题一：波动方程分区求解

$$\begin{cases} u_{tt} - bu_t + \frac{b^2}{4}u = \alpha^2 u_{xx} \\ u(x,0) = x;\ u_t(x,0) = \sin(x) \\ u(0,t) = 0 \end{cases}$$ （10 分）

题二：波动方程分区求解

$u_{tt} = \alpha^2 u_{xx},\quad x > 0, t > 0$

$u(x,0) = \cos(x),\qquad u_t(x,0) = \sin(x)$

$u(0,t) = 0$ （10 分）

题三：球坐标中的分离变量法

$$\begin{cases} \Delta u + \lambda u = 0 \\ r < a,\ \ 0 < \theta < \pi,\ \ 0 < \alpha < 2\pi \end{cases}$$ （15 分）

题四：波动方程分区求解

$$\begin{cases} u_{tt} = \alpha^2 u_{xx}, -l < x < l, t > 0 \\ u|_{t=0} = l^2 - x^2 \\ u_t|_{t=0} = 0 \\ u|_{x=-l} = u|_{x=l} = 0 \end{cases}$$ （15 分）

题五：双曲型方程定解问题解的唯一性证明

$u_{tt} - \alpha^2 \Delta u = f,\quad x \in V, t > 0$

$u(x,y,z,0) = \varphi_1(x,y,z)$

$u_t(x,y,z,0) = \varphi_2(x,y,z)$

$u|_s = u_0(x,y,z,t)\quad x \in S, t > 0$

或 $\left(\frac{\partial u}{\partial n}\right)_s = u_0(x,y,z,t),$

$V$ 是求解区域、$S$ 是边界、$n$ 为外法向。 (10 分)

题六：

证明贝塞尔函数$\{J_m(k_i r)\}$的正交性及写出第一、二、三类边界条件的归一化因子。 （10 分）

题七：

写出热传导方程的极值原理并证明（跟讲义上相同即可）。 （10 分）

题八：问答题

1. 写出“四种”线性定解问题常用解法。（10 分）

2. 作图阐述影响区域、决定区域，以及三种双曲型方程（柯西初值问题、古沙问题、混合问题）的基本边值问题。（10 分）