

Nama: ..... Kelas: .....  
Sekolah: .....

## BAGIAN PERTAMA

1. Misalkan  $O$  dan  $I$  berturut-turut menyatakan titik pusat lingkaran luar dan titik pusat lingkaran dalam pada segitiga dengan panjang sisi 3, 4, dan 5. Panjang dari  $OI$  adalah...

2. Misalkan  $x, y$ , dan  $z$  adalah bilangan-bilangan prima yang memenuhi persamaan

$$34x - 51y = 2012z.$$

Nilai dari  $x + y + z$  adalah...

3. Diketahui empat dadu setimbang dan berbeda, yang masing-masing berbentuk segi delapan beraturan bermata 1, 2, 3, ..., 8. Empat dadu tersebut ditos (dilempar) bersama-sama satu kali. Probabilitas kejadian ada dua dadu dengan mata yang muncul sama sebesar ...

4. Fungsi bernilai real  $f$  dan  $g$  masing-masing memiliki persamaan

$$f(x) = \sqrt{[x] - a} \quad \text{dan} \quad g(x) = \sqrt{x^2 - \frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{a}}}$$

dengan  $a$  bilangan bulat positif. Diketahui  $[x]$  menyatakan bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan  $x$ . Jika domain  $g \circ f$  adalah  $\{x | 3\frac{1}{2} \leq x < 4\}$ , maka banyaknya  $a$  yang memenuhi sebanyak...

5. Diberikan bilangan prima  $p > 2$ . Jika  $S$  adalah himpunan semua bilangan asli  $n$  yang menyebabkan  $n^2 + pn$  merupakan kuadrat dari suatu bilangan bulat maka  $S = \dots$

6. Untuk sebarang bilangan real  $x$  didefinisikan  $\{x\}$  sebagai bilangan bulat yang terdekat dengan  $x$ , sebagai contoh  $\{1,9\} = 2$ ,  $\{-0,501\} = -1$ , dan sebagainya. Jika  $n$  adalah suatu bilangan bulat positif kelipatan 2012, maka banyak bilangan bulat positif  $k$  yang memenuhi  $\left\{\sqrt[3]{k}\right\} = n$  adalah...

7. Banyak bilangan bilangan asli  $n < 100$  yang mempunya kelipatan yang berbentuk

$$123456789123456789\dots123456789$$

adalah...

8. Diberikan parallelogram (jajar genjang)  $ABCD$ . Titik  $M$  pada  $AB$  sedemikian rupa sehingga  $\frac{AM}{AB} = 0,017$ , dan titik  $N$  pada  $AD$  sehingga  $\frac{AN}{AD} = \frac{17}{2009}$ . Misalkan  $AC \cap MN = P$ , maka  $\frac{AC}{AP} = \dots$
9. Dalam sebuah pertemuan, 5 pasang suami istri akan didudukkan pada sebuah meja bundar. Berapa banyak cara untuk mengatur posisi duduk 5 pasang suami istri tersebut sedemikian sehingga tepat 3 suami duduk disamping istrinya?
10. Jika  $p, q$ , dan  $r$  akar-akar dari  $x^3 - x^2 + x - 2 = 0$ , maka  $p^3 + q^3 + r^3 = \dots$
11. Jika  $m$  dan  $n$  bilangan bulat positif yang memenuhi  $m^2 + n^5 = 252$ , maka  $m + n = \dots$
12. Pada  $\triangle ABC$  titik  $D$  terletak pada garis  $BC$ . Panjang  $BC = 3$ ,  $\angle ABC = 30^\circ$ , dan  $\angle ADC = 45^\circ$ . Panjang  $AC = \dots$
13. Lima siswa,  $A, B, C, D, E$  berada pada satu kelompok dalam lomba lari estafet. Jika  $A$  tidak bisa berlari pertama dan  $D$  tidak bisa berlari terakhir, maka banyaknya susunan yang mungkin adalah...
14. Diketahui  $H$  adalah himpunan semua bilangan asli kurang dari 2012 yang faktor primanya tidak lebih dari 3. Selanjutnya didefinisikan himpunan

$$S = \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in H \right\}.$$

Jika  $x$  merupakan hasil penjumlahan dari semua anggota  $S$  dan  $\lfloor x \rfloor$  menyatakan bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan  $x$ , maka  $\lfloor x \rfloor = \dots$

15. Diberikan dua lingkaran  $\Gamma_1$  dan  $\Gamma_2$  yang berpotongan di dua titik yaitu  $A$  dan  $B$  dengan  $AB = 10$ . Ruas garis yang menghubungkan titik pusat kedua lingkaran memotong lingkaran  $\Gamma_1$  dan  $\Gamma_2$  masing-masing di  $P$  dan  $Q$ . Jika  $PQ = 3$  dan jari-jari lingkaran  $\Gamma_1$  adalah 13, maka jari-jari lingkaran  $\Gamma_2$  adalah  $\dots$
16. Banyaknya pasangan bilangan bulat  $(x, y)$  yang memenuhi

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{xy^2} = \frac{3}{4}$$

adalah .....

17. Untuk bilangan real positif  $x$  dan  $y$  dengan  $xy = \frac{1}{3}$ , nilai minimum  $\frac{1}{9x^6} + \frac{1}{4y^6}$  adalah .....

18. Banyaknya pasangan bilangan bulat positif  $(a, b)$  yang memenuhi

$$4^a + 4a^2 + 4 = b^2$$

adalah .....

19. Diberikan segitiga  $ABC$ , dengan panjang  $AB$  sama dengan dua kali panjang  $AC$ . Misalkan  $D$  dan  $E$  berturut-turut pada segmen  $AB$  dan  $BC$ , sehingga  $\angle BAE = \angle ACD$ . Jika  $F = AE \cap CD$  dan  $CEF$  merupakan segitiga sama sisi, maka besar sudut dari segitiga  $ABC$  adalah .....

20. Banyaknya bilangan bulat positif  $n$  yang memenuhi  $n \leq 2012$  dan merupakan bilangan kuadrat sempurna atau kubik atau pangkat 4 atau pangkat 5 atau ... atau pangkat 10, ada sebanyak...

Nama: ..... Kelas: .....

Sekolah: .....

## BAGIAN KEDUA

**Soal 1.** Tentukan semua pasangan bilangan bulat tak negatif  $(a, b, x, y)$  yang memenuhi sistem persamaan

$$\begin{cases} a + b = xy \\ x + y = ab \end{cases}$$

Nama: ..... Kelas: .....

Sekolah: .....

**Soal 2.** Cari semua pasangan bilangan real  $(x, y, z)$  yang memenuhi sistem persamaan

$$\begin{cases} x = 1 + \sqrt{y - z^2} \\ y = 1 + \sqrt{z - x^2} \\ z = 1 + \sqrt{x - y^2}. \end{cases}$$

Nama: ..... Kelas: .....

Sekolah: .....

**Soal 3.** Seorang laki - laki memiliki 6 teman. Pada suatu malam di suatu restoran, dia bertemu dengan masing - masing mereka 11 kali, setiap 2 dari mereka 6 kali, setiap 3 dari mereka 4 kali, setiap 4 dari mereka 3 kali, setiap 5 dari mereka 3 kali, dan semua mereka 10 kali. Dia makan diluar 9 kali tanpa bertemu mereka. Berapa kali dia makan di restoran tersebut secara keseluruhan ?

Nama: ..... Kelas: .....

Sekolah: .....

**Soal 4.** Diberikan segitiga lancip  $ABC$ . Titik  $H$  menyatakan titik kaki dari garis tinggi yang ditarik dari  $A$ . Buktikan bahwa

$$AB + AC \geq BC \cos \angle BAC + 2AH \sin \angle BAC$$

Nama: ..... Kelas: .....

Sekolah: .....

**Soal 5.** Diketahui  $p_0 = 1$  dan  $p_i$  bilangan prima ke- $i$ , untuk  $i = 1, 2, \dots$ ; yaitu  $p_1 = 2, p_2 = 3, \dots$ . Bilangan prima  $p_i$  dikatakan ***sederhana*** jika

$$p_i^{(n^2)} > p_{i-1}(n!)^4$$

untuk semua bilangan bulat positif  $n$ . Tentukan semua bilangan prima yang ***sederhana***!