

## Exercício 02: Percolação

Ana Moreira 54514

O objetivo do trabalho foi criar configurações canônicas de percolação de modo a serem utilizadas no método da queima. De seguida, aplicou-se estatística de modo a compreender o funcionamento do método.

### I. EXERCÍCIO 1: GERAR CONFIGURAÇÕES CANÓNICAS

Inicialmente, foram geradas configurações canônicas de percolação numa rede quadrada de lado  $L$ , com número de sítios dado por  $N = L \times L$  e probabilidade de ocupação dada por  $p$ , definida como a probabilidade de um sítio estar ocupado.

De seguida, geraram-se configurações com  $L = 10$  com valores de probabilidade de ocupação  $p = 0.1$ ,  $p = 0.5$  e  $p = 0.9$ , através de números aleatórios gerados pela função `drand48()`. Estes valores são comparados com o valor de  $p$  utilizado. Se o valor for menor que  $p$ , o sítio é definido como ocupado, se for maior é vazio. Utilizou-se o código `latticeview.h` para observar as configurações geradas, e os resultados obtidos estão na Figura 1.

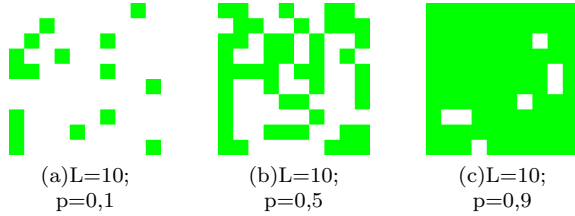


Figura 1. Rede quadrada de configurações canônicas para valor de dimensão  $L = 10$  e diferentes valores de probabilidade  $p$  (0.1; 0.5; 0.9); Os espaços livres estão representados a branco e os espaços ocupados estão representados a verde.

Da figura podemos concluir que quanto maior o valor de  $p$ , maior o número de espaços ocupados.

### II. EXERCÍCIO 2: MÉTODO DA QUEIMA

Depois de gerar as configurações, procedemos à aplicação do método da queima. Para isto, primeiro colocamos a primeira linha a contar de baixo a queimar, e fazemos com que o incêndio se propague para os espaços localizados em cima e ao lado (esquerda e direita) das células a queimar. De seguida, as células definidas como queimar na próxima iteração passam a células a queimar e os sítios que estavam a queimar passam a sítios queimados, e repetimos o processo até não termos nenhum espaço a queimar. Aplicando este processo para valores de  $L = 15$  e diferentes probabilidades de ocupação, obtemos a Figura 2.

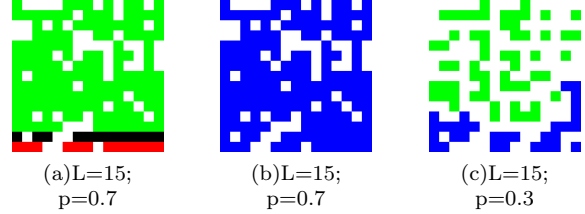


Figura 2. Rede quadrada de configurações canônicas de dimensão  $L = 15$ . As diferentes cores para cada espaço definem-se como: verde: espaço ocupado; branco: espaço vazio; azul: espaço queimado; vermelho: espaço a queimar; preto: espaço a queimar na próxima iteração. A imagem (a) representa o passo da iteração em que a primeira linha está a queimar, e as imagens (b) e (c) o resultado final da aplicação do método da queima para probabilidade  $p=0.7$  e  $p=0.3$  respetivamente.

Como podemos observar na Figura 2, a configuração canônica com probabilidade de ocupação  $p=0.3$  não forma uma agregado percolativo, uma vez que a área queimada não atravessa toda a rede. Por outro lado, para  $p=0.7$  já existe agregado percolativo. Assim, conclui-se que quanto maior a probabilidade de ocupação, maior a densidade de sítios ocupados, e maior a probabilidade de existir um agregado percolativo.

De seguida, obtiveram-se dois valores: o caminho mais curto, definido como o número de passos necessários para o incêndio atravessar toda a rede e o número total de passos de tempo para o incêndio parar completamente, cujos valores obtidos para  $L=15$  e diferentes valores de  $p$  estão presentes na Tabela 1.

Tabela I. Valores do caminho mais curto ( $t_c$ ) e do número total de passos para o fogo parar ( $t_t$ ) em função de diferentes valores de probabilidade para  $L = 15$ .

$p$	$t_t$	$t_c$
0.3	16	0
0.5	27	17
0.7	20	15
0.9	17	15

Ora, como  $p=0.3$  não forma um agregado percolativo, o caminho mais curto até ao fim da rede é zero. Para os valores de probabilidade  $p=0.5$ ,  $p=0.7$  e  $p=0.9$ , verificamos que o número de passos até o incêndio parar e o caminho mais curto diminuem com o aumento da pro-

babilidade, o que nos leva a concluir que a velocidade de propagação do fogo aumenta com o aumento da probabilidade de ocupação.

### III. EXERCÍCIO 3: ESTATÍSTICA

Para perceber o efeito da probabilidade de ocupação em várias medidas, utilizaram-se redes de lado  $L=15$ ,  $L=30$ ,  $L=60$  e 500 valores de  $p$  a variar entre 0 e 1 com aumentos de 0.002, fazendo 10 amostras para cada ponto. Daqui, foram obtidos gráficos da dependência do número total de passos, da probabilidade de existir um agregado percolativo e do caminho mais curto em função da probabilidade de ocupação representados nas Figuras 3, 4 e 5.

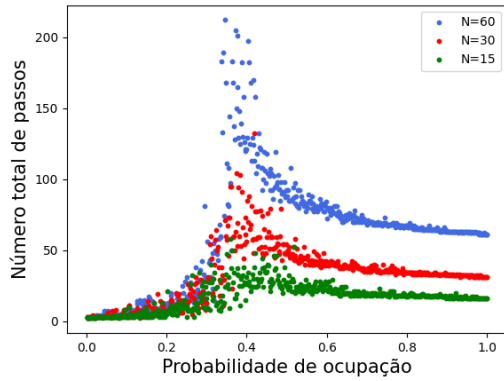


Figura 3. Gráfico do número total de passos em função da probabilidade de ocupação para diferentes sistemas de  $L=15$ ,  $L=30$  e  $L=60$ . 500 amostras utilizadas.

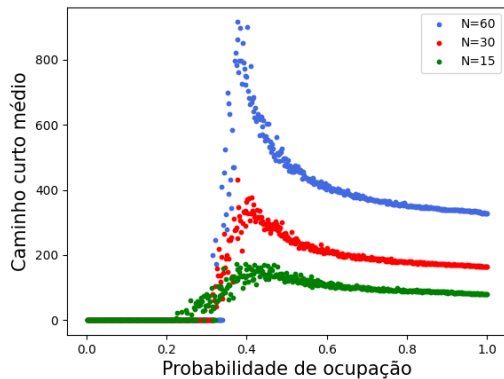


Figura 4. Gráfico do caminho mais curto médio em função da probabilidade de ocupação para diferentes sistemas de  $L=15$ ,  $L=30$  e  $L=60$ . 500 amostras utilizadas.

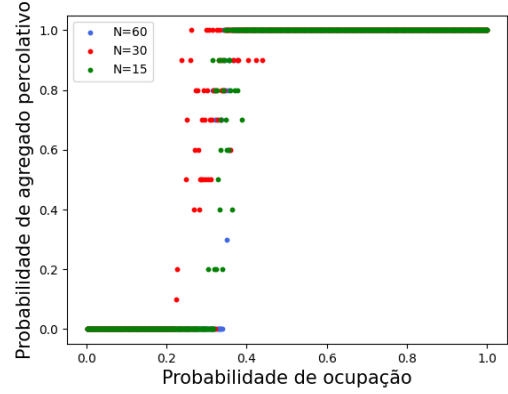


Figura 5. Gráfico da probabilidade de existir um agregado percolativo em função da probabilidade de ocupação para diferentes sistemas de  $L=15$ ,  $L=30$  e  $L=60$ . 500 amostras utilizadas.

Observando a Figura 3, podemos deduzir que o tempo de queima aumenta com o tamanho da rede gerada. Da Figura 5 voltamos a concluir que quanto maior for a probabilidade de ocupação, maior a probabilidade de existir agregado percolativo.

A probabilidade crítica define-se como a probabilidade de ocupação a partir da qual a probabilidade de existir um agregado percolativo passa a ser 1. Do gráfico do caminho mais curto pela probabilidade de ocupação (Figura 4), podemos tirar a probabilidade crítica, pois esta irá corresponder ao ponto mais alto de cada uma das curvas obtidas. Retirando estes valores e calculando o erro em relação ao valor teórico aproximado, dado por  $p_c = 0.592$ , obtemos a Tabela 2. Como o valor de proba-

Tabela II. Valores da probabilidade crítica e subsequente erro em comparação ao valor teórico em função dos diferentes valores de  $L$ .

$L$	$p_c$	Erro(%)
15	0.376	36.6
30	0.378	36.1
60	0.39	34

bilidade crítica teórico aproximado foi obtido para redes de tamanho infinito, podemos concluir que quanto maior for o valor de  $L$ , mais próximo deste valor teórico será a sua probabilidade crítica. Este fenómeno verifica-se nos números obtidos.

É de notar que os valores de  $L$  e de número de amostras utilizados neste trabalho foram relativamente baixos devido a limitações de *hardware*, o que justifica a diferença substancial entre os valores de  $p_c$  obtidos e o esperado e pode justificar as discrepâncias nos gráficos.