

Тема 3. Основы использования и работы в прикладной компьютерной программе (системе компьютерной алгебры) Maxima.

Лабораторная работа – введение.

Задание 1.1

Компьютерная обработка информации.

1. Модели компьютерной обработки информации

Компьютерная обработка информации включает в себя формализованные подходы для представления и преобразования данных. Основные модели включают:

- **Детерминированные модели:**
 - Такие модели работают с точными данными и выполняют операции с гарантированным результатом. В них каждая входная величина соответствует однозначному результату. Примером может быть моделирование работы процессоров или математические модели, основанные на определенных алгоритмах.
 - **Пример:** алгоритм Евклида для нахождения наибольшего общего делителя.
- **Стохастические модели:**
 - Эти модели учитывают случайные факторы и неопределенность. Они используются для обработки данных с элементами неопределенности, где результат может иметь вероятностную природу.
 - **Пример:** модели машинного обучения, такие как нейронные сети, где результат может варьироваться в зависимости от входных данных и веса связей.
- **Иерархические модели:**
 - Эти модели представляют систему данных в виде уровней, где каждый уровень обрабатывается на основе данных предыдущего. Они эффективны для организации сложных систем с множеством взаимосвязанных элементов.
 - **Пример:** иерархическая модель базы данных.
- **Сетевая модель:**
 - Обработка данных в сетевых моделях осуществляется через узлы, соединенные между собой. Эти модели используются для представления сложных взаимосвязей между элементами, например, в компьютерных сетях или графах.
 - **Пример:** модель графов для поиска кратчайшего пути.

2. Методы компьютерной обработки информации

Методы обработки информации включают алгоритмы и подходы, которые используются для преобразования, анализа и хранения данных.

- **Методы численного анализа:**
 - Используются для решения математических задач с помощью компьютеров, включая вычисление корней уравнений, интегрирование, дифференцирование, интерполяцию и др.
 - **Пример:** метод Ньютона для нахождения корней уравнений.
- **Методы символьной обработки:**
 - Включают работу с символами, такими как переменные, уравнения, выражения. Эти методы используются в системах компьютерной алгебры (CAS).
 - **Пример:** символьное вычисление производных или интегралов.
- **Методы машинного обучения и анализа данных:**
 - Включают алгоритмы классификации, кластеризации, регрессии и другие методы, используемые для автоматического извлечения информации из больших объемов данных.
 - **Пример:** метод ближайших соседей (k-NN) для классификации.
- **Методы обработки естественного языка (NLP):**
 - Направлены на обработку, анализ и генерацию текста. Используются в чат-ботах, системах поиска информации и переводах.
 - **Пример:** токенизация текста и алгоритмы анализа тональности.
- **Методы криптографии:**
 - Используются для защиты данных, шифрования и дешифрования информации.
 - **Пример:** метод RSA для шифрования данных.

3. Средства компьютерной обработки информации

Средства обработки информации включают различные аппаратные и программные компоненты, которые обеспечивают выполнение методов и моделей.

- **Программные средства:**
 - **Операционные системы:** Windows, Linux, macOS – обеспечивают работу компьютера и взаимодействие между программами и аппаратными средствами.
 - **Прикладные программы:** специализированные программы для обработки текстов, таблиц, изображений, звука и видео.
 - **Примеры:** Microsoft Excel для обработки числовой информации, MATLAB для математического моделирования.

- **Программное обеспечение для работы с базами данных:** обеспечивает хранение, организацию и обработку больших объемов информации.
 - **Пример:** MySQL, Oracle.
- **Аппаратные средства:**
 - **Процессоры (CPU, GPU):** обеспечивают выполнение инструкций программ и обработку данных.
 - **Оперативная память (RAM):** хранит временные данные, которые используются при выполнении программ.
 - **Системы хранения данных:** жесткие диски, SSD, серверные системы обеспечивают долговременное хранение информации.
 - **Сетевые устройства:** маршрутизаторы, коммутаторы и серверы для передачи и обработки данных в сетях.
- **Облачные вычисления:**
 - Предоставляют ресурсы для обработки информации через интернет. Пользователи могут арендовать вычислительные мощности и сервисы, такие как Amazon Web Services (AWS) и Google Cloud Platform (GCP).
 - Используются для обработки больших объемов данных, хранения и выполнения сложных вычислений.

Структуры данных в компьютерной алгебре.

Структуры данных играют важную роль в компьютерной алгебре, обеспечивая эффективное представление и обработку математических объектов и выражений. В компьютерной алгебре часто используются следующие структуры данных:

1. Списки

- **Описание:** Списки являются базовой структурой данных, которая хранит упорядоченные элементы, включая числа, переменные, функции или другие структуры.
- **Использование:**
 - Представление математических выражений в виде последовательностей операций.
 - Хранение наборов коэффициентов многочленов или элементов матриц.
- **Пример:** Многочлен $3x^2 + 2x + 13x^2 + 2x + 1$ можно представить как список коэффициентов $[3, 2, 1]$.

2. Деревья

- **Описание:** Дерево — это иерархическая структура данных, где каждый узел может иметь дочерние узлы. Каждый узел дерева представляет собой элемент или операцию, а ветви — аргументы этой операции.
- **Использование:**
 - Символьные вычисления: дерево может быть использовано для представления математических выражений. Узлы могут содержать операторы (+, -, *, /) или функции (sin, cos), а листья — операнды (переменные или константы).
 - Построение и оптимизация выражений.
- **Пример:** Выражение $(x+y)*z(x+y)*z$ может быть представлено в виде дерева:
 - Корень: оператор умножения (*),
 - Левый потомок: оператор сложения (+) с дочерними узлами xxx и ууу,
 - Правый потомок: переменная zzz.

3. Графы

- **Описание:** Графы — это структуры, состоящие из узлов (вершин) и связей (ребер) между ними. В зависимости от задач графы могут быть направленными или ненаправленными.
- **Использование:**
 - Представление сложных взаимосвязей между элементами, например, в системе линейных уравнений.
 - Использование в решении задач оптимизации, таких как поиск кратчайшего пути или минимизации вычислений.
- **Пример:** Граф может быть использован для представления множества функций, где каждая вершина — это функция, а ребра — зависимости между ними.

4. Массивы и матрицы

- **Описание:** Массивы и матрицы — это структуры данных для представления многомерных числовых данных. Массив — это упорядоченная коллекция чисел или выражений, матрица — двумерный массив.
- **Использование:**
 - Решение систем линейных уравнений.
 - Представление данных в символьной алгебре, таких как коэффициенты многочленов.
- **Пример:** Система уравнений может быть представлена в виде матрицы коэффициентов, например, для решения методом Гаусса.

5. Множества

- **Описание:** Множество — это структура данных, которая хранит уникальные элементы без повторений и в произвольном порядке.
- **Использование:**
 - Представление математических множеств, таких как корни уравнений или множество решений.
 - Операции объединения, пересечения и разности над множествами чисел или выражений.
- **Пример:** Множество решений уравнения $x^2=4x^2=4$ может быть представлено как $\{-2, 2\}$.

6. Хэш-таблицы

- **Описание:** Хэш-таблицы — это структуры данных, которые ассоциируют ключи с определенными значениями для быстрого доступа.
- **Использование:**
 - Хранение переменных и их значений во время вычислений.
 - Кэширование промежуточных результатов для ускорения вычислений, особенно в символьных системах.
- **Пример:** Для выражения $f(x)=x^2+2xf(x)$ система может сохранить значение $f(2)$ в хэш-таблице для быстрого доступа при повторном вычислении.

7. Стек

- **Описание:** Стек — это структура данных, работающая по принципу «последний вошел — первый вышел» (LIFO).
- **Использование:**
 - Используется для хранения промежуточных результатов вычислений, например, при разборе выражений в обратной польской записи.
 - Управление вложенными функциями и выражениями.
- **Пример:** При вычислении выражения $(2+3)*4(2+3)*4(2+3)*4$ система может сначала сохранить результат $(2+3)(2+3)(2+3)$ в стеке, а затем умножить его на 4.

8. Очередь

- **Описание:** Очередь — это структура данных, работающая по принципу «первый вошел — первый вышел» (FIFO).
- **Использование:**
 - Обработка задач в символьных вычислениях, где последовательность операций должна выполняться в определенном порядке.

- Обработка алгоритмов в параллельных вычислениях.
- **Пример:** Вычисления могут выполняться по мере добавления операций в очередь для последовательной обработки.
-

Перспективы и будущее развитие

С развитием компьютерной алгебры структура данных становится все более важной для повышения эффективности вычислений и работы с большими символьными выражениями. Современные системы, такие как MATHEMATICA и Maple, продолжают улучшать алгоритмы, которые позволяют более эффективно использовать структуры данных. Одним из направлений развития является интеграция с квантовыми вычислениями, где структуры данных могут быть использованы для моделирования квантовых алгоритмов.

Тенденции:

1. **Оптимизация структур данных** для работы с большими выражениями и системами уравнений.
2. **Интеграция с машинным обучением** для автоматической классификации и упрощения математических объектов.
3. **Использование распределенных и параллельных вычислений** для ускорения символьных вычислений на больших наборах данных.

Таким образом, структуры данных в компьютерной алгебре остаются важным элементом, обеспечивающим эффективность символьных и численных расчетов.

Основные этапы развития компьютерной алгебры.

1. Появление концепции и первых алгоритмов (1950–1960-е годы):

- **Начало разработки алгоритмов** для работы с символьными вычислениями. Ранее большинство вычислительных методов было сосредоточено на численных расчетах.
- Разработка **основ символьной математики**: первые алгоритмы для разложения многочленов, нахождения производных и интегралов.
- **Теоретические основы**: формализация понятий, связанных с символьными вычислениями, включая введение понятий алгебраических структур, таких как поля и кольца.

2. Первые системы компьютерной алгебры (1960–1970-е годы):

- **FORTTRAN**: первые программы для символьной математики были написаны на языках программирования общего назначения, таких как Fortran.
- Разработка специализированных систем, таких как **REDUCE** и **MACSYMA**. Эти системы могли решать уравнения, выполнять упрощение выражений и вычислять интегралы символическим образом.
- **Рождение первых компьютерных систем алгебры (CAS)**, где стали использоваться алгоритмы для более сложных математических операций.

3. Расширение возможностей и применения (1980-е годы):

- Появление **MATHEMATICA** (1988) и **Maple** (1981), что значительно расширило доступность и функциональность компьютерной алгебры для широкого круга пользователей.
- Развитие символьных алгоритмов для работы с большими выражениями, интеграцией, дифференцированием и решением систем уравнений.
- Появление **модульных систем**, где разработчики могли добавлять новые функции или модифицировать существующие.

4. Интеграция с другими областями и рост популярности (1990–2000-е годы):

- **Интеграция с численными методами**: разработка гибридных систем, которые могут сочетать как численные, так и символьные вычисления.
- Расширение области применения компьютерной алгебры на физику, химию, биоинформатику и другие научные дисциплины.
- Повышение эффективности алгоритмов, что позволило работать с большими символьными выражениями и уравнениями.

5. Современный этап (2010-е годы – по настоящее время):

- Развитие **параллельных вычислений** и использование графических процессоров (GPU) для ускорения символьных операций.
- Применение систем компьютерной алгебры в обучении, исследовательской деятельности и инженерии, что способствовало дальнейшему распространению программ, таких как **SageMath**.
- Развитие **облачных вычислений**: системы компьютерной алгебры теперь доступны онлайн, что позволяет пользователям выполнять сложные вычисления удаленно.

6. Будущее компьютерной алгебры:

- Увеличение интеграции с искусственным интеллектом и машинным обучением для автоматизации открытия новых математических результатов.

- Продолжение разработки более эффективных и масштабируемых символьных алгоритмов, особенно в свете развития квантовых вычислений.

Системы компьютерной алгебры. Достижения и перспективы.

Система	Тип (онлайн/устанавливаемая)	Совместимость	Основные возможности	Частота обновлений	Достижения	Перспективы
MATHEMATICA	Устанавливаемая и облачная	Windows, macOS, Linux	Символьные вычисления, машинное обучение, визуализация данных, обработка больших данных	Обновления ежегодно	Лидер в области научных расчетов, поддержка нейронных сетей и ИИ	Интеграция с облачными сервисами, развитие ИИ, улучшение производительности для обработки больших данных
Maple	Устанавливаемая и облачная	Windows, macOS, Linux	Дифференциальные уравнения, символьная математика, инженерные расчеты, оптимизация	Обновления примерно раз в год	Мощные инструменты для алгебры, большая библиотека встроенных математических функций	Углубленная поддержка математического моделирования и визуализации, улучшение интеграции с облачными сервисами

SageMath	Устанавливается и онлайн	Windows, macOS, Linux	Открытая система для символьных вычислений, поддержка линейной алгебры, комбинаторики	Обновления каждые 6-12 месяцев	Бесплатное и мощное ПО для ученых и инженеров, интеграция с Python	Развитие через открытое сообщество, улучшение совместимости с другими системами и расширение функциональности
Wolfram Alpha	Онлайн	Любая ОС (через браузер)	Автоматический расчет уравнений, символьные вычисления, поиск информации на основе данных	Постоянные обновления	Быстрый доступ к сложным расчетам без установки программного обеспечения, интеграция с базами данных	Развитие в направлении и поддержки сложных символьных вычислений, интеграция с ИИ для улучшения обработки запросов
Maxima	Устанавливается и онлайн	Windows, macOS, Linux	Символьные вычисления, упрощение выражений, решение уравнений и систем	Несколько раз в год	Простой интерфейс, ориентированность на научное сообщество	Повышение производительности, улучшение интерфейса и расширение математических

						возможности
SymPy	Устанавливается (Python-библиотека)	Windows, macOS, Linux	Символьные вычисления в Python, работа с математическими выражениями и уравнениями	Регулярные обновления в рамках Python-сообщества	Легкость интеграции с другими библиотеками Python, активное сообщество	Развитие в рамках Python-экосистемы, улучшение поддержки для сложных символьных расчетов
GeoGebra	Устанавливается и онлайн	Windows, macOS, Linux, Android, iOS	Динамическая геометрия, графики, математика для студентов и преподавателей	Обновления несколько раз в год	Популярность в образовательной среде, поддержка множества платформ	Углубление интеграции с учебными системами, расширение возможностей в области научных и инженерных расчетов
Mathcad	Устанавливается	Windows	Инженерные расчеты, интеграция с системами проектирования (CAD), символьные вычисления	Ежегодные или реже	Популярность среди инженеров, поддержка сложных расчетов и их визуализации	Интеграция с другими инженерными платформами, улучшение возможностей для работы с

						большими проектами
--	--	--	--	--	--	--------------------

Задание 1.2. Платное программное обеспечение.

№	Название	Цена	Официальный сайт	Системные требования	Возможности	Жизненный цикл
1	Wolfram Mathematica	795\$ (стандартная)	https://wolfram.com	Windows, macOS, Linux	Символьные и числовые вычисления, обширные библиотеки, интеграция с ИИ, интерактивные блокноты	1988: Появление первой версии Mathematica. С тех пор система прошла множество крупных обновлений, включая интеграцию с искусственным интеллектом и параллельными вычислениями и Активное,

						регулярные обновления; зрелая система
2	Maple	995\$ (академическая)	https://maplesoft.com	Windows, macOS, Linux	Символьные вычисления, алгебра, калькуляция, физические модели, поддержка единиц измерения	1982: Выпущена первая версия. В последующие годы добавлены мощные символьные и числовые возможности, улучшен графический интерфейс. Активное, регулярно обновляется
3	LiveMath	69\$ - 199\$	https://livemath.com	Windows, macOS, Linux	Алгебраические преобразования, 2D/3D графики, простой интерфейс, публикация в интернете	1994: Вышла под названием Theorist. Позже переименована в LiveMath, с акцентом на интерактивную работу с графиками.

						Активное, последнее обновление в 2022 году
4	MathStudio	19,99\$ (базовая версия)	https://mathstudio.com	iOS, macOS, Windows	Графики, калькуляция, операции с матрицами, динамическое 3D построение графиков	2009: изначально известна как SpaceTime, переименована в MathStudio в 2011. Постоянно обновляется, фокусируясь на мобильных устройствах

Наблюдения и перспективы:

- **Частота обновлений:** Wolfram Mathematica и Maple являются самыми развитыми системами, регулярно получающими новые функции и улучшения. Mathematica интегрируется с технологиями ИИ, что может указать на дальнейшее развитие в сторону машинного обучения.
- **Платформы:** Большинство систем кроссплатформенные, хотя некоторые, например, **MathStudio**, более легковесные и доступны для мобильных операционных систем, что отражает растущую тенденцию к мобильной совместимости в вычислениях.
- **Перспективы:** Будущее CAS-инструментов движется в сторону более интерактивных и удобных для пользователя сред, таких как система LiveMath, которая делает упор на простоту использования, визуальные манипуляции с графиками и минимальные знания программирования для пользователей.

Задание 1.3. Бесплатное программное обеспечение.

№	Официальный сайт разработчика	Системные требования	Возможности	Годы жизненного цикла и этапы развития
---	-------------------------------	----------------------	-------------	--

1	SageMath	Windows, macOS, Linux, 64-bit	Общая математика, алгебра, статистика, работа с большими данными, графика	Разработка с 2005 года. Этапы: первое публичное издание Sage 1.0 — 2006 г. Последняя версия — 2023 г. (9.8). Программа активно развивается и актуальна.
2	Maxima	Windows, macOS, Linux, 32/64-bit	Символьные вычисления, алгебра, дифференциальные уравнения, манипуляции с выражениями	Появилась в 1967 году как Macsyma. Открыта в 1998 году под GNU GPL. Последняя версия — 2022 г. (5.46.0). Программа актуальна и регулярно обновляется.
3	GNU Octave	Windows, Linux, macOS, Android	Численные вычисления, альтернатива MATLAB, поддержка линейной алгебры и визуализации	Начало разработки — 1992 год, первая версия — 1994 г. Последняя версия — 2023 г. (7.4.0). Программа активно используется и обновляется.
4	Scilab	Windows, macOS, Linux, 32/64-bit	Численные вычисления, моделирование и симуляция, альтернатива MATLAB	Разработка с 1990 года, первая публичная версия — 1994 г. Последняя версия — 2023 г. (6.1.1). Программа активно поддерживается и актуальна.
5	SymPy	Windows, Linux, macOS, 32/64-bit	Символьные вычисления, интеграция с Python, простота использования	Основана в 2007 году. Последняя версия — 2024 г. (1.13.2). Программа активно развивается и остается актуальной.

Задание 1.4. Онлайн-сервисы.

№	Название	Адрес онлайн-сервиса	Возможности	Годы жизненного цикла
1	Wolfram Alpha	www.wolframalpha.com	Решение уравнений, вычисление интегралов, построение графиков, статистика, физика, химия и др.	Появился в 2009 г., активно развивается. На 2024 г. — один из ведущих сервисов для вычислений.
2	GeoGebra	www.geogebra.org	Построение графиков, работа с функциями, геометрия, алгебра, статистика	С 2001 года, активно используется в образовательных целях. Последняя версия — 2023 г.

3	Symbolab	www.symbolab.com	Решение математических задач: алгебра, тригонометрия, производные, интегралы	Появился в 2011 г., активно поддерживается. Последние обновления — 2023 г.
4	Desmos	www.desmos.com	Построение графиков, решение уравнений, работа с функциями	С 2011 года. Используется в образовании, актуален в 2024 г.
5	Mathway	www.mathway.com	Решение уравнений, статистика, интегралы, тригонометрия	Запущен в 2002 г. Актуален и активно используется в 2024 г.