

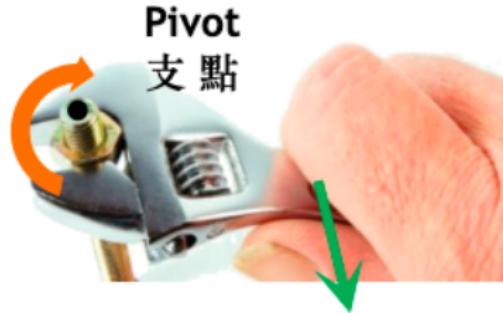
# 第三課

力的轉動效應

全年班

# 力矩 Moment of force/ torque

- 在剛體（有固定形狀和大小的物體）中，力能令剛體圍繞一點轉動。
- 作用力促使物體繞著支點轉動的趨向。



# 力矩 Moment of force

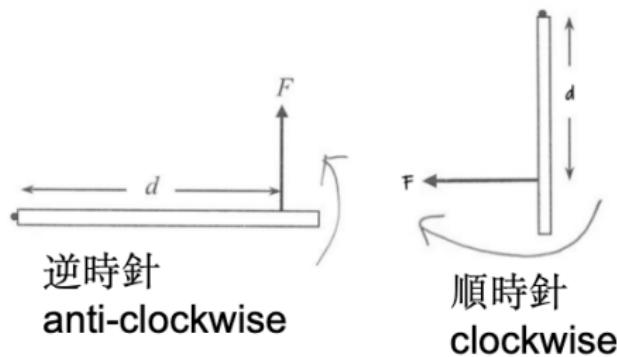
- 力矩是**矢量**，單位是牛頓米 (N m)。
- 力矩的**方向**可以是順時針或逆時針，視乎它會令物體向哪個方向轉動。
- 力矩 (moment of force) 又稱轉矩 (turning moment)。
- 而支點 (pivot) 又稱支軸或轉動軸心。

# 力矩 moment of force

力矩量值 magnitude of moment of force

$$\tau = d \times F \quad (1)$$

- $\tau$  [N m] = 力矩。Torque.
- $F$  [N] = 施力。Applied force.
- $d$  [m] = 施力至支點的垂直距離。

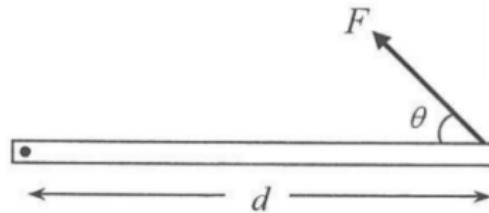


# 力矩 moment of force

當力矩的方向和剛體的幾何產生角度時，力矩的公式需要加上一個  $\sin \theta$  來表達。

## 力矩量值 magnitude of moment of force

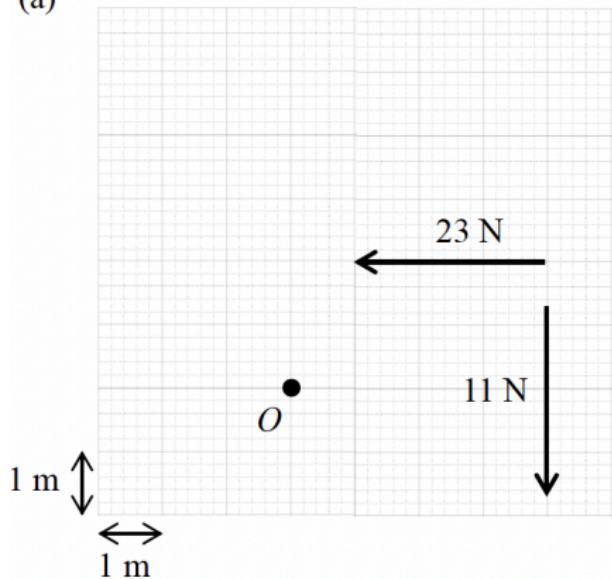
$$\tau = d \times F \times \sin \theta \quad (2)$$



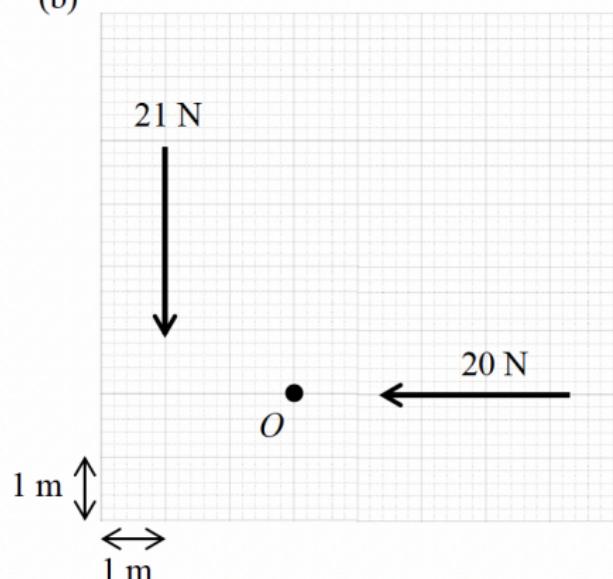
# 例題 Example

對於以下各力的系統中，求對 O 的**合力矩量值及方向**。

(a)



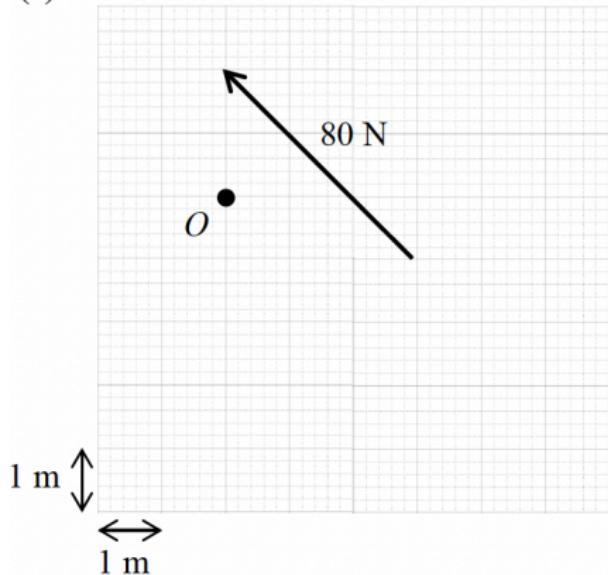
(b)



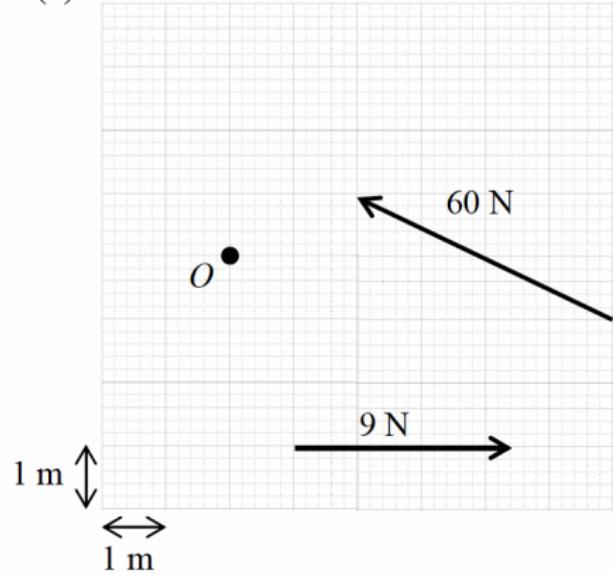
# 例題 Example

對於以下各力的系統中，求對 O 的**合力矩量值及方向**。

(c)



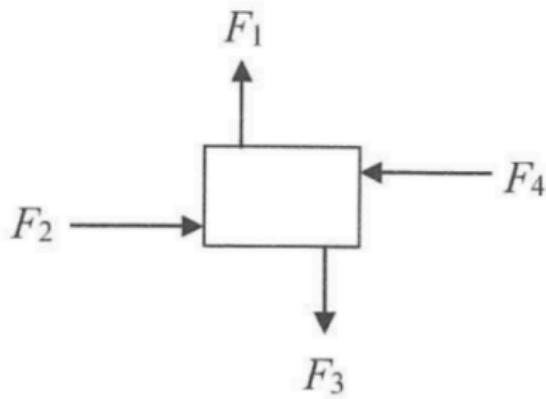
(d)



# 剛體平衡 Rigid body equilibrium

- 平移平衡

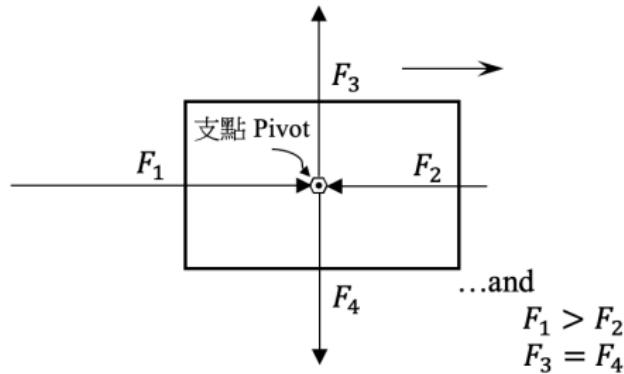
- ▶ 淨力 = 0



# 剛體平衡 Rigid body equilibrium

- 旋轉平衡

- ▶ 淨力矩 = 0



# 剛體平衡 Rigid body equilibrium

- 平衡狀態或靜止狀態：

平移平衡

=

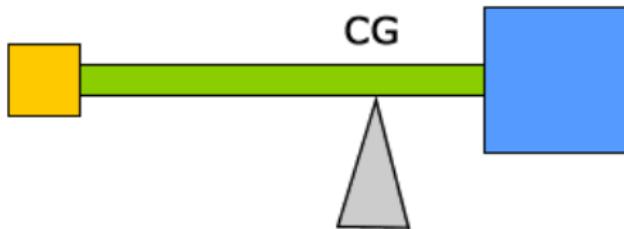
+

旋轉平衡



# 重心 Center of gravity

- 每個剛體都有一個稱為重心（簡稱 CG）的固定點，剛體的全部重量好像都作用於這一點。



# 重心 Center of gravity

- 均勻且對稱的物體（例如密度和直徑都恆定不變的棒），重心位於它的中心，至於不規則物體的重心，則可用實驗方法找出。



# 力矩題目計算步驟 Steps for problems

- ① 畫出自由體圖。
- ② 選擇合適的支點。
- ③ 平衡順時針和逆時針的力矩。
- ④ 平衡不同方向的力。

# 如何選擇合適的支點 How to choose a suitable pivot

- 在平衡狀態下，可以選擇任何一點作為支點。
  - ▶ 計算過程中，所有通過支點作用的力會被忽略掉。
- 在旋轉狀態下，只能選擇旋轉的支點進行計算。

## 例題 Example

一塊質量可略的板水平放置在支撐點上。板上如圖放上質量分別為  $4\text{ kg}$  和  $m$  的小方塊後，仍保持水平。 $4\text{ kg}$  與支撐點相距  $80\text{ cm}$ ， $m$  與支撐點相距  $32\text{ cm}$ 。



# 例題 Example

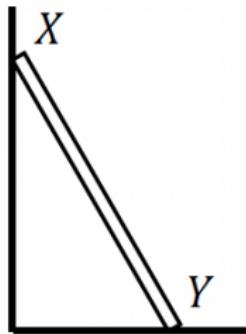
(a) 求  $m$  的值。

# 例題 Example

(b) 求支撐點對板施加的力的量值。

## 例題 Example

圖中的梯子 XY 長 3 m，質量為 5 kg，斜倚牆上靜止不動，X 點離地 2 m。假設梯子是均質，且牆壁與梯子之間的摩擦力可略去不計。



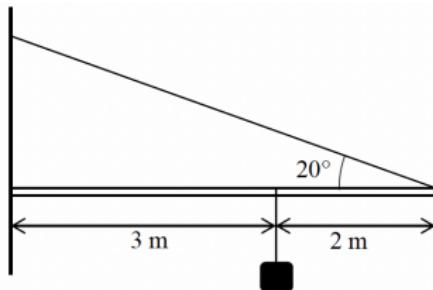
- (a) 繪畫梯子的隔離體圖。

## 例題 Example

(b) 設地面作用於梯子的合力為  $R$ ，求  $R$  的量值和方向。

# 例題 Example

一根質量為 8 kg 的勻質木棒其中一端光滑鉸接在牆上，另一端以輕繩如圖懸掛。繩與水平之間的夾角是  $20^\circ$ 。在木棒上掛上一個質量為 5 kg 的物件。



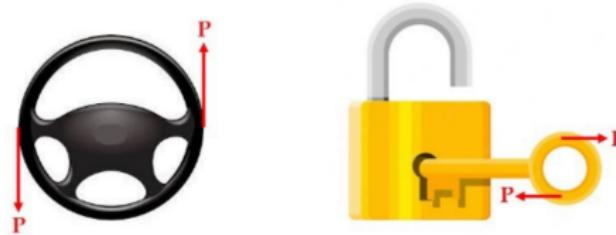
求繩子及牆壁對木棒施加的力的量值。

# 例題 Example

sol.

# 力偶 Couples

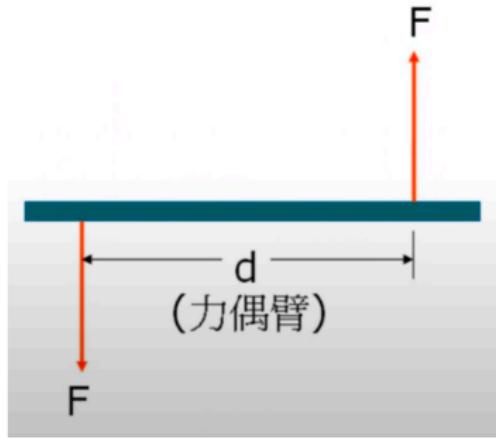
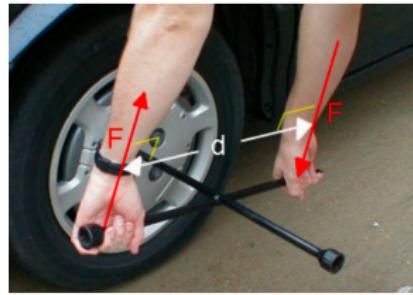
- 只有淨力矩，沒有淨力。
- 物體只會在原地打轉，不會平移移動。



# 力偶 Couples

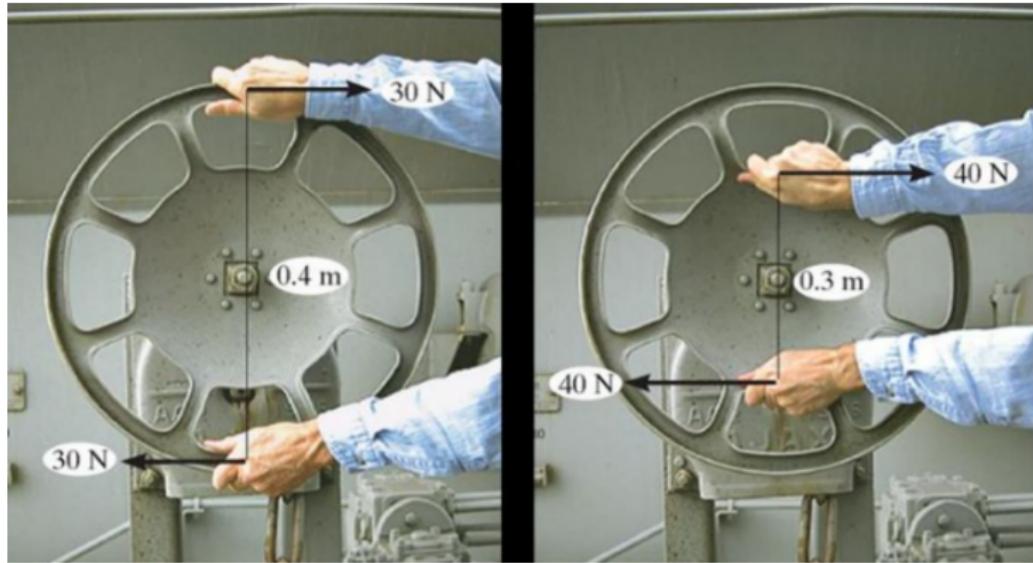
力偶的淨力矩 Net moment of couples

$$\tau = d \times F \quad (3)$$



# 力偶 Couples

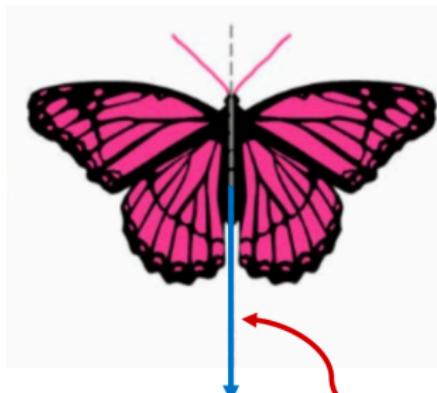
- $d$  越大，所需要的  $F$  越小。



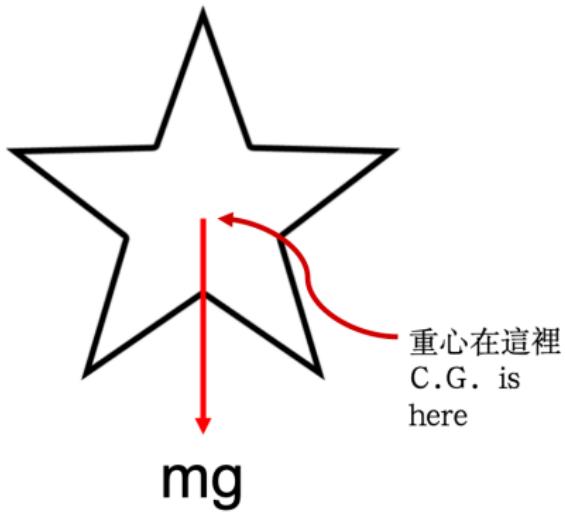
# 找重心的一些方法 Methods to find C.G.

- 找對稱特徵 (幾何中心)
- 鉛垂線

# 找對稱特徵 By symmetry



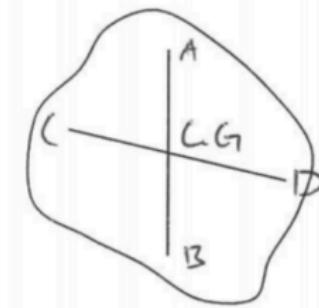
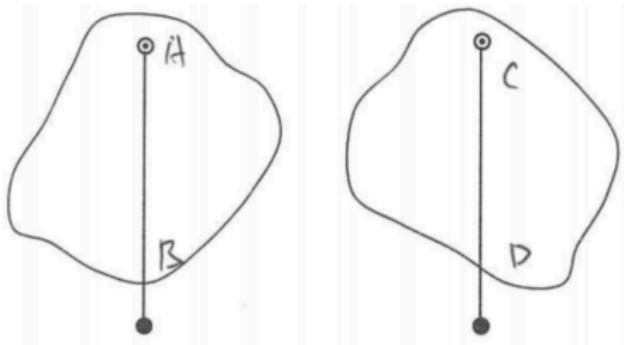
重心在這條直線上  
C.G. is along  
the line



重心在這裡  
C.G. is  
here

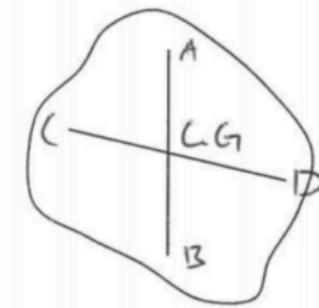
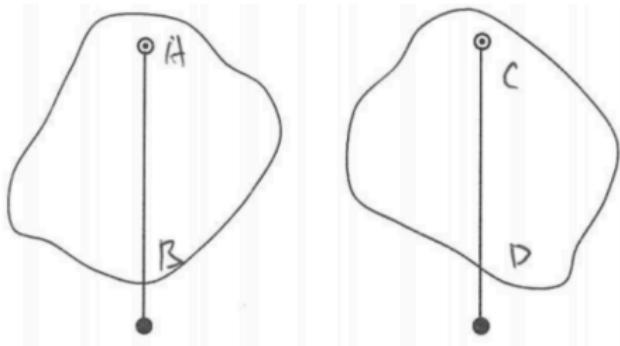
# 鉛垂線 Using plumb lines

- 把鉛垂線懸掛在點 A。
- 重心必須在線上的某一點。
- 旋轉物件，把鉛垂線懸掛在另一點 C。
- 重心 = 兩條線的交點。



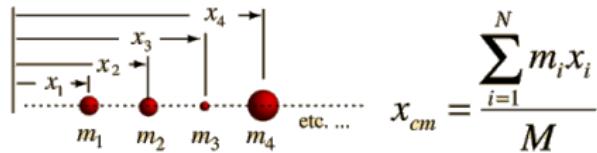
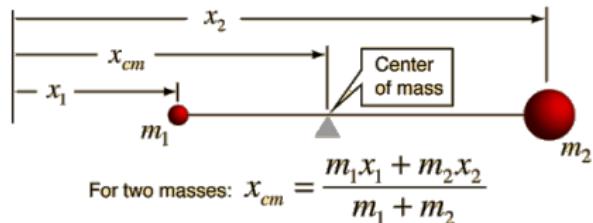
# 鉛垂線 Using plumb lines

- 把鉛垂線懸掛在點 A。
- 重心必須在線上的某一點。
- 旋轉物件，把鉛垂線懸掛在另一點 C。
- 重心 = 兩條線的交點。



直接計算出來 By calculation (Out-syl)

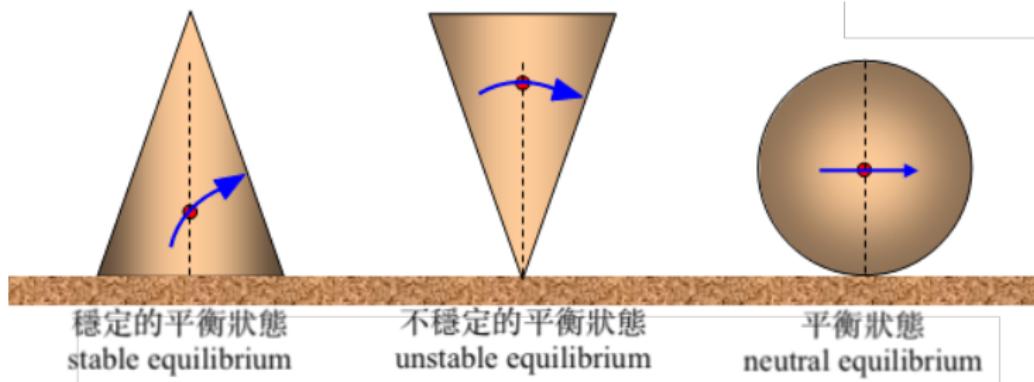
不考不考不考：



$$x_{cm} = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^N \Delta m_i x_i}{M} = \frac{\int_0^M x dm}{M}$$

# 平衡狀態的穩定性 Equilibrium stability

- 給予一個小的推力，穩定平衡會趨向回到原始位置，而不穩定平衡則會傾倒。



# 平衡狀態的穩定性 Equilibrium stability

- 一般而言，可以通過增加底座尺寸和降低重心位置來提高穩定性。

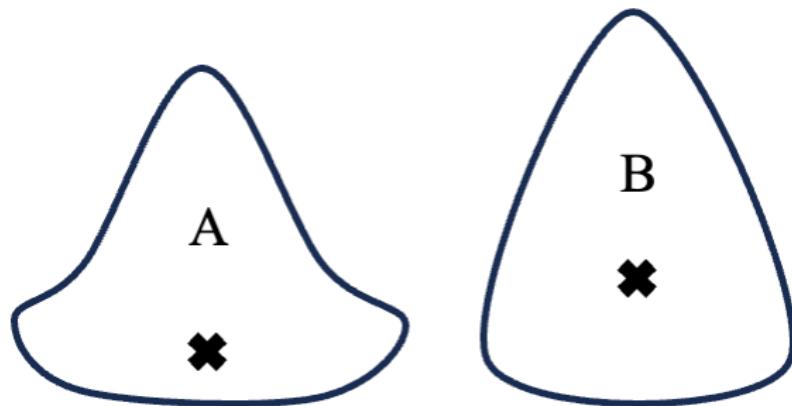


Figure: A 比 B 更不容易被推倒，因為 A 具有較大的底座和較低的重心。

# 滑雪 skiing

- 姿勢使重心靠下和靠後，防止向前傾倒。



# 不倒翁 roly poly toy

