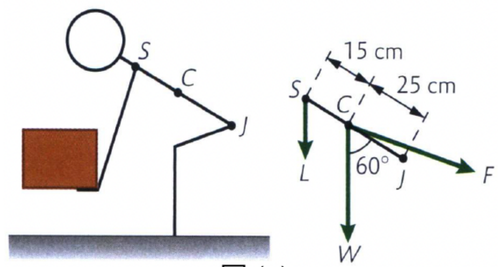


圖 (a)

偉業上半身的重量 W (= 400 N) 作用在 C 點上，與關節 J 相距 25 cm。背部的肌肉提供的合力 F 作用在 C 點上，並與脊椎成固定的 10° 夾角。假設重物的重量垂直作用在 S 點，而 S、C 兩點相距 15 cm。

(a) 考慮繞關節 J 的力矩，若要偉業維持如此姿勢，力 F 需為多少？ (2 分)

(b) 現在，偉業屈膝蹲下以提起相同的重物，如圖 (b) 所示。假如脊椎與垂直方向之間的夾角現為 30°，新的力 F 為多少？ (1 分)

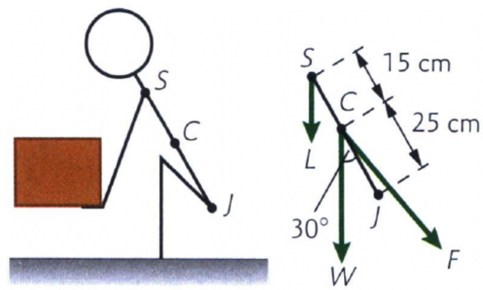


圖 (b)

(c) 由此，扼要解釋為甚麼搬重物時，應盡量使重物與雙足靠近。 (2 分)

Ans:

(a) 在平衡狀態下，繞任何一點作用在脊椎上的力矩為零。考慮繞 J 點的力矩，可得

$(F \sin 10°)(0.25)$

$= (W \sin 60°)(0.25) + (L \sin 60°)(0.4)$

重組上述方程，可得

$$F = \frac{(400 \sin 60°)(0.25) + (100 \sin 60°)(0.4)}{(\sin 10°)(0.25)} \quad \text{(1M)}$$

$\approx$ **2790 N** (1A)

(b) 在平衡狀態下，繞任何一點作用在脊椎上的力矩為零。考慮繞 J 點的力矩，可得

$(F \sin 10°)(0.25)$

$= (W \sin 30°)(0.25) + (L \sin 30°)(0.4)$

重組上述方程，可得

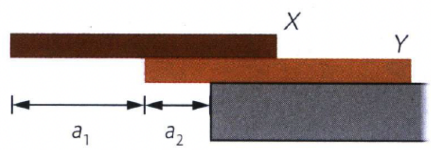
$$F = \frac{(400 \sin 30°)(0.25) + (100 \sin 30°)(0.4)}{(\sin 10°)(0.25)} \quad \text{(1M)}$$

$\approx$ **1610 N** (1A)

(c) 重物與雙足越靠近，脊椎與垂直方向的夾角越小。 (1A)

以此姿勢提起重物所需的力較小。換言之，背部肌肉的負擔也較小。 (1A)

4. 兩塊完全相同的方塊 X 和 Y 長度同為 24 cm，如下圖般在一個桌面上疊起。方塊 X 伸出方塊 Y 的長度為 a_1，而方塊 Y 伸出桌面的長度則為 a_2。忽略方塊之間的摩擦力。



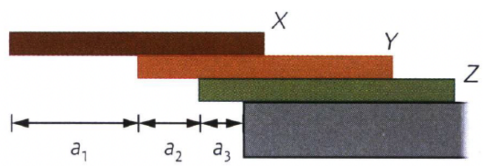
(a) 在下列情況中，指出有關重心的情況。

(i) 方塊 X 不會從方塊 Y 上翻倒時，方塊 Y 的重心 (1 分)

(ii) 兩個方塊不會從桌面翻倒時，方塊系統的重心 (1 分)

(b) 調整兩個方塊的位置，使方塊 X 伸出至最遠而不翻倒。求此情況下的長度 a_1 和 a_2 。 (3 分)

(c) 把第三個方塊 Z 插入方塊 Y 下，如下圖所示。在方塊 X 伸出至最遠而不翻倒的情況下，求 a_3。 (1 分)

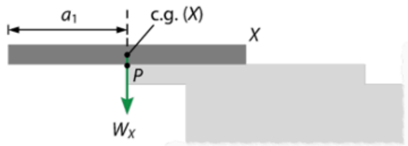


Ans:

(a) (i) 方塊 X 的重心必定位於方塊 Y 的上方。 (1A)

(ii) 方塊系統的重心必定位於桌子的上方。 (1A)

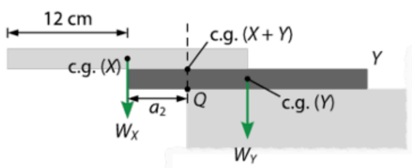
(b) 首先考慮方塊 X。



假如方塊 Y 沒有承托方塊 X 的重心，沒有力能夠產生足夠順時針力矩，以抵消由方塊 X 的重量產生、繞 P 點（方塊 Y 的邊緣）的力矩。因此，當方塊 X 的重心位於 P 點之上時，其伸出的長度最大。因此

$a_1 = \frac{24}{2}$ **= 12 cm** (1A)

然後考慮方塊 Y。

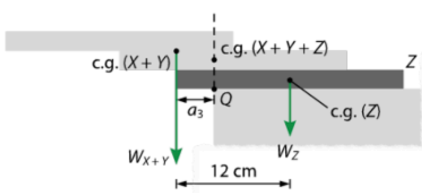


同理，如果方塊系統沒有在桌面上打翻，則該系統的重心必定位於 Q 點（桌面邊緣）的正上方。 (1M)

考慮 Q 點的力矩，可得

$\cancel{mg}a_2 = \cancel{mg}(12 - a_2) \quad \Rightarrow \quad a_2 = 6\text{ cm}$ (1A)

(c) 考慮方塊 Z。



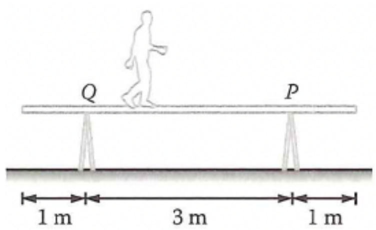
如果方塊系統沒有在桌面上打翻，則該系統的重心必定位於 Q 點的正上方。 (1M)

考慮 Q 點的力矩，可得

$2\cancel{mg}a_3 = \cancel{mg}(12 - a_3) \quad \Rightarrow \quad a_3 = 4\text{ cm}$ (1A)

2 多項選擇題

1. 支架 PQ 上架了一樑橫木，如圖。橫木重 300 N。有一個重 600 N 的人從 Q 點，慢慢向右走。

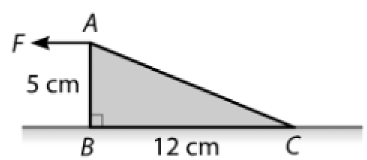


那人走到何處，橫木就會翻起？

A. P 點之右 0.5 m
B. P 點之左 0.5 m
C. P 點之右 0.75 m
D. P 點之左 0.75 m

C

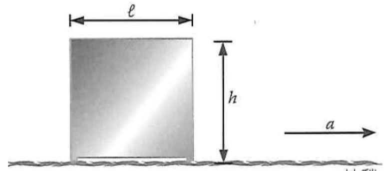
2. 如圖，一塊高 5 cm 、底長 12 cm 、且重量為 10 N 的三角木塊 ABC 放在水平面上。當一道量值 3 N 的施力 F 向左作用於 A 點時，木塊開始翻側。現在如果 F 指向右，其量值應為多少，方能使木塊開始翻側？



A. 6.2 N
B. 8.1 N
C. 16 N
D. 21 N

D

3. 一磚勻質方塊，高 h 闊 ℓ，擱在地毯上。把地毯以加速度 a 水平拉動。



假設方塊沒有翻側，也沒有滑移，a 的最大值是多少？

A. $\dfrac{g\ell}{h}$

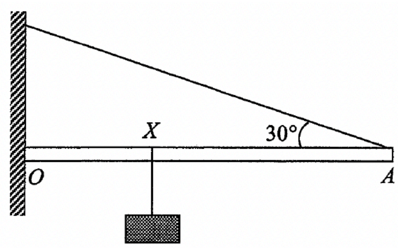
B. $\dfrac{gh}{\ell}$

C. $\dfrac{g\ell}{\sqrt{\ell^2+h^2}}$

D. $\dfrac{g\sqrt{\ell^2+h^2}}{\ell}$

A

4.



一個長度為 80 cm 的輕質剛性棒 OA 在一端 O 與牆壁鉸接。一個重量為 24 N 的物體附著在 X 上，其中 OX 等於 30 cm。一條輕質繩子附著在 A 上，使得繩子與棒成 30°。棒保持水平。計算牆壁對棒的反作用力。

A. 15.6 N

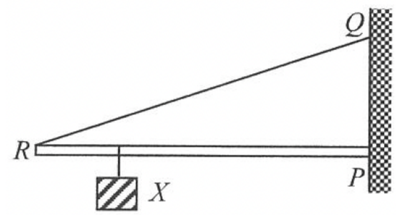
B. 18.0 N

C. 21.6 N

D. 22.5 N

C

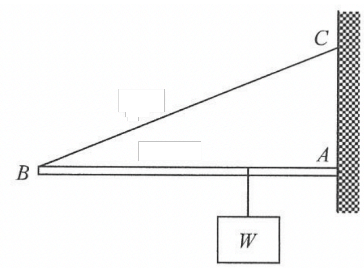
5. 一個質量為 0.15 kg 的均勻米尺在 P 點鉸接到牆上，另一端 R 則通過一根連接到 Q 點的鋼線固定在牆上，Q 點位於 P 點的正上方。一個質量為 0.1 kg 的方塊 X 從距離 R 點 30 cm 處懸掛在米尺上。米尺水平放置。求鋼線張力對 P 點產生的力矩。



A. 1.42 N m
B. 1.05 N m
C. 0.75 N m
D. 0.70 N m

A

6. 一個勻質硬竿 AB，以 A 為支軸，它由一金屬線接連牆壁上位於 A 點豎直上方的 C 點，使竿維持水平。竿上掛着負荷 W。若將 W 逐漸從 A 移向 B，下列哪些數量會增加？

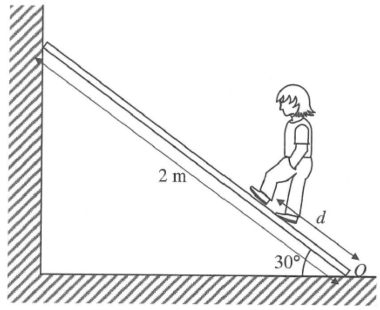


(1) 金屬線上的張力。
(2) 竿所受到的水平壓縮力。
(3) A 點上的作用力的垂直分量。

A. 只有 (1)
B. 只有 (3)
C. 只有 (1) 和 (2)
D. 只有 (2) 和 (3)

C

7.



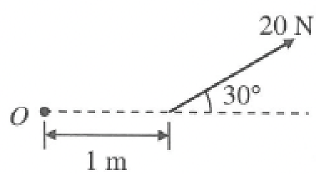
一個重量為 600 N 的男子從 O 點沿著梯子往上走，如上圖所示。牆壁是光滑的，地板是粗糙的。梯子的長度為 2 m，梯子的重量為 500 N ，梯子和地板之間的最大摩擦力為 700 N 。他最多可以沿梯子走多遠的距離 (d)，以保持梯子不會滑動？

A. 0.514 m
B. 1.03 m
C. 1.45 m
D. 2 m

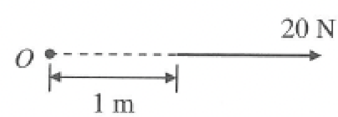
A

8. 以 O 為支點，以下哪個情況的合力矩量值是最大的？

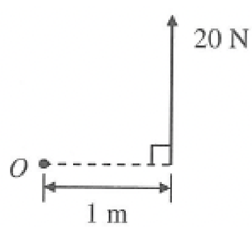
A.



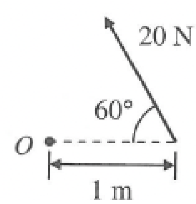
B.



C.

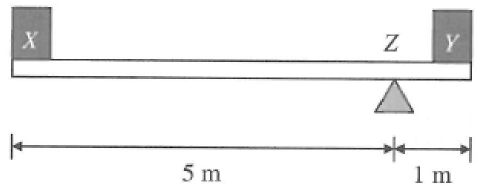


D.



C

9.



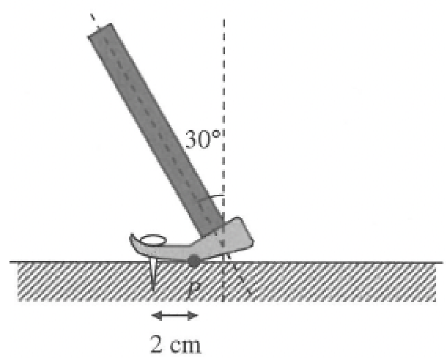
如上圖所示，一個質量為 2 kg 的均勻木板放在一個支撐點上。X 和 Y 是質量分別為 2 kg 和 14 kg 的物體。以下哪些陳述是**不正確**的？

(1) 木板處於平衡狀態。
(2) 支撐點對木皮所施加的力為 20 N
(3) 如果現在在 Z 點對木板施加向上的力，木板將繞著 Z 點旋轉。

A. 只有 (1) 和 (2)
B. 只有 (1) 和 (3)
C. 只有 (2) 和 (3)
D. (1), (2) 和 (3)

C

10. 一

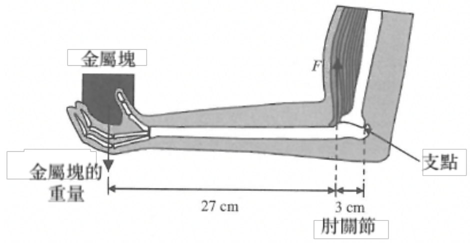


個男人使用一把質量可忽略不計的錘子從一個木塊的表面上取出一個質量為 5 g 的釘子。錘子的手柄長度為 25 cm，如圖所示，與垂直方向成 30°。當釘子即將被取出時，錘子與木塊接觸的唯一點為 P。如果木塊對釘子的平均摩擦力為 15 N，求取出釘子所需的最小力。

A. 0.01 N
B. 0.02 N
C. 1.1 N
D. 1.2 N

D

11.



一個男孩用他的左手拿著一個重量為 20 N 的金屬塊，如圖所示。他的前臂（包括手）的重量 W 作用於他的肘關節和金屬塊之間。他的肱二頭肌對前臂施加向上的力為 F。以下哪些陳述是**不正確**的？

(1) 如果男孩想要將金屬塊舉起，且他的前臂（包括手）的重量是 10 N，則 F 的最小量值為 240 N。

(2) 他的手臂充當一個力量放大器。

(3) 如果金屬塊靠近肘關節放置，肱二頭肌需要施加更大的力。

A. 只有 (1) 和 (2)

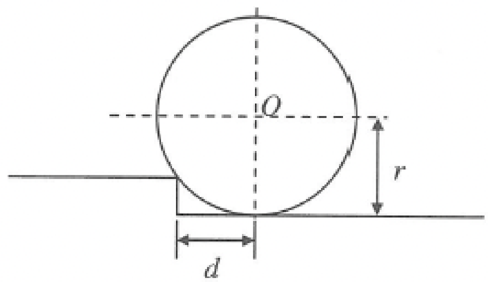
B. 只有 (1) 和 (3)

C. 只有 (2) 和 (3)

D. (1), (2) 和 (3)

D

12.



上圖顯示了一個帶有軸 O、半徑 r 和質量 m 的重型滾筒。如果要將滾筒拉上臺階，最小所需力 F_1 是多少？如果力的方向必須水平於地面且通過 O 點，所需的力 F_2 是多少？

	$\mathbf{F_1}$	$\mathbf{F_2}$
A.	$\frac{mg}{2}$	$\frac{mgd}{r}$
B.	$\frac{mg}{2}$	$\frac{mgd}{\sqrt{r^2-d^2}}$
C.	$\frac{mgd}{2r}$	$\frac{mgd}{r}$
D.	$\frac{mgd}{2r}$	$\frac{mgd}{\sqrt{r^2-d^2}}$

D