Лабораторная работа 1. Интерполяция.

Работу выполнил Фролов А.А., 2к ИВТ-2

Использованные данные

Равностоящие узлы:

x	y
0,115	8.65729
0.120	8.29329
0,125	7.95829
0,130	7.64893
0,135	7.36235
0,140	7.09631

Не равностоящие узлы:

x	y
0,43	1.63597
0,48	1.73234
0,55	1.87686
0,62	2.03345
0,70	2.22846
0,75	2.35973

Часть 1. Многочлен Лагранжа

Формула:

$$L(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

Содержимое файла python:

lagrange.py

```
#Наборы данных
X_E = [0.115, 0.120, 0.125, 0.130, 0.135, 0.140]
```

```python
Y_E = [8.65729, 8.29329, 7.95829, 7.64893, 7.36235, 7.09631]

X_NE =  [0.43, 0.48, 0.55, 0.62, 0.70, 0.75]
Y_NE = [1.63597, 1.73234, 1.87686, 2.03345, 2.22846, 2.35973]

#Функция для вычислений
def lagrange(x_arr , y_arr, dot):

    if len(x_arr) != len(y_arr):
        raise ValueError("Неверные данные")

    n = len(x_arr)
    result = 0.0

    for i in range(n):
        term = y_arr[i]
        for j in range(n):
            if i != j:
                term *= (dot - x_arr[j])/(x_arr[i]-x_arr[j])

        result+=term

    return result

#Вывод результата
print("-----------------------------------------")
print("Равностоящие x=138: ", lagrange(X_E, Y_E, 0.138))
print("Равностоящие x=118: ", lagrange(X_E, Y_E, 0.118))
print("-----------------------------------------")
print("Неравностоящие x=0.5: ", lagrange(X_NE, Y_NE, 0.5))
print("Неравностоящие x=0.65: ", lagrange(X_NE, Y_NE, 0.65))
print("-----------------------------------------")
```

Результат работы программы:

```
-----------------------------------------
Равностоящие x=138:  7.20037517376
Равностоящие x=118:  8.43520778176
-----------------------------------------
Неравностоящие x=0.5:  1.7724554458504456
Неравностоящие x=0.65:  2.104496400953544
-----------------------------------------
```

Часть 2. Формулы Ньютона

Равностоящие, ближе к началу таблицы:

$$P_n(x) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{1!}(x - x_0) + \frac{\Delta^2 y_0}{2!}(x - x_0)(x - x_1) + \cdots + \frac{\Delta^n y_0}{n!}(x - x_0)\ldots(x - x_{n-1})$$

Равностоящие, ближе к концу таблицы:

$$P_n(x) = y_n + \frac{\Delta y_{n-1}}{1!}(x - x_n) + \frac{\Delta^2 y_{n-2}}{2!}(x - x_n)(x - x_{n-1}) + \cdots + \frac{\Delta^n y_0}{n!}(x - x_n)(x - x_{n-1}) \ldots (x$$

Не равностоящие:

$$P_n(x) = f[x_0] + f[x_0, x_1](x - x_0) + f[x_0, x_1, x_2](x - x_0)(x - x_1) + \cdots + f[x_0, \ldots, x_n](x - x_0) \ldots (x$$

Таблица для равностоящих:

x	y		dt 1 y	dt 2 y	dt 3 y
0,115	8,65729		-0,36400	0,02900	-0,00336
0,120	8,29329		-0,33500	0,02564	-0,00286
0,125	7,95829		-0,30936	0,02278	-0,00224
0,130	7,64893		-0,28658	0,02054	
0,135	7,36235		-0,26604		
0,140	7,09631				

Для конца таблицы

q		y(0,138)
-0,4		7,200405

$$y(x) = P_n(x) \approx y_n + q\,\Delta y_{n-1} + \frac{q(q+1)}{2!}\Delta^2 y_{n-2} + \frac{q(q+1)(q+2)}{3!}\Delta^3 y_{n-3}, \quad (3)$$

где $q = (x - x_n)/h$.

Для начала таблицы

q		y(0,118)
0,600		8,435222

$$y(x) = P_n(x) \approx y_0 + q\,\Delta y_0 + \frac{q(q-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \frac{q(q-1)(q-2)}{3!}\Delta^3 y_0, \quad (2)$$

где $q = (x - x_0)/h$.

Таблица для не равностоящих:

i	x	y	f(x_i,x_i+1)	f(x_i,x_i+1,x_i+2)
0	0,43	1,63597	1,927400	1,14310
1	0,48	1,73234	2,064571	1,23163
2	0,55	1,87686	2,237000	1,33750
3	0,62	2,03345	2,437625	1,44442
4	0,7	2,22846	2,625400	
5	0,75	2,35973		

x	y
0,5	1,7724

x	y
0,65	2,104412

$$\boxed{P_n(x) = f(x_0) + \sum_{k=1}^{n} f(x_0; ..; x_k) \cdot \prod_{i=0}^{k-1}(x - x_i)}$$

Вывод

Я реализовал программу для работы методом Лагранжа в питоне, так как это проще, так же вручную в таблицах посчитал формулами Ньютона. Итоговые результаты получились равными либо отличающимися на тысячную, что говорит о том, что оба метода были реализованы правильно, и точность хорошая.