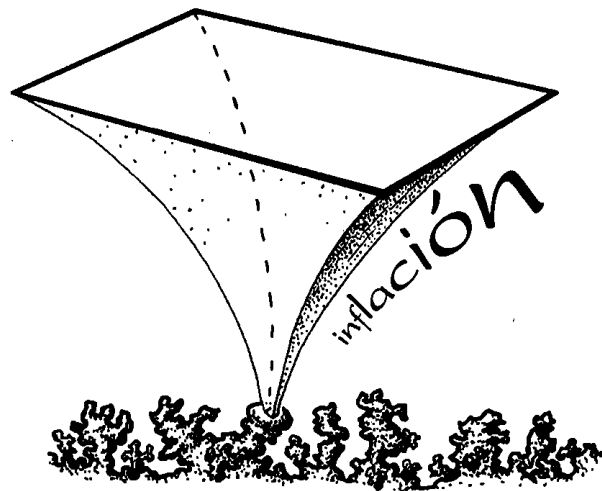


Universo Primitivo: Etapa inflacionaria

BENITO MARCOTE

Mayo, 2011



RELATIVIDAD GENERAL Y COSMOLOGÍA

LICENCIATURA DE FÍSICA

Índice

1	Introducción	3
1.1	Principio Cosmológico y evolución	3
1.2	Problemas a resolver en los modelos cosmológicos	4
1.2.1	El problema del horizonte	4
1.2.2	El problema de la planitud	6
1.2.3	Otros problemas	7
2	La inflación	9
2.1	Camino a la inflación	9
2.1.1	Duración de la inflación	12
2.2	Modelos para una expansión inflacionaria	12
2.2.1	Inflación de tipo slow-roll	14
2.2.2	Otros modelos inflacionarios	15
3	Consecuencias	18
3.1	<i>Reheating</i>	18
3.2	Fluctuaciones primordiales	19
3.3	Multiversos	20
3.4	Conclusiones	21
	Bibliografía	22

CAPÍTULO 1

Introducción

La imagen actual que se tiene para el Universo es que éste, a gran escala, presenta una geometría prácticamente plana, espacialmente euclídea, además de ser dinámico, ya que gracias a las observaciones que Edwin Hubble realizó en 1936 de un gran número de galaxias, se conoce que el Universo está en expansión, de tal forma que la velocidad a la que se aleja un cuerpo es proporcional a su distancia,

$$v = H_0 d \quad (1.1)$$

donde v es la velocidad de recesión de las galaxias, d su distancia a la Tierra, y H_0 la *constante de Hubble*, la cual según los datos más recientes tiene un valor de $H_0 \approx 78 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.

1.1. Principio Cosmológico y evolución

Además, cuando se observa la distribución de galaxias a gran escala, ésta parece más uniforme cuanto mayor sea la escala que tomemos. Así que se puede considerar que el Universo es *homogéneo* a grandes escalas. Es decir, todas las galaxias están distribuidas uniformemente por todo el Universo. Además, una consecuencia de esto es otro hecho observacional: la *isotropía*. Un observador ve fundamentalmente lo mismo con independencia de la dirección en la que mire.

Esto llevó a plantear el *Principio Cosmológico*, que afirma que el Universo es homogéneo e isótropo a grandes escalas (en general cuando se habla de tamaños mayores de $\sim 400 \text{ Mpc}$). Utilizando este principio, se puede llegar a que una métrica que permite describir todo el Universo es

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right] \quad (1.2)$$

que es la *métrica de Friedmann-Roberson-Walker*, en donde se produce una expansión de la forma $a(t)$ y para una curvatura del Universo k .

Así, considerando que el contenido del Universo se puede modelizar como un fluido ideal, uniforme en todo el espacio, se tendrá un tensor energía-momento de la forma

$$T_{\nu}^{\mu} = \begin{pmatrix} c^2\rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

donde considerando la materia tendremos $p = 0$, y para la radiación $p = \frac{1}{3}\rho c^2$.

Introduciendo dichos tensores en las ecuaciones de campo de Einstein, se puede llegar a soluciones que nos da la evolución para un Universo que contiene materia y radiación, las cuales son las conocidas *ecuaciones de Friedmann*,

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8}{3}\pi G\rho - \frac{k}{a^2} \quad (1.4)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4}{3}\pi G(\rho + 3P) \quad (1.5)$$

Así, definiendo la densidad crítica como $\rho_c(t) \equiv \frac{3H^2}{8\pi G}$ y $\Omega(t) = \rho(t)/\rho_c(t)$, la primer ecuación de Friedmann se puede reescribir como

$$|\Omega - 1| = \frac{|k|}{a^2 H^2} \quad (1.6)$$

en donde dado que se observa que $k \approx 0$, se debe cumplir $\Omega \approx 1$, es decir se tiene una densidad muy próxima a la crítica, que es la densidad para la cual el Universo tendría curvatura nula.

Además, éstas dan como resultado que en la Historia del Universo se ha tenido que tener una época inicial dominada por la radiación, en donde $a(t) \sim t^{1/2}$, seguida por la época actual, dominada por la materia y donde $a(t) \sim t^{2/3}$ (en ausencia de constante cosmológica).

1.2. Problemas a resolver en los modelos cosmológicos

A pesar de que el modelo cosmológico descrito brevemente anteriormente describe con una precisión aceptable la dinámica del Universo a gran escala actualmente y en el pasado actual, suscita algunos problemas para poder explicar diversos hechos observacionales.

1.2.1. El problema del horizonte

Uno de estos problemas surge como consecuencia de la edad finita del Universo, a la que nos referiremos como t_0 . Esta causa que únicamente podamos ver del Universo

hasta una distancia tal que su luz ha tenido tiempo de llegar hasta nosotros, ya que para regiones más lejanas, la luz tardaría un tiempo $t > t_0$ en llegar hasta nosotros, luego todavía no hemos recibido información de dichas regiones, i.e. están fuera de nuestro cono de luz. Este horizonte, que se puede definir con nosotros en el centro, se le llama *horizonte de sucesos* (*event horizon*).

Así, dado que el tamaño espacial del Universo será mayor que el del horizonte observable por nosotros, existen regiones de éste que no están conectadas causalmente entre sí, puesto que como la luz todavía no ha tenido tiempo de llegar de unas a otras, ningún evento que haya ocurrido en una de ellas ha podido influenciar a la otra.

Como desde que se produjo el último scattering (desacople entre la radiación y la materia), t_{LS} , el Universo ha estado dominado por la materia, la expansión del Universo desde entonces hasta ahora ha sido de la forma $a(t) \propto t^{2/3}$. Esto implica que el horizonte de partícula (*particle horizon*, el horizonte que delimita las regiones conectadas causalmente al cabo de un tiempo dado) con el paso del tiempo ha ido aumentando, por lo que ahora existen regiones conectadas causalmente que en el pasado no lo estaban.

Esto se puede ver si a partir de la ec. (1.2) observamos el tiempo que tarda un fotón en recorrer una cierta distancia, lo cual evaluando para el tiempo del Universo nos da el radio del horizonte de partícula, i.e. el tamaño del cono de luz. Como para un fotón $ds = 0$:

$$\begin{aligned} cdt &= a(t)dr \\ \Rightarrow \quad \sigma &= c \int_{t_1}^{t_2} \frac{dt}{a(t)} = c \int_{t_1}^{t_2} \frac{da}{a\dot{a}} \end{aligned} \quad (1.7)$$

donde σ nos da el tamaño que tiene el horizonte causal en t_2 para un suceso que ha ocurrido en un instante t_1 .

Así, como en los primeros momentos del Universo dominaba la radiación, se tenía una expansión de la forma $a(t) \propto t^{1/2}$, por lo que el tamaño del horizonte de partícula en el momento del último scattering era

$$\sigma_{ph} = c \int_0^{t_{LS}} \left(\frac{t}{t_{LS}} \right)^{-1/2} dt = 2c t_{LS}$$

donde $t_{LS} \approx 3.8 \cdot 10^5$ yr.

A su vez, si nos fijamos en el tamaño que tendría en dicho momento el horizonte de sucesos actual, i.e. el tamaño de nuestro cono de luz hacia el pasado, y que coincide con la región

que hoy observamos en el CMB, obtenemos que

$$\sigma_{eh} = \int_{t_{LS}}^{t_0} \left(\frac{t}{t_{LS}} \right)^{-2/3} dt = 3 \ c \ t_{LS} \left[\left(\frac{t_0}{t_{LS}} \right)^{1/3} - 1 \right]$$

puesto que desde el último scattering, el Universo ha estado dominado por la materia, de forma que $a(t) \propto t^{2/3}$, y donde t_0 representa la época actual, $t_0 \approx 14$ Gyr.

Llegados a este punto, se puede comparar ambos horizontes, y dependiendo de cual sea mayor que el otro deberíamos observar una cosa u otra en el Universo actual. Así, dado que σ_{ph} nos da la región del Universo que estaba conectada causalmente durante la época del último scattering, y σ_{eh} nos da el tamaño de la región, durante la misma época del tiempo, que observamos actualmente en el cielo, tendremos que si el primero es mayor que el segundo, todo lo que observamos actualmente ha estado relacionado causalmente entre sí antes de que su luz fuese emitida durante la recombinación, por lo que esperaríamos observar lo que se observa: una gran homogeneidad e isotropía puesto que dicha región estuvo interaccionando entre sí.

En cambio, si $\sigma_{ph} < \sigma_{eh}$, tendríamos que las distintas partes que hoy observamos en el CMB no han estado conectadas causalmente entre sí en el pasado, por lo que esperaríamos observar que distintas regiones del CMB presentasen propiedades bien diferenciadas, puesto que no han tenido ninguna relación causal entre sí.

Sin embargo, evaluando ambos horizontes observamos cómo realmente $\sigma_{eh} \gg \sigma_{ph}$, de donde podemos extraer, considerando que σ_{eh} abarca los 360° del cielo, el tamaño en el cielo que tiene una región conectada causalmente:

$$\frac{180}{\pi} \frac{\sigma_{ph}}{\sigma_{eh}} \approx 1.95 \cdot 10^{-2} \text{ rad} \approx 1.12^\circ$$

en donde realizando algún cálculo más preciso se puede obtener un valor de $\sim 1.7^\circ$.

Es decir, regiones separadas más de ese ángulo en el cielo no han estado conectados causalmente, y por tanto no se debería manifestar una isotropía (y homogeneidad) tan alta entre éstas.

1.2.2. El problema de la planitud

A través de las ecuaciones de Friedmann se vio cómo se podía relacionar la densidad relativa del Universo con su curvatura y el factor de escala por medio de la ecuación (1.6). De aquí, dado que conocemos cómo evoluciona $a(t)$ para un Universo dominado por la

radiación o dominado por la materia, se tiene que

$$\text{dominado por materia:} \quad |\Omega - 1| \propto t^{2/3} \quad (1.8)$$

$$\text{dominado por radiación:} \quad |\Omega - 1| \propto t \quad (1.9)$$

Es decir, la solución de $\Omega = 1$ es totalmente inestable, puesto que cualquier desviación respecto de dicho valor evolucionará distanciándose de 1 a medida que el tiempo transcurre. Esto nos lleva a estimar límites superiores que debería tener dicha cantidad a lo largo de la vida del Universo, obteniendo que para dos periodos representativos (el desacople y el tiempo de Planck):

$$\begin{aligned} |\Omega(t \sim 1 \text{ s}) - 1| &< \mathcal{O}(10^{-16}) \\ |\Omega(t \sim 10^{-43} \text{ s}) - 1| &< \mathcal{O}(10^{-60}) \end{aligned}$$

Es decir, se tiene una condición inicial bastante restrictiva en cuanto a la densidad que debió tener el Universo en sus inicios, increíblemente próxima a la crítica.

Esto puede parecer que no entraña ningún problema, dado que en física ya estamos más acostumbrados a que dado un sistema (en este caso el Universo), su evolución queda fijada por las ecuaciones de movimiento que rigen dicho sistema y por sus condiciones iniciales. De tal forma que en este caso aquí tendríamos dichas condiciones iniciales (o de contorno), que han causado la evolución observada, sin ninguna diferencia remarcable.

Sin embargo, el problema que entraña estas condiciones es que son altamente restrictivas, lo cual realmente improbable que se hubiesen producido si suponemos que hubiera sido posible que tomaran cualquier valor. Por ello, aunque se puede ver como un pequeño cambio de “concepto”, se tiende a pensar que las condiciones iniciales que ha podido tener el Universo antes de originarse el Big Bang deberían poder ser bastante arbitrarias, de tal forma que la evolución ocurrida se debería de producir casi con independencia de dichas condiciones.

Así, dado que se requiere la condición de que $|\Omega(t \sim 10^{-43} \text{ s}) - 1| < \mathcal{O}(10^{-60})$, altamente improbable, se tiende a buscar procesos que hagan que en dicho instante se tenga esa condición (que por las observaciones debe satisfacerse) pero que ésta no restrinja las condiciones iniciales que pudo haber en lo que consideramos $t = 0$, de tal forma que éstas evolucionarían rápidamente a un valor lo suficientemente próximo a 0.

1.2.3. Otros problemas

Estos dos son los problemas *clásicos* básicos que presentaba el modelo cosmológico estándar en cuanto a las observaciones. Pero no eran los únicos, ya que también surgen

otros problemas a partir de los modelos de partículas, tanto de QFT o modelos de unificación (GUT, *Gran Unification Theory*), los cuales se hacen relevantes cosmológicamente en las primeras épocas del Universo, cuando el tamaño de éste era muy reducido y se tenía unas condiciones muy extremas, en donde se predice que habría ocurrido la unificación entre las distintas fuerzas de la Naturaleza, dominando el mundo cuántico.

Sin embargo, aquí no nos centraremos en dichos problemas dada su mayor complejidad, aunque alguno de los más remarcables vienen a cuenta de las predicciones del número de monopolos magnéticos que se debieron producir en el Universo Primitivo, los cuales deberían de poder observarse actualmente aunque no es así.

CAPÍTULO 2

La inflación

2.1. Camino a la inflación

Hemos visto como el modelo de evolución del Universo describía razonadamente bien los diversos procesos e interacciones que tuvieron lugar en el Universo desde el Big Bang hasta la actualidad, así como la aparición del fondo cósmico a la temperatura observada. Sin embargo, también tiene algunos puntos que no encajan en dicho modelo, como los comentados en la sección anterior.

Esto hizo necesario la búsqueda de algún cambio en este modelo que permitiese explicar dichas observaciones sin cambiar las predicciones del resto de fenómenos que sí encajan perfectamente con lo observado. Y un modelo que encajó bastante bien en esta búsqueda provino de Alan Guth en 1981, que concibió cómo la introducción de una época con una expansión muy elevada en poco tiempo durante los primeros instantes iniciales del Universo podría solucionar los problemas mencionados. Esto es, un periodo de tiempo en el que la expansión del Universo fuera de la forma $\propto \exp(cte \cdot t)$.

Pero empecemos desde el inicio.

A partir de la ecuación (1.6) se ha visto cómo la densidad se aleja de la crítica inversamente proporcional a \dot{a} (ya que $aH = a\frac{\dot{a}}{a} = \dot{a}$). Así que un primer mecanismo que se nos puede ocurrir para hacer que el Universo pudiera tener cualquier condición inicial para su densidad, y que ésta evolucionase rápidamente hasta un valor suficientemente cercano a la crítica como para que la evolución posterior, la clásica, la que se ha descrito en el capítulo anterior, nos siga dando un valor de Ω acorde con las observaciones es tomar que durante dicho breve espacio de tiempo \dot{a} creciese enormemente, por lo que $|\Omega - 1|$ disminuiría rápidamente, tendiendo a cero lo suficiente.

Una vez logrado eso, la posterior evolución con $a(t) \propto t$ ó $\propto t^{2/3}$ no lograría hacer que Ω divergiese lo suficiente de 1 como para ser observado actualmente, fuera de los límites que tenemos, algo similar a lo que se observa en la Figura 2.1.

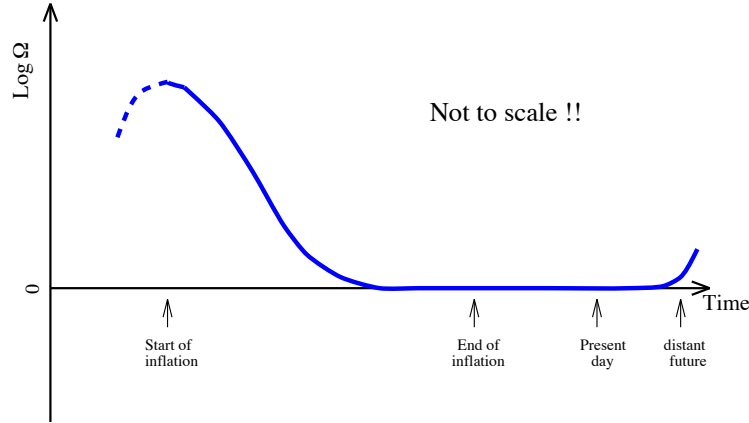


Figura 2.1: Evolución de $\log \Omega$ con el tiempo con la introducción de un periodo inflacionario. Se observa cómo convergería a cero con independencia de la condición inicial. Sacado de [2].

Ahora bien, que \dot{a} aumente con el tiempo significa una aceleración de dicho factor positiva: $\ddot{a} > 0$, que es lo que se puede considerar como la definición de inflación (aunque realmente la relación elegida para tal definición suele variar dependiendo del autor). Pero recordando la segunda ecuación de Friedmann (1.5), se observa cómo una aceleración positiva (y puesto que $a(t) > 0$) involucra que

$$\rho + 3p < 0 \quad \implies \quad p < -\frac{1}{3}\rho$$

lo cual choca con la idea de que en principio tanto la densidad como la presión son magnitudes positivas. Así que se necesita obligatoriamente de algo que genere una presión negativa, si mantenemos el criterio de que la densidad de energía es siempre positiva.

Por otro lado, si consideramos la existencia de un fluido así, i.e. que ejerce una presión negativa, y manteniendo la descripción de fluido perfecto, ecuación (1.3), tomando la primera ecuación de Friedmann (1.4) y despreciando el término de curvatura (tanto porque k es pequeño como porque a crece rápidamente con el tiempo), se obtiene que,

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8}{3}G \pi \rho$$

que es una ecuación diferencial en donde si consideramos que ρ es constante, se integra inmediatamente dando como resultado

$$a(t) = a_0 e^{Ht} \tag{2.1}$$

donde $H = \left(\frac{8}{3}G\pi\rho\right)^{1/2} = cte$.

Esto produce que

$$|\Omega - 1| = \frac{k}{H^2} e^{-2Ht} \ll 1$$

para un t suficiente, ya que el término exponencial decae rápidamente. Y esto es precisamente lo que buscábamos, un proceso que hace que $\Omega \rightarrow 1$ rápidamente, de tal forma que a continuación se ha podido producir una expansión “normal” hasta la actualidad, luego el problema de la planitud se resolvería.

Y en cuanto al problema del horizonte, también lo resolvería debido a que durante esa etapa inflacionaria, se *estiraría* una pequeña región del Universo inicial, conectada causalmente, hasta un tamaño suficientemente grande como para abarcar todo nuestro horizonte de sucesos. Esto y lo anterior se puede visualizar fácilmente con la Figura 2.2, en donde se observa cómo con independencia de la curvatura o densidad que hubiese en una región inicial del Universo, un proceso inflacionario daría lugar a una gran región que presentaría una curvatura muy cercana a la planitud, y una homogeneidad muy alta.

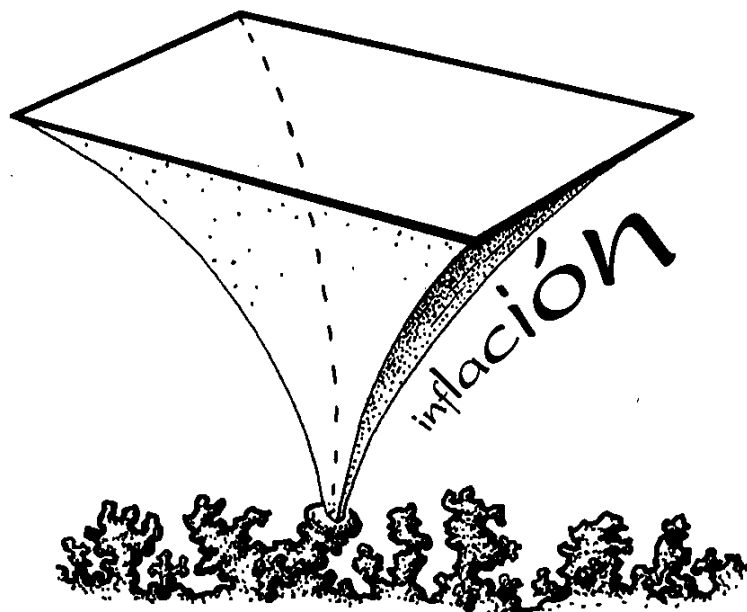


Figura 2.2: Resultado de la inflación producida en una pequeña región del Universo inicial, que podría presentar unas condiciones aleatorias.

Obtenido del libro *El Camino a la Realidad*, R. Penrose 2007.

Esta época inflacionaria habría que introducirla en los primeros instantes del Universo, en torno a la época en que se predice la ruptura de la gran unificación (cuando todas las fuerzas de la Naturaleza estaban unificadas) y antes de la ruptura de la simetría electrodébil, esto es, antes de 10^{-12} s después de la singularidad del Big Bang.

2.1.1. Duración de la inflación

La *cantidad de inflación* que ha podido tener lugar es algo que es necesario determinar, puesto que tal y como observamos la inflación no sigue presente y por tanto ha tenido una duración finita. Para ello, se suele utilizar una cantidad llamada el número de *e-foldings*, N , que viene a ser una medida del número de veces que se ha ampliado el tamaño del Universo durante el tiempo de la inflación. Así, dado que

$$a(t) = a_0 e^{Ht}$$

durante la inflación, tomando que ésta ha estado presente entre $t_i \leq t \leq t_f$, podemos definir

$$N \equiv \ln \frac{a(t_f)}{a(t_i)} = \int_{t_i}^{t_f} H dt \approx cte \int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{V}{V'} d\phi \quad (2.2)$$

que es el número de *e-foldings* que ha tenido lugar.

Comparando con las estimaciones realizadas para la planitud y el horizonte de partícula observado en la actualidad, se requiere que la cantidad mínima de inflación que tuvo lugar fue de unos 60-70 *e-foldings*, que involucran una expansión de un factor 10^{30} , aunque dado que dicha expansión es extremadamente rápida, esto no requiere de un tiempo apreciable, por lo que la mayoría de modelos incluso predicen valores mucho mayores que estos.

2.2. Modelos para una expansión inflacionaria

Con lo anterior se ha visto cómo un modelo de expansión acelerada (inflación) es suficiente para resolver los problemas cosmológicos. Sin embargo, es necesario conseguir un escenario plausible que describa cómo una expansión de este tipo ha podido tener lugar y por qué solo ha estado presente durante un breve periodo de tiempo.

Así, uno de los mecanismos que permiten la generación de la aceleración necesaria es la introducción de un potencial, un campo, que no haya sido considerado todavía, de tal forma que el potencial que cree dicho campo sea el responsable de la aceleración observada. Por simplicidad, podemos considerar el modelo más sencillo que es el correspondiente a un campo escalar y sin masa $\phi = \phi(\vec{x}, t)$, comúnmente llamado *inflatón*, que esté definido en todo el espacio-tiempo presentando un potencial $V(\phi)$ y que vendrá descrito por una ecuación de Klein-Gordon

$$\square\phi - \frac{\partial V}{\partial\phi} = 0 \quad (2.3)$$

Así se tendrá la forma típica para el tensor de energía-momento

$$T^{\mu\nu} = \partial^\mu \phi \partial^\nu \phi - g^{\mu\nu} \left[\frac{1}{2} \partial_\rho \phi \partial^\rho \phi + V(\phi) \right] \quad (2.4)$$

Teniendo en cuenta la homogeneidad del Universo: $\phi(\vec{x}, t) = \phi(t)$, e igualando al tensor energía-momento comentado en la sección anterior, ecuación (1.3), se tiene un sistema de 4 ecuaciones a resolver (realmente 2), dando como resultado

$$\rho(t) = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad (2.5)$$

$$p(t) = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi) \quad (2.6)$$

en donde podemos observar cómo se puede separar dos componentes fácilmente para el campo: un término cinético, y el término potencial.

Si ahora introducimos esto en la condición que se tenía para la inflación: $\rho + 3p < 0$, tendremos que

$$\rho + 3p = 2\dot{\phi}^2 - 2V(\phi) = 2[\dot{\phi}^2 - V(\phi)] < 0$$

por lo tanto, se debe cumplir que predomina el término potencial frente al término cinético para que se cumpla dicha condición, ya que este último es siempre positivo,

$$\dot{\phi}^2 < V(\phi) \quad (2.7)$$

Este tratamiento con el campo ϕ nos permite reescribir las ecuaciones de Friedmann en función de ϕ , en lugar de ρ y p que permanecían de alguna forma más abstractas, resultando

$$H^2 = \frac{8}{3} \pi G \left(\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \right) \quad \wedge \quad \ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0 \quad (2.8)$$

en donde derivando la primera, y utilizando la segunda, obtenemos

$$\dot{H} = -\frac{8}{2} \pi G \dot{\phi}^2 \quad (2.9)$$

Aquí, fijándonos en la segunda ecuación (2.8) vemos cómo es equivalente a una ecuación de movimiento típica para un potencial: $\ddot{\phi} = -\frac{\partial V}{\partial \phi}$ a la que se le ha añadido un término de amortiguamiento, disipativo, $3H\dot{\phi}$.

Así, la primera aproximación trivial que se puede hacer (y que satisface la relación (2.7)) es que la energía cinética sea nula, de tal forma que $\dot{\phi} = 0$. Esto implica que $\dot{H} = 0 \Rightarrow H = cte$. Y por tanto estaríamos en el caso de una inflación ideal: un periodo en el que la expansión era estrictamente exponencial.

2.2.1. Inflación de tipo slow-roll

Sin embargo, una aproximación algo más realista es que la energía cinética no sea estrictamente nula, pero sí que sea mucho más pequeña que la energía potencial. Estaríamos en un caso en el que $\phi(t)$ decae lentamente con el tiempo, verificándose $\dot{\phi}^2 \ll V(\phi)$. Es lo que se conoce como *aproximación slow-roll*. De dicha relación, derivando con respecto al tiempo podemos ver que nos lleva a

$$2\dot{\phi}\ddot{\phi} \ll V'(\phi)\dot{\phi} \quad \Rightarrow \quad |\ddot{\phi}| \ll |V'(\phi)| \quad (2.10)$$

es decir, la aceleración producida es muy pequeña.

Esto permite simplificar las ecuaciones (2.8) a

$$H^2 \approx \frac{8}{3}\pi G V \quad \wedge \quad 3H\dot{\phi} \approx -V' \quad (2.11)$$

Estas relaciones se pueden resumir en dos parámetros adimensionales, (tomando $8\pi G = 1$)

$$\epsilon \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \ll 1 \quad \wedge \quad \eta \equiv \left| \frac{V''}{V} \right| \ll 1 \quad (2.12)$$

Una imagen de esto es un potencial lo suficientemente plano (casi equipotencial a lo largo del espacio) como para producir una aceleración prácticamente nula, de tal forma que $\dot{\phi}$ se mantiene pequeño en todo momento, ver Figura 2.3. Además, esto implica que se puede tratar como si $V \approx cte$, lo que hace que esto se comporte de una forma análoga a una constante cosmológica.

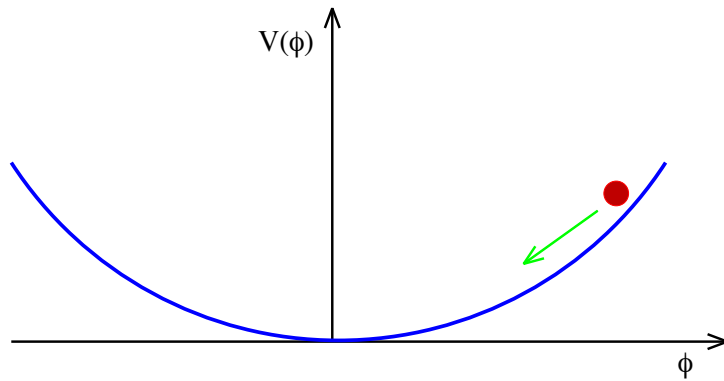


Figura 2.3: Potencial slow-roll. La pendiente es suficientemente pequeña como para no producir una aceleración destacable.

Eventualmente, el campo ϕ llegaría al mínimo del potencial $V(\phi)$, momento en el que la inflación se frenaría, en donde se dejaría de cumplir la condición (2.7). En el caso en

que se tenga un mínimo local (idea más común en los modelos inflacionarios) el campo, al llegar a éste, comenzaría a oscilar en torno a dicha posición de equilibrio, pero como se comentó en la segunda ecuación (2.8), existe un término de fricción, $3H\dot{\phi}$, por lo que dichas oscilaciones se irán frenando hasta que el campo se vuelva estacionario localizándose en el mínimo de potencial.

Aquí, hay que observar que en el caso que dicho mínimo sea $V_{\min} > 0$, la condición (2.7) se seguirá verificando, por lo que sigue siendo válido el tratamiento efectuado para un proceso inflacionario, por lo que ésta seguiría ocurriendo. De hecho, al llegar a dicho mínimo se tendría algo totalmente equivalente a una constante cosmológica $\Lambda = V_{\min}$, que únicamente en el caso en que $V_{\min} = 0$ dejaría de prolongarse dicha inflación.

2.2.2. Otros modelos inflacionarios

En otro orden de cosas, hasta ahora no se ha dado ningún argumento de cómo ha podido originarse dicha época, o qué valor inicial debió tener dicho campo ϕ para no estar en equilibrio y que comenzase la inflación propiamente dicha. Y para ello realmente se han ido dando diferentes soluciones que atacan el problema desde puntos de vista distintos, lo cual ha dado lugar a distintas teorías inflacionarias.

Old-inflation

Originalmente, se interpretó que dicho fenómeno surgió debido a que inicialmente el Universo se encontraba en un mínimo local del potencial, lo que producía un *falso vacío*. En una teoría clásica esto hubiese significado que el campo permanecería ahí el resto del tiempo, pero desde las teorías de campos (cuántica) se conoce que este estado no es estable, y que por efecto túnel terminará decayendo hacia un mínimo más profundo de potencial. Y esto precisamente es lo que se esperaba que hubiese ocurrido: al cabo de un cierto tiempo después del inicio, por efecto túnel decayó a otro mínimo, produciendo así una etapa inflacionaria durante el proceso.

Además, se pensaba que dicho campo era realmente un campo escalar de Higgs, pero tanto esto como la suposición del falso vacío y el efecto túnel conducían a resultados que se alejaban bastante del Universo actual. Entre otras cosas porque el efecto túnel predicho produciría unas “burbujas” (región que ha sufrido la inflación) demasiado pequeñas como para poder asociarse con el Universo observable.

New-inflation

Debido a lo anterior, esa idea se cambió pasando a describirse una inflación de tipo slow-roll como la comentada en capítulos anteriores, haciendo que inicialmente no se tuviera un mínimo local sino que más bien era una situación semiestable, con un potencial suficientemente plano.

Con este modelo se predice que la inflación tuvo lugar entre $t_1 \sim 10^{-36}$ s y $t_2 \sim 10^{-34}$ s, aunque al igual que el anterior presenta bastantes problemas conceptuales, como por ejemplo la obligatoriedad de un potencial lo suficientemente plano en el origen, algo que continúa siendo bastante artificial, además de suponer que la región inicial ya estaba en equilibrio térmico, lo cual no se estaría seguro que se pudiese cumplir.

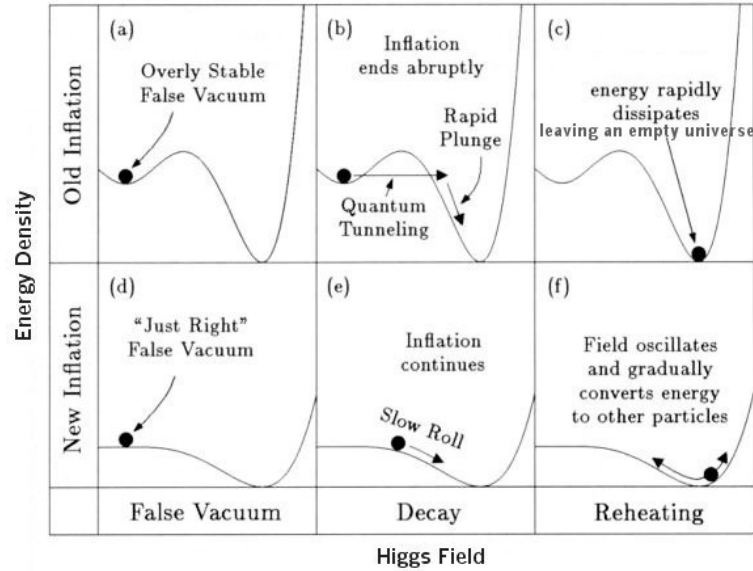


Figura 2.4: Comparativa entre old-inflation y new-inflation. Se observa el cambio de planteamiento de un mínimo local inicial o no. Cortesía de *Universe Review*.

Inflación caótica o inflación estocástica (eternal inflation)

Así, otras descripciones que se fueron considerando a medida que se iba profundizando en los modelos inflacionarios son las que parten de condiciones iniciales arbitrarias para el Universo en el tiempo de Planck (10^{-43} s). Ya sea debido a que los valores de ϕ pudieran ser considerados caóticos (inflación caótica) por estar a la escala de Planck, o que dicho campo estaba afectado por fluctuaciones cuánticas (inflación eterna, que es el modelo más extendido actualmente).

Así, este modelo no exige de ninguna condición inicial. Simplemente se basa en que las fluctuaciones que se tenían que producir en ese Universo inicial por origen cuántico

eventualmente causarían que una región del espacio-tiempo presentase un potencial $V(\phi)$ que no fuese un mínimo, si no una cantidad bastante elevada, lo que estaría acompañado de una energía cinética prácticamente nula. Esto provocaría que dicha región rápidamente sufriese de un proceso inflacionario como el detallado a lo largo de este capítulo, hasta volver a un mínimo de potencial, por lo que la inflación aquí surgiría de forma natural causada por dichas fluctuaciones cuánticas primordiales.

3.1. *Reheating*

Durante el proceso de inflación se ha visto cómo ocurre una evolución en la que el potencial del campo escalar (inflatón) va perdiendo energía hasta llegar a su mínimo.

Aunque aquí únicamente se ha considerado el campo del inflatón, durante el decaimiento hacia el mínimo se produciría una transferencia de la energía perdida hacia otros campos acoplados con éste, que crearían procesos de creación de pares de partículas. Este proceso de decaimiento del campo escalar en otras partículas es el conocido como *reheating*, y como consecuencia de ello, se obtiene un Universo en donde ha aparecido la materia normal (partículas elementales) y se encuentra a una gran temperatura en equilibrio térmico, proporcionando las condiciones iniciales esperadas para la teoría estándar del Big Bang.

Por ello, la teoría estándar del Big Bang cabe precisarla un poco más, separando el inicio a partir de la singularidad que existen en las ecuaciones de campo y que se correspondería con el inicio del Universo, algo que la inflación no es capaz de eliminar, de esa etapa extremadamente caliente y compacta a partir de la cual se fueron formando todos los elementos, que sería lo que hemos denominado reheating y se corresponde con la visión más común cuando se hace referencia al Big Bang, y que como se ha visto se produciría después de la inflación, como una consecuencia de ésta.

Pero a pesar de esto, la información de las condiciones que había en el Universo antes y durante la inflación no se perdería debido a dicha época de reheating, debido a cómo evoluciona la escala del Universo (que viene dada por la inversa de la constante de Hubble, $H^{-1}(t)$, frente a la escala física, que da cuenta del tamaño que tiene las estructuras que existen en el espacio-tiempo. Así, tal y como se puede ver en la Figura 3.1, inicialmente la escala del Universo permanece prácticamente constante,

$$H^{-1} = \frac{a}{\dot{a}} \approx \frac{e^{H_i t}}{H_i e^{H_i t}} = H_i \sim cte$$

ya que durante la inflación, idealmente, se tiene una expansión estrictamente exponencial,

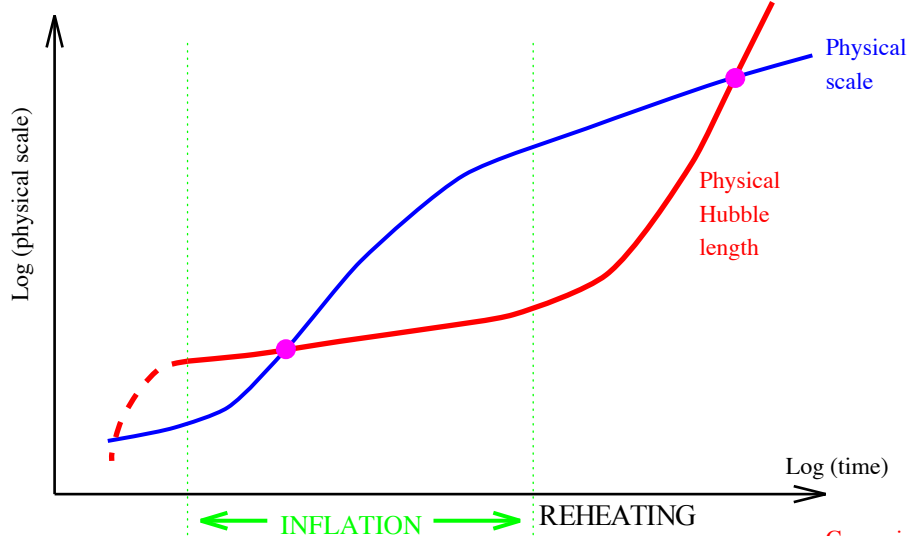


Figura 3.1: Evolución de escalas. Durante el reheating el tamaño de la esfera de Hubble (escala del Universo) es inferior a la longitud de onda.

luego la escala física evoluciona como $\lambda e^{H_i t}$, donde λ es la longitud inicial de las estructuras consideradas.

Una vez la inflación ha pasado, el Universo queda dominado por la radiación, por lo que $a \sim t^{1/2}$, luego la escala física evoluciona como $\lambda t^{1/2}$ mientras que la escala del Universo lo hace como $H^{-1} \sim t$.

Así, aunque inicialmente las estructuras son más pequeñas que el tamaño característico del Universo (lógico), durante la inflación esto se invierte. Pero una vez ésta finaliza, al cabo de un tiempo suficientemente largo la escala del Universo vuelve a ser mayor (ya que aumenta como t frente a $t^{1/2}$), y es aquí cuando volvemos a observar dicha estructura, que es a grandes rasgos observada en la imagen del fondo cósmico de microondas (CMB). Y tiene la gran ventaja de que como durante el reheating, que sigue siendo una época no totalmente comprendida por los modelos cosmológicos y de partículas, su escala es mayor a la del Universo, no está afectada por lo que haya pasado ahí. Es decir, en el CMB básicamente se ve las estructuras que se tenían durante la época inflacionaria sin que haya intervenido los procesos que puedan haber ocurrido durante el reheating, ya que a grandes rasgos, *nada* puede influenciar en estructuras con una escala mucho mayor a la suya.

3.2. Fluctuaciones primordiales

Con esto, acabamos de ver cómo la estructura inicial del Universo habría perdurado a lo largo de la época del reheating y se observaría como fluctuaciones en el CMB. Sin

embargo, esto realmente choca con las consideraciones realizadas a la hora de entender la inflación, en donde se ha supuesto en todo momento que se tenía un campo totalmente uniforme a lo largo del espacio, i.e. $\phi = \phi(t)$, lo que no produciría ninguna estructura final. Por ello, es necesario realizar el enfoque más realista en el que realmente se tendría un campo promedio pero con inhomogeneidades que darían cuenta de esas fluctuaciones iniciales. Por ello, dado que éstas en principio no se alejarían excesivamente del campo promedio, podemos considerar

$$\phi = \phi(t, \vec{x}) \approx \phi_0(t) + \delta\phi(t, \vec{x})$$

Esto hace que la métrica pase a no ser estrictamente homogénea tampoco, siendo ésta una perturbación de la métrica utilizada de FRW.

Con ello, aunque no se va a entrar en detalles aquí, se puede ver cómo se obtiene que dichas fluctuaciones, de origen cuántico, pasan a amplificarse y congelarse para producir unas consecuencias clásicas que se pueden observar, ya que generan un espectro de potencias característico, y que es visible en el CMB.

3.3. Multiversos

Por otro lado hemos visto cómo el periodo inflacionario puede surgir a partir de las fluctuaciones cuánticas primordiales a partir de una pequeña región donde se tuvo momentáneamente un alto potencial $V(\phi)$. Sin embargo, el mismo planteamiento se puede realizar para cualquier otra parte del Universo inicial, lo que nos daría otra región inflacionaria que se convertiría en “algo” similar a nuestro Universo observable, solo que estaría totalmente desconectado causalmente de éste. Por ello, la inflación eterna dio origen a la aparición de la llamada teoría de *multiversos*, haciendo referencia a que podrían existir un gran número de universos, entendiendo como éstos regiones del espacio-tiempo totalmente desconectadas causalmente y cuyas condiciones iniciales no serían las mismas, surgidos por diferentes procesos inflacionarios acontecidos en diversas épocas, dándonos una imagen similar a la Figura 3.2.

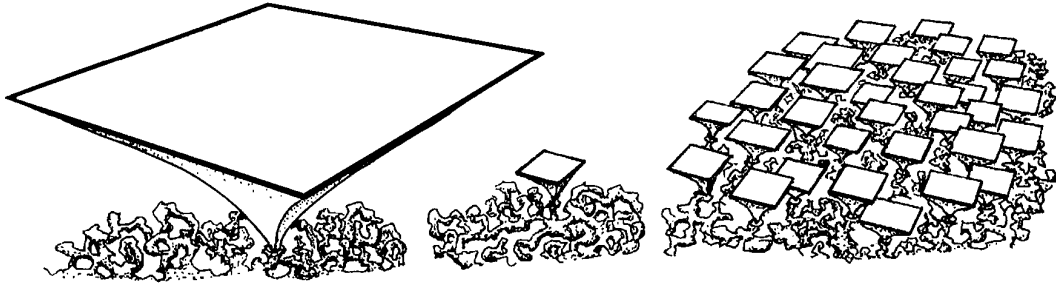


Figura 3.2: Imagen de los distintos procesos inflacionarios que habrían tenido lugar en diferentes regiones del Universo primordial.

3.4. Conclusiones

Con un modelo de tipo inflacionario se ha visto cómo se solventa una gran parte de los problemas que la cosmología clásica no era capaz de resolver. Además, aunque inicialmente dicho modelo fue introducido *a mano*, sin prácticamente ninguna consideración física que explicase la existencia de una evolución de este tipo y sin que saliese de forma natural de la teoría, actualmente se consigue entender más como una consecuencia de las fluctuaciones cuánticas que habría en el Universo primitivo durante la época de Planck.

Aunque a pesar de ello, estas teorías siguen presentando ciertos problemas, aparte de no eliminar la singularidad inicial del Universo, como que no se conoce con precisión qué es dicho campo o qué forma puede tener este potencial, al cual se suele trabajar con cualquier forma: potencial cuadrático, ley de potencias, etc. Pero a pesar de estas diferencias, debido a la concordancia con las observaciones actuales, se piensa que una solución de este tipo es más que plausible y se suele imponer como una etapa que debe surgir de forma natural en cualquier nueva teoría que intente intentar explicar las épocas iniciales del Universo.

Además de ello, la inflación presenta un hecho en el que no se ha profundizado pero que es bastante interesante. Bajo la aproximación de slow-roll se ha visto como cuando la inflación se detiene, eventualmente se acabará en un estado con un potencial $V_{min} > 0$, que puede ser interpretando como una constante cosmológica Λ , lo cual podría unirse con la constante cosmológica observada en la actualidad y que está haciendo que el Universo se expanda aceleradamente, pudiendo ser una consecuencia de esta etapa, es decir, en la actualidad podríamos estar en una *segunda inflación*.

Bibliografía

- [1] M. P. Hobson et al. *General Relativity. An Introduction for Physicists*. Cambridge ed. 2006
- [2] A. R. Liddle, *An Introduction To Cosmological Inflation*, 1999.
arXiv:astro-ph/9901124v1
- [3] G. Olmo, *Introduction to Modified Gravity, Quantum Fields, and Inflation*.
- [4] E. Papantonopoulos, *The Physics of the Early Universe*, Lect. Notes Phys. **653**.
Springer ed. 2005
- [5] M. Roos, *Introduction to Cosmology*, Third Edition. Ed. Wiley. 2003
- [6] A. H. Guth, *Inflation*, 2004