

Nama: Kelas:

Sekolah:

BAGIAN PERTAMA

1. Misalkan O dan I berturut-turut menyatakan titik pusat lingkaran luar dan titik pusat lingkaran dalam pada segitiga dengan panjang sisi 3, 4, dan 5. Panjang dari OI adalah...

2. Misalkan x , y , dan z adalah bilangan-bilangan prima yang memenuhi persamaan

$$34x - 51y = 2012z.$$

Nilai dari $x + y + z$ adalah...

3. Diketahui empat dadu setimbang dan berbeda, yang masing-masing berbentuk segi delapan beraturan bermata 1, 2, 3, ..., 8. Empat dadu tersebut ditoss (dilempar) bersama-sama satu kali. Probabilitas kejadian ada dua dadu dengan mata yang muncul sama sebesar ...

4. Fungsi bernilai real f dan g masing-masing memiliki persamaan

$$f(x) = \sqrt{\lfloor x \rfloor - a} \quad \text{dan} \quad g(x) = \sqrt{x^2 - \frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{a}}}$$

dengan a bilangan bulat positif. Diketahui $\lfloor x \rfloor$ menyatakan bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan x . Jika domain $g \circ f$ adalah $\{x | 3\frac{1}{2} \leq x < 4\}$, maka banyaknya a yang memenuhi sebanyak...

5. Diberikan bilangan prima $p > 2$. Jika S adalah himpunan semua bilangan asli n yang menyebabkan $n^2 + pn$ merupakan kuadrat dari suatu bilangan bulat maka $S = \dots$

6. Untuk sebarang bilangan real x didefinisikan $\{x\}$ sebagai bilangan bulat yang terdekat dengan x , sebagai contoh $\{1,9\} = 2$, $\{-0,501\} = -1$, dan sebagainya. Jika n adalah suatu bilangan bulat positif kelipatan 2012, maka banyak bilangan bulat positif k yang memenuhi $\left\{ \sqrt[3]{k} \right\} = n$ adalah...

7. Banyak bilangan bilangan asli $n < 100$ yang mempunya kelipatan yang berbentuk

$$123456789123456789\dots123456789$$

adalah...

8. Diberikan parallelogram (jajar genjang) $ABCD$. Titik M pada AB sedemikian rupa sehingga $\frac{AM}{AB} = 0,017$, dan titik N pada AD sehingga $\frac{AN}{AD} = \frac{17}{2009}$. Misalkan $AC \cap MN = P$, maka $\frac{AC}{AP} = \dots$
9. Dalam sebuah pertemuan, 5 pasang suami istri akan didudukkan pada sebuah meja bundar. Berapa banyak cara untuk mengatur posisi duduk 5 pasang suami istri tersebut sedemikian sehingga tepat 3 suami duduk disamping istrinya?
10. Jika p, q , dan r akar-akar dari $x^3 - x^2 + x - 2 = 0$, maka $p^3 + q^3 + r^3 = \dots$
11. Jika m dan n bilangan bulat positif yang memenuhi $m^2 + n^5 = 252$, maka $m + n = \dots$
12. Pada ΔABC titik D terletak pada garis BC . Panjang $BC = 3$, $\angle ABC = 30^\circ$, dan $\angle ADC = 45^\circ$. Panjang $AC = \dots$
13. Lima siswa, A, B, C, D, E berada pada satu kelompok dalam lomba lari estafet. Jika A tidak bisa berlari pertama dan D tidak bisa berlari terakhir, maka banyaknya susunan yang mungkin adalah...
14. Diketahui H adalah himpunan semua bilangan asli kurang dari 2012 yang faktor primanya tidak lebih dari 3. Selanjutnya didefinisikan himpunan

$$S = \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in H \right\}.$$

Jika x merupakan hasil penjumlahan dari semua anggota S dan $\lfloor x \rfloor$ menyangkut bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan x , maka $\lfloor x \rfloor = \dots$

15. Diberikan dua lingkaran Γ_1 dan Γ_2 yang berpotongan di dua titik yaitu A dan B dengan $AB = 10$. Ruas garis yang menghubungkan titik pusat kedua lingkaran memotong lingkaran Γ_1 dan Γ_2 masing-masing di P dan Q . Jika $PQ = 3$ dan jari-jari lingkaran Γ_1 adalah 13, maka jari-jari lingkaran Γ_2 adalah ...
16. Banyaknya pasangan bilangan bulat (x, y) yang memenuhi

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{xy^2} = \frac{3}{4}$$

adalah

17. Untuk bilangan real positif x dan y dengan $xy = \frac{1}{3}$, nilai minimum $\frac{1}{9x^6} + \frac{1}{4y^6}$ adalah
18. Banyaknya pasangan bilangan bulat positif (a, b) yang memenuhi
- $$4^a + 4a^2 + 4 = b^2$$
- adalah
19. Diberikan segitiga ABC , dengan panjang AB sama dengan dua kali panjang AC . Misalkan D dan E berturut-turut pada segmen AB dan BC , sehingga $\angle BAE = \angle ACD$. Jika $F = AE \cap CD$ dan CEF merupakan segitiga sama sisi, maka besar sudut dari segitiga ABC adalah
20. Banyaknya bilangan bulat positif n yang memenuhi $n \leq 2012$ dan merupakan bilangan kuadrat sempurna atau kubik atau pangkat 4 atau pangkat 5 atau ... atau pangkat 10, ada sebanyak...

Nama: Kelas:

Sekolah:

BAGIAN KEDUA

Soal 1. Tentukan semua pasangan bilangan bulat tak negatif (a, b, x, y) yang memenuhi sistem persamaan

$$\begin{cases} a + b = xy \\ x + y = ab \end{cases}$$

Nama: Kelas:

Sekolah:

Soal 2. Cari semua pasangan bilangan real (x, y, z) yang memenuhi sistem persamaan

$$\begin{cases} x = 1 + \sqrt{y - z^2} \\ y = 1 + \sqrt{z - x^2} \\ z = 1 + \sqrt{x - y^2}. \end{cases}$$

Nama: Kelas:

Sekolah:

Soal 3. Seorang laki - laki memiliki 6 teman. Pada suatu malam di suatu restoran, dia bertemu dengan masing - masing mereka 11 kali, setiap 2 dari mereka 6 kali, setiap 3 dari mereka 4 kali, setiap 4 dari mereka 3 kali, setiap 5 dari mereka 3 kali, dan semua mereka 10 kali. Dia makan diluar 9 kali tanpa bertemu mereka. Berapa kali dia makan di restoran tersebut secara keseluruhan ?

Nama: Kelas:

Sekolah:

Soal 4. Diberikan segitiga lancip ABC . Titik H menyatakan titik kaki dari garis tinggi yang ditarik dari A . Buktikan bahwa

$$AB + AC \geq BC \cos \angle BAC + 2AH \sin \angle BAC$$

Nama: Kelas:

Sekolah:

Soal 5. Diketahui $p_0 = 1$ dan p_i bilangan prima ke- i , untuk $i = 1, 2, \dots$; yaitu $p_1 = 2, p_2 = 3, \dots$. Bilangan prima p_i dikatakan **sederhana** jika

$$p_i^{(n^2)} > p_{i-1}(n!)^4$$

untuk semua bilangan bulat positif n . Tentukan semua bilangan prima yang **sederhana**!