Projeto Eletromagnético dos Motores

2ª Tarefa de Recrutamento

Mariana Vieira

Para medir um campo magnético existente numa área cuja secção é um quadrado de lado l, colocou-se uma espira quadrada em seu redor de lado l. Para tal, mediu-se a tensão aos terminais da espira. Todos os lados da espira tem a mesma resitência e o campo magnético teve uma variação temporal expressa por $B = B_0 t$.

1 Defina o que é a Força Eletromotriz

A força eletromotriz é o aparecimento de uma diferença de potencial num circuito fechado devido a uma variação do fluxo magnético.

2 Determine a expressão da força electromotriz induzida na espira e indique o sentido da corrente induzida. Assuma que a força electromotriz só existe durante 1s

Pela lei de Faraday temos:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad (V)$$

Como,

$$\Phi = \int\int \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dA \qquad (Wb)$$

Tendo em conta que $B = B_0 t$ e a espira é quadrada de lado l, e que o campo magnético está perpendicular à espira tem-se:

$$\Phi = B_0 \; t \; l^2$$

Portanto ficamos com:

$$\varepsilon = -B_0 l^2$$

Ou seja, cria-se uma corrente no sentido a que se crie um campo magnético contrário ao que está a ser aplicado na espira tal como afirma a Lei de Lenz. Usando a regra de mão direita com o polegar no sentido da corrente, sabe-se o sentido do campo magnético com o sentido dos restantes dedos.

3 Sabendo que a diferença de potencial medida pelo voltímetro é 5 μV, calcule o valor de B_0

Com o resultado obtido na alínea anterior:

$$5\mu V = B_0 l^2 \Leftrightarrow B_0 = \frac{5}{l^2} \qquad (Tesla)$$

4 Se retirar a espira do banho num campo B e se esta for percorrida por uma corrente I, determine o campo magnético no interior da espira

Para calcular o campo magnético B criado pela corrente I vamos usar a Lei de Ampère, o que é possível pois a corrente é constante criando um campo magnético estável e temos uma geometria simétrica. Portanto, vamos imaginar um solenoide de espiras quadradas e comprimento L com N espiras percorrido pela corrente I criando um campo B constante no seu interior como mostra na figura. Também mostra na figura seguinte a secção usada de comprimento X para conseguir calcular o campo magnético.

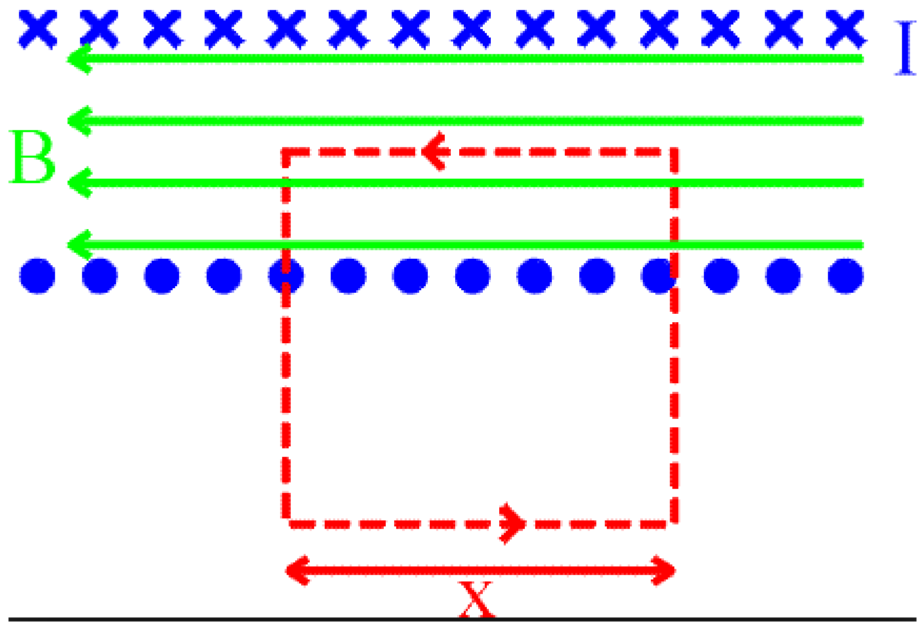

Figura 1: Figura para cálculo do campo magnético B

Como da parte de fora do solenóide o campo é muito fraco, vamos admitir que ele é nulo, e na largura da secção o campo magnético é perpendicular ao caminho, logo só vai interessar para o cálculo o comprimento X dentro do solenóide. A partir da Lei de Ampère temos então:

$$\oint \vec{B}\vec{dl} = \mu_0 I$$

$$BX = \mu_0 I$$

No entanto, temos que ter em atenção quantas vezes é que a corrente atravessa pela secção definida. Ora passa $\frac{N}{L}X$, pois $\frac{N}{L} = n =$ densidade de espiras no solenóide. Portanto chegamos à expressão que nos dá o campo magnético B e admitindo que n=1:

$$BX = \mu_0 I \frac{N}{L} X$$

$$B = \mu_0 I \frac{N}{L}$$

$$B = \mu_0 I$$

Modificou-se forma da espira para algo apróximado a um círculo. A espira alterada tem uma secção de raio r e enrolou-se, no mesmo sítio, mais n-1 espira iguais. Considere a bobina (composta pelo conjunto de espiras) de raio r , comprimento L » r e densidade de espiras n.

Suponha que a bobina está parcialmente preenchida com um núcleo de material ferromagnético de raio r e permeabilidade magnética μ (A bobina está enrolada num cilindro).

5 Qual é a definição de permeabilidade magnética?

A permeabilidade magnética é a medida da capacidade do material para formar campo magnético.

$$\mu = \frac{B}{H} \qquad (H/m,\ NA^{-2}\ ou\ Tm/A)$$

Sendo B o campo magnético induzido, em Tesla, e o H a intensidade do campo magnético, em Ampèr por metro. A permeabilidade relativa é dada pela expressão:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

Temos a permeabilidade no vácuo igual a $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ NA^{-2}$ sendo $\mu_0 = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}$ e sendo ε_0 a permissividade do vácuo e c é a velocidade da luz.

6 Qual é a definição de coeficiente de auto-indução? E a definição de coeficiente de auto-indução mútuo?

Num circuito eletromagnético, quando a força eletromotriz (emf) é induzida no próprio circuito onde a corrente elétrica é variável chama-se a este efeito auto-indução ou indutância (L). Às vezes é chamado de "back-emf"porque a polaridade da tensão induzida é contrária à tensão aplicada. No caso da bobina, quanto maior o número de espiras, maior o coeficiente de auto-indução, portanto para a mesma quantidade de corrente, um maior coeficiente de auto-indução origina um maior fluxo magnético.

$$L = N\frac{\Phi}{I} \qquad (H)$$

Se substituirmos o fluxo magnético por $B \cdot A$ e B por $\mu_0 I \frac{N}{l}$, com l igual ao comprimento da bobina, temos a seguinte expressão para L:

$$L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 \cdot A}{l}$$

A auto-indução mútua, M ou L_m, é a indução de uma tensão numa espira pelo campo magnético de outra espira estando as duas no mesmo campo magnético. Se tivermos duas bobinas enroladas à volta do mesmo material sem haver perdas de fluxo magnético entre as duas bobinas temos a expressão de mútua indutância entre as bobinas:

$$L_m = \frac{\mu_0 \mu_r N_1 N_2 A}{l}$$

Sendo:

- μ_0 permeabilidade no vácuo
- μ_r permeabilidade relativa do material à volta do qual a bobina possa estar enrolada
- N número de espiras das bobinas respetivas
- A área da secção transversal em m^2
- l comprimento da bobina em metros

Para a uma situação indêntica mas agora as duas bobinas estão um pouco afastadas, e tendo a bobina 1 N_1 espiras, percorrida por uma corrente I_1 e a bobina 2 tem N_2 espiras, então o coeficiente de indução mútua da bobina 2 em relação à bobina 1 é:

$$L_{m_{12}} = \frac{N_2 \Phi_{12}}{I_1}$$

E para a situação inversa verificar-se-ia a mesma coisa, M_{21}. Agora reparemos que os coeficientes de auto-indução da bobina 1 e da bobina 2 são:

$$L_1 = \mu_0 \mu_r \frac{N_1^2 \cdot A}{l} \quad e \quad L_2 = \mu_0 \mu_r \frac{N_2^2 \cdot A}{l}$$

Assim chega-se facilmente à seguinte expressão:

$$L_m^2 = L_1 L_2$$

7 Determine o coeficiente de auto-indução da bobina.

Sendo a área da bobina $\pi \cdot r^2$ e estando preenchida com um núcleo de material ferromagnético de raio r e permeabilidade magnética μ temos então: $L = \mu_0 \mu_r \frac{\pi R^2 N^2}{L}$.

Colocou-se a bobina a rodar sem o núcleo (com uma velocidade angular w) em torno do seu próprio eixo, numa região com campo magnético B constante, perpendicular ao eixo de rotação. seja teta o ângulo entre o plano da bobina e a direcção de B e s a normal de stokes (vetor unitário, perpendicular ao plano da bobina).

8 Utilizando a Lei de indução (Lei de Faraday) e o teorema de stokes, determine a tensão aos terminais da bobina.

Sendo $\theta = \omega t + \theta_0$ e admitindo que neste caso $\theta_0 = 0$ temos:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d \int \int \vec{B} \cdot \vec{n} dS}{dt}$$
$$\varepsilon = -\frac{d(Bcos(\theta(t))A)}{dt}$$
$$\varepsilon = -\frac{d(Bcos(\omega)A)}{dt}$$
$$\varepsilon = -\frac{d(Bcos(\omega)A)}{dt}$$
$$\varepsilon = BA\omega sen(\omega t) \quad (V)$$

Portanto percebemos que temos um gerador AC pois a corrente está sempre a inverter o sentido.

Considere o modelo analizado anteriormente, mas agora com três bobinas em rotação com ângulo de 2pi/3 entre elas.

9 Escreva as equações das tensões aos terminais de cada bobina. Determine o somatório das tensões aos terminais das bobinas.

Tendo entao agora a bobina 1 com $\theta_{01} = 0$, a bobina 2 com $\theta_{02} = \frac{2\pi}{3}$ e a bobina 3 com $\theta_{03} = \frac{4\pi}{3}$. Portanto:

$$\varepsilon_1 = BA\omega sen(\omega t)$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{d(Bcos(\omega t + \frac{2\pi}{3})A)}{dt}$$

$$\varepsilon_2 = B\omega sen(\omega t + \frac{2\pi}{3})A$$

$$\varepsilon_3 = B\omega sen(\omega t + \frac{4\pi}{3})A$$

Se somarmos as tensões nos terminais das três bobinas fica:

$$BA\omega(sen(\omega t) + sen(\omega t + \frac{2\pi}{3}) + sen(\omega t + \frac{4\pi}{3}) \; = \; 0$$

Pois se substituirmos t por qualquer valor dá zero. Como o valor do somatório das tensões é zero significa que não há retorno de corrente, logo não há perdas. Logo temos um gerador trifásico síncrono AC.

Introduziu-se uma quarta bobina no modelo, exitada por uma corrente Ir. Agora, fixou-se as três bobinas e meteu-se a rodar no meio a quarta bobina com uma velocidade w.

10 Determine , de forma generalizada, o fluxo ligado nas bobinas fixas, tal como as tensões aos seus terminais.

Admitindo que a disposição das bobinas é igual temos os seguintes fluxos magnéticos:

$$\Phi_1 = \int\int \vec{B} \cdot \vec{n} dS$$

$$\Phi_1 = Bcos(\omega t + 0)A = \mu_0 n I_r Acos(\omega t)$$

$$\Phi_2 = \mu_0 n I_r Acos(\omega t + \frac{2\pi}{3})$$

$$\Phi_3 = \mu_0 n I_r Acos(\omega t + \frac{4\pi}{3})$$

Para o fluxo ligado das bobinas temos:

$$\psi = N\Phi$$

$$\psi_1 = \mu_0 \frac{N^2}{L} I_r A cos(\omega t)$$

$$\psi_2 = \mu_0 \frac{N^2}{L} I_r A cos(\omega t + \frac{2\pi}{3})$$

$$\psi_3 = \mu_0 \frac{N^2}{L} I_r A cos(\omega t + \frac{4\pi}{3})$$

Se repararmos que, para uma espira sem núcleo, o coeficiente de auto-indução mútua é $L_m = \mu_0 \frac{N^2}{L} A$, portanto o fluxo ligado é proporcional ao coeficiente de auto-indução mútua.

Para calcular a tensão nos terminais da bobina temos:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\varepsilon_1 = \omega \mu_0 n I_r A sen(\omega t)$$

$$\varepsilon_2 = \omega \mu_0 n I_r A sen(\omega t + \frac{2\pi}{3})$$

$$\varepsilon_3 = \omega \mu_0 n I_r A sen(\omega t + \frac{4\pi}{3})$$

Substituí-se a última bobina (a parte rotativa da máquina) por um íman, com uma velocidade w.

11 Dimensione um íman (de material à sua escolha) para que tenha a mesma tensão aos terminais da bobina.

Para escolher o material, sendo esse material um íman flexível "Flex 1.1", baseei-me nos seguintes gráficos e tabela:

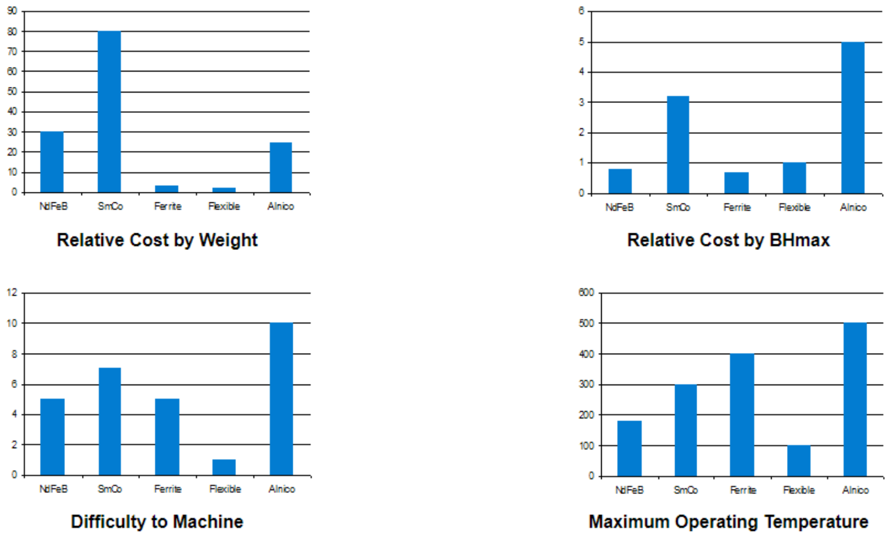

Figura 2: Comparação de materiais para ímans.
Fonte: https://www.intemag.com/magnet-materials

Ferrite (Ceramic) - Magnetic Properties

Grade	Type	Br (kGauss)	Hc (kOersteds)	Hci (kOersteds)	BHmax (MGOe)	Temperature Coefficients (%/°C)	
						of Br	of Hci
F1132	Fully Dense	2,20	1,90	3,25	1.1	-0.18	0.20
F3624	Fully Dense	3,95	2,40	2,45	3.6	-0.18	0.20
F3532	Fully Dense	3,90	3,20	3,25	3.5	-0.18	0.20
F4450	Fully Dense	4,30	4,15	5,00	4.4	-0.18	0.20
Flex 0.6	Flexible	1,725	1,325	1,340	0.6	-0.18	0.20
Flex 1.1	Flexible	2,20	2,00	2,40	1.1	-0.18	0.20
Flex 1.4	Flexible	2,45	2,20	2,40	1.4	-0.18	0.20
Flex 1.6	Flexible	2,65	2,20	2,40	1.6	-0.18	0.20

Figura 3: Comparação de materiais para imans flexíveis.
Fonte: https://www.intemag.com/flexible-magnet-materials-properties

Portanto pegando na seguinte equação e figura ilustrativa, sendo que B_x é a densidade de fluxo:

$$B_x(X) = \frac{B_r}{\pi}\left[arctan\frac{AB}{2X\sqrt{4X^2+A^2+B^2}} - arctan\frac{AB}{2(L+X)\sqrt{4(L+X)^2+A^2+B^2}}\right] \qquad (G)$$

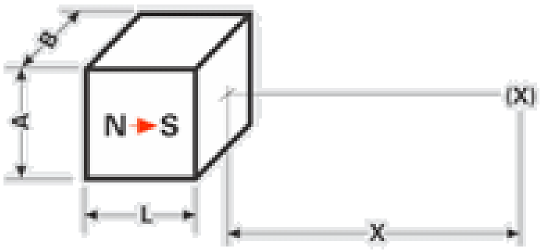

Figura 4: Legenda da equação.
Fonte: https://www.ibsmagnet.com/knowledge/flussdichte.php

Ora, substituindo $B_r = 2200$, B_x por $\mu_0 n I_r cos(\omega t)$ pois a densidade de fluxo é $\frac{\Phi}{Area}$ e dando uma geometria ao íman de A=4cm, B=6cm e L=10cm temos a seguinte expressão em função de X:

$$\mu_0 n I_r cos(\omega t) = \frac{2200}{\pi}\left[arctan\frac{0,04\cdot 0,06}{2X\sqrt{4X^2+0,04^2+0,06^2}} - arctan\frac{0,04\cdot 0,06}{2(0,1+X)\sqrt{4(0,1+X)^2+0,04^2+0,06^2}}\right]$$