

**COLEGIO DE ESTUDIOS SUPERIORES DE ADMINISTRACIÓN -
CESA**

Arbitraje en apuestas deportivas

Presentado por:

**Anibal Obregón Vargas
Daniel Obregón Vargas**

Director:

Clara Bruckner

CESA

Octubre 2013

A nuestros padres y abuelitas.

Tabla de contenido

	Pág
I. Introducción	6
II. Marco Teórico	12
III. Metodología	17
III a. Contexto y sujetos de investigación	18
III b. Estrategia de recolección de información para las Tablas de Observación	19
III c. Espacio de Reflexión y Análisis	20
III d. Diagnóstico y recomendaciones de procedimientos para futuros inversionistas y Conclusiones.	21
1. Modelos teóricos en Apuestas Deportivas	22
1.1 Arbitrajes en apuestas deportivas libre de riesgo	22
1.2 Apuestas pari-mutuel	24
1.3 Comparación con Opciones Financieras	25
1.4 Modelo de Estrategia de Apuesta Basado en la Volatilidad del Precio de la Apuesta	28
1.4.1 Descripción del modelo	29
1.4.2 Consideraciones y Conclusiones	33
2. Oportunidades de arbitraje mixtas: arbitraje en juegos de apuestas combinadas con arbitraje en tasa de cambio.	34
2.1 El arbitraje triangular en los tipos de cambio	35
2.2 Costos de Transacción	37
3. Rentabilidad derivada del arbitraje en apuestas de juegos deportivos que arroja el modelo propuesto	38
3.1 Datos Preliminares	38
3.2 Modelos de Prueba	41
Variables	41
3.3 Modelo Propuesto	42
3.3.1 Modelo para Utilidad Bruta	42
3.3.2 Costos de transacción	43
3.3.3 Modelo para Utilidad Operativa	45
3.4 Modelo Propuesto Ajustado	47

3.4.1	Supuestos del Modelo Propuesto Ajustado	48
3.4.2	Resultados de la Rentabilidad Bruta del Modelo Propuesto Ajustado	49
3.4.3	Resultados de la Rentabilidad Operativa del Modelo Propuesto Ajustado	51
	Conclusiones	54
	Glosario	55
	Bibliografía	55
	Anexos.....	58

Lista de Gráficos

Gráfico 1: Ejemplo Numérico – Árboles de Volatilidades de Odds (Wang,2009)	28
Gráfico 2: Probabilidad de Riesgo del arbitraje vs Tiempo antes de mercado de cierre. Brown (2011)	31
Gráfico3: Probabilidad del Riesgo del Arbitraje vs Volatilidad de los Odds Inversos Brown (2011)	32
Gráfico 4: Probabilidad del Riesgo del Arbitraje vs Odds Inversos Objetivo (K)- Brown (2011)	32
Gráfico 5: El Arbitraje Triangular en el tipo de cambio (Autores).....	36
Gráfico 6: Ajuste del Modelo de Rentabilidad Esperada	41
Gráfico 7: Rentabilidad Esperada, Clasificada por Sesgo	42
Gráfico 8. Frecuencia Rendimiento Operativo.....	43
Gráfico 9. Y Estimado Vs Y Real.....	46
Gráfico 10. Curva de Regresión Utilidad Operativa	47
Gráfico 11. Rendimiento Bruto del modelo propuesto vs. Máximo Rendimiento Bruto	49
Gráfico 12. Curva de Regresión Ajustada-Rentabilidad Brutalidad Bruta.....	50
Gráfico 13. Oportunidades encontradas con Rentabilidad Operativa Positiva	52
Gráfico 14. Resultados de Máxima Rentabilidad para diferentes niveles de costos de transacción	53
Gráfico 15. Resultados de Máxima Rentabilidad para diferentes niveles de costos de transacción para el 86% de los datos	53
Gráfico 16: Participación de Búsquedas por Categorías (McCambey, 2013).....	58
Gráfico 17: % Participación de búsquedas por tipo de Deporte (McCambey, 2013)	58
Gráfico 18: % Participación por casas de apuestas (McCambey, 2013)	58

Lista de Tablas

Tabla 1: Recolección de Información Pertinente al Modelo.....	18
Tabla 2: Tabla de Inputs	19

Tabla 3:Expectativas de Rentabilidad Esperada Promedio	39
Tabla 4: Expectativas de Rentabilidad Esperada Promedio Ajustada	40
Tabla 5. Estadística Descriptiva del Modelo de Utilidad Operativa	46
Tabla 6. Resumen Regresión del Modelo de Utilidad Operativa	47
Tabla 7. Oportunidades con Rentabilidad Operativa Positiva	52

Lista de Ecuaciones

Ecuación 1: Definición general tasa libre de Riesgo.....	24
Ecuación 2: Definición Tasa Libre de Riesgo desde CAPM	24
Ecuación 3: Condición de juego justo	27
Ecuación 4	40
Ecuación 5	40
Ecuación 6. Modelo de Rentabilidad Ajustado	42
Ecuación 7. Modelo de Rentabilidad Ajustada	44
Ecuación 8. Modelo Utilidad Operativa	45
Ecuación 9. Modelo de Rentabilidad Ajustado	48

I. Introducción

El desarrollo de la industria de apuestas y la tecnología de forma paralela generó lo inevitable: apuestas por internet. Este fenómeno de apuestas por internet es relativamente nuevo y se ha expandido en una forma que pocas industrias lo han hecho. La primera plataforma de casino por internet fue en 1995 y ha evolucionado a un nivel de tener 30 millones de usuarios en 2005 con una industria de ganancias estimadas en 2006 por US\$10.9 millardos (Oliver, 2009).

El nivel de diferenciación entre los tipos de apuestas que se hizo dentro de la industria hizo que rápidamente se llegara a las apuestas deportivas online. El desarrollo de medios de pagos electrónicos generó las condiciones necesarias para que apostadores de toda índole generaran que las apuestas deportivas por internet hoy sean el 40% del total de mercado de apuestas por internet (Ver Gráfico 1). (McCambey, 2013)

Lo que buscan los inversionistas del arbitraje en apuestas deportivas es obtener rentabilidad libre de riesgo a través de los *odds* fijos generados por internet en el mercado de apuestas. La gran duda que tienen los inversionistas es si en efecto se puede obtener rentabilidad libre de riesgo.

Existen diversos modelos que intentan determinar la rentabilidad del inversionista, pero no son lo suficientemente robustos para reflejar el retorno esperado completo de una inversión en apuestas deportivas.

Los modelos que intentan explicar la rentabilidad esperada en el arbitraje de apuestas deportivas no contemplan algunas variables relevantes como: los costos de transacción, sesgos, oportunidades de arbitraje combinadas con tasas de cambio, tasas de interés, comisiones de las casas de apuestas, entre otros, que evidencien de una manera más acertada la rentabilidad del inversionista.

En consecuencia, los modelos actuales no expresan el rédito completo que pudiera llegar a obtener, en caso de darse la oportunidad de arbitraje, el inversionista cuando realiza la inversión en el mercado de apuestas deportivas. Entonces, ¿Cómo construir un modelo que refleje el retorno esperado en una inversión de arbitraje en apuestas deportivas?

La construcción de un modelo de arbitraje que incluya las variables adecuadas, reflejará que la verdadera rentabilidad del arbitrajista es al menos la misma a la de un activo libre de riesgo.

El desarrollo de una amplia atención a esta oportunidad de arbitraje a nivel mundial es tal, que es posible encontrar páginas especializadas en la formación de nuevos agentes de arbitraje en estos mercados. Por tratarse de un negocio incipiente las oportunidades de explotación son voluminosas, siempre que se realice un análisis sesudo de las condiciones y resultados esperados de cada transacción.

Tal interés ha producido el advenimiento de un centenar de páginas a nivel mundial dedicadas a la compra y venta de apuestas en deportes. El acceso a las plataformas más robustas (en términos de cantidad de usuarios) es generalmente sin costo, mientras que el acceso a oportunidades de arbitraje con rentabilidades significativamente altas implica un costo de entrada mayor.

Sin embargo, muchas de las rentabilidades mostradas en los diferentes portales no son realmente las que percibe el inversionista. Los modelos de arbitraje deportivo actuales están dejando de incorporar variables explicativas al retorno esperado del arbitrajista, por lo tanto, deberían tenerse en cuenta (al menos preliminarmente): costos de transacción las tasas de interés, comisiones de las casas de apuestas, sesgos y tasas de cambio.

Incorporando las variables adecuadas es posible predecir con un nivel de significancia dada, el verdadero retorno al arbitrajista. Los hallazgos tendrán una interpretación similar al uso que se le da a la TIR en banca de inversión, ya que es usada para reflejar el

promedio geométrico de los rendimientos futuros esperados de una inversión dada e implica un supuesto de oportunidad de reinvertir los recursos generados.

Se hace necesario entender un fenómeno que gana popularidad y adeptos incluso entre gente que no necesariamente está familiarizado con mercados financieros que impliquen la compra-venta simultánea de *commodities* o de un instrumento financiero, de manera que se obtengan apuestas libre de riesgo con precios divergentes.

Las apuestas deportivas empezaron a ser estudiados inicialmente mediante un sistema de corredores de apuestas (Pope, 1989) en el que se logró identificar que el arbitraje libre de riesgo era factible de realizar por la existencia de diferentes *odds*.

La introducción de varios conceptos hasta ese momento sin analizar como el de la predictibilidad por parte de Pope y Peel, sirvieron de base para que otros autores exploraron el estudio e intento de generalizaciones de las ineficiencias que se generan en el mercado de apuestas deportivas. Es así como (Hausch & Ziemba, 1990) exploran el potencial de ganancias en el arbitraje libre de riesgo de apuestas de carreras en caballos en Estados Unidos.

Como resultado Hausch y Ziemba encuentran que las oportunidades de arbitraje sólo pueden encontrarse ex post. Lo que desconocen estos autores es la introducción unos años más tarde de las apuestas parimutuales. Las apuestas parimutuales fue un concepto desarrollado por Edelman y O'Brian que consiste en un sistema de apuestas en el que las apuestas de algún tipo particular son puestas en conjunto y la ganancia ó pérdida de la apuesta es calculada como la repartición que se hace a lo largo de un pool de diferentes apuestas (Edelman & O'Brian, 2004).

A estos últimos autores se les debe que la formulación una estrategia libre de riesgos en apuestas parimutuales sea posible.

Cainet al., 2000 desarrollaron un modelo en el que proceso de anotaciones de goles de los equipos locales y visitantes siguen una distribución Poisson y una distribución binomial negativa, respectivamente, pero encontraron muy pocas oportunidades de generar ganancias. En contraste, *Dixox, 1997 and Goddard, 2004* reportaron ganancias sustanciales con estrategias seguidas por una distribución Poisson y un modelo probit de primer orden, respectivamente. Estas dos investigaciones probaban la ineficiencia de mercados semi fuertes, ya que ellos incorporaron información de resultados de eventos anteriores y otras variables explicativas de carácter público.

En general se puede observar que la evolución del estudio de los mercados de apuestas era tradicionalmente segmentada a través de países y la competencia entre corredores de apuestas del mismo evento deportivo no era tan intensa. Las limitaciones de datos y la falta de *odds* de muchos corredores de apuestas significaban que el análisis de arbitraje no era en la práctica fácil de estudiar.

Las oportunidades no sólo se generaban en diferentes mercados de apuestas deportivas sino a través de diferentes productos. Es cuando el desarrollo de investigación de las opciones financieras que hasta ese momento estaba mucho más profundizaba (Paulson, 2011), que hace sentido incorporar nuevos elementos de arbitraje como la ayuda que pudiera dar las finanzas. Este tema tiene su primera exposición con Rhum, 2003.

Rhum (Rhum, 2003) demostró como las posiciones en opciones financieras pueden ser vistas como apuestas simples, mientras que Vecer et al. (Vecer et al., 2006) comparó contratos de apuestas con derivados de crédito. Hodges et al. (Hodges et al., 2003) mostró que los patrones de retorno de comprar opciones *put* es análogo al sesgo existente entre la “apuesta al favorito” y la “apuesta arriesgada” (*favourite-longshotbias*) en mercados de carreras.

Resulta interesante que al hacer comparación con otro tipo de mercados se logren acercar conceptos de sesgo y sus implicaciones para la eficiencia del mercado. El Sesgo *favourite*–

longshot implica que las apuestas colocadas en favoritos producen un retorno mayor que apuestas colocadas en *long-shots* (apuestas arriesgadas), este tipo de apuestas fue ejemplificada en el fútbol europeo, por Hodges.

(Gil and Levitt, 2007) verificaron la existencia de sesgo *favourite–longshot* en su estudio del mercado de apuestas que se dio en el campeonato mundial de fútbol del año 2002. Sin embargo, sus conclusiones generales estuvieron a favor de la eficiencia de mercado.

El efecto contrario también fue estudiado (sesgo de apuestas al no favorito) en el fútbol americano estadounidense y el béisbol diferentes autores ofrecen perspectivas diversas: (Golec and Tamarkin, 1991), (Woodland and Woodland, 1994) y (Vaughan Williams and Paton, 1998)

Cabe aclarar que *Favourite–longshot*, da alcance a lo que en la literatura se denomina sesgo *home-underdog*. Esto justifica estrategias en donde apostar en *home underdogs* produce retornos altos significativos frente a otras estrategias simples.

Después de la consolidación teórica que sirvió como base sobre la cual se han construido teorías y modelos en las apuestas deportivas, ha servido para que los mismos autores complementen y adicionen elementos a sus teorías iniciales. Es el caso de (Dixon & Pope, 2004) en el que establecen la desaparición de oportunidades de arbitraje lo que podría indicar una capacidad predictiva de los corredores mejorada y más eficiente. Después de hacer diferentes análisis entre 1993 y 1996 en tres casas de apuestas no encontraron ninguna oportunidad de arbitraje en las apuestas sobre odds fijos en el mercado de apuestas de fútbol.

No sólo la complementariedad de los conceptos sino la generación de nuevas estrategias, empezaron a marcar un enfoque de análisis diferente de las apuestas deportivas desarrolladas por (Paton & Williams, 2005) Estos autores se basaron en oportunidades riesgosas de arbitraje en el mercado de apuestas del fútbol inglés. Adicionalmente, desarrollaron la denominada estrategia 'Quasi-Arbitrage' o 'Quarb', la cual explota los

outliers –corredores de apuestas cuyos diferenciales difieren substancialmente del diferencial medio ofrecido por todos los otros- y encontraron que producía retornos positivos.

El hecho que se hubiera generado un nuevo agente, revoluciona por completo el intercambio de apuestas. El mercado tradicional de apuestas cambió debido al arribo del *apostador en línea*, ahora el mercado no sólo permite comprar apuestas (apostar en un resultado dado), sino que también *pueden vender apuestas* (apostar en contra de un resultado dado). Las *odds* se determinan por un proceso continuo de *subasta doble* en donde, bajo condiciones de eficiencia, la demanda se iguala a la oferta.

Cuando se genera volumen de posibles transacciones el estudio de modelos pareciera ser mucho más robusto y consistente. Ese fue el caso de *Vlastakis, Dotsis y Markellos (2009)* que encontraron sesenta y tres casos de arbitraje en una muestra de 12.841 partidos de fútbol alrededor de 26 países diferentes durante las temporadas del 2002 al 2003 y del 2003 al 2004.

Para poder lograr la comprensión completa de las rentabilidades que derivan de este mercado se ha trazado el siguiente plan: Primero, describir los modelos teóricos contruidos alrededor de la generación de retornos a través del arbitraje en los mercados de apuestas en juegos deportivos. Segundo, discutir las oportunidades de arbitraje mixtas: arbitraje en juegos de apuestas combinadas con arbitraje en tasa de cambio. Por último, analizar la rentabilidad derivada del arbitraje en apuestas de juegos deportivos que arroja el modelo propuesto

En los capítulos 3.3. y 3.4, esta estructura dará las luces que encaminarán hacia el modelo que este estudio tiene por objeto proponer.

II. Marco Teórico

El origen de los modelos en apuestas deportivas se desarrolla bajo el paradigma de mercados ineficientes. Este tipo paradigma va en contravía de los supuestos y resultados esperados por el óptimo de Pareto en el que el comprador y vendedor asumen todos los costos previos al intercambio sin necesidad de asumir costos adicionales. Si esto fuera cierto no existiría el arbitraje en ningún tipo de mercado, lo cual está ampliamente demostrado in contrario sensu (Guerrien & Gun, 2011).

La construcción de generalizaciones que expliquen el retorno del inversionista en apuestas deportivas tiene sus orígenes en la construcción de series de datos de resultados observables. Fueron Pope y Pee los pioneros en desarrollar un modelo de probabilidad lineal que incorporaron las probabilidades de los resultados y la probabilidad implícita por quienes fijan las cotizaciones, lo cual resultó en estrategias de apuestas que mostraron que el beneficio era residual (Pope, 1989, pág. 223).

A partir de allí se han construido diferentes modelos para diferentes apuestas deportivas: validas hípcas (Hausch & Ziemba, 1990), fútbol (Dixon & Pope, 2004), Jai Alai (Lane & Ziemba, 2004), beisbol y fútbol americano (Golec & Tamarkin, 1991). Todos estos autores han establecido parametros de medición y predicción sobre cada uno de estos deportes.

Para entender lo que sucede dentro de los modelos es muy importante comprender el desenvolvimiento que tiene la creación de un nuevo tipo de activos que es distribuido a través de mercados OTC de tipo bilateral. Por eso el aporte que hacen (Gomber, Rohr, & Schweickert, 2008) sirve como base para entender la relevancia económica y la forma en la que la organización del mercado se puede configurar en los años venideros.

Los modelos más tradicionales han tenido un marco teórico de las apuestas en 2 variables continuas a) El valor esperado de cualquier juego arbitrario y b) La flexibilidad inherente de ese mismo juego (Reber, 2010). Este modelo de valor esperado produce un sistema de

clasificación para todas las iniciativas que se enmarquen dentro del mundo del juego. Esto lo que permite tomar decisiones con mayor grado de medición y provee una plataforma más coherente sobre la cual se pueden plantear modelos. Adicionalmente permite una respuesta que puede sensibilizar la naturaleza de los juegos el mercado bursátil, entre otros.

Dentro de las generalizaciones se han planteado varios tipos de modelos: probabilísticos lineales y parimutuales. Los modelos probabilísticos buscan determinar el comportamiento futuro de eventos aleatorios por lo que pueden ser discretos ó continuos, siempre insesgados (Pope, 1989). Por su parte el sistema pari mutuel consiste en realizar apuestas en un fondo, con el fin de remover los impuestos y las comisiones con las que se queda la casa para luego distribuir las ganancias entre las cotizaciones ganadoras.

El aislamiento de los sesgos en los modelos es fundamental para poder hallar consistencia y robustez. Las apuestas arriesgadas en los favoritos *longshoten* y sus contrapartes que serían los *home-underdogs* (Williams, 2003), generan una oportunidad de arbitraje si se logran detectar y medir dentro de un modelo.

La correcta incorporación de variables que expliquen de forma acertada su predicción en rentabilidad será crítica para poder evitar varianzas de los errores que no sean constantes (heterocedasticidad), que los errores de los distintos periodos no estén correlacionados (autocorrelación) y que no haya variables exógenas que expliquen variables endógenas (multicolinealidad).

Existen diversos enfoques para aproximar la explotación de la rentabilidad que surge de la variabilidad de la volatilidad de las cuotas (odds) de diferentes equipos. Uno de ellos son las opciones reales (Wang, 2011), a través de opciones cambiantes (switching options). Esta modalidad provee al inversionista flexibilidad, permitiéndole al apostador cambiar entre equipos (contendores) durante el partido.

Esta novedosa propuesta sugiere que si los costos de cambiar la apuesta son lo suficientemente bajos, el apostador puede hacer uso de las disímiles volatilidades de las *odds*, para aumentar su beneficio económico. Entre más incierta la volatilidad de las *odds* y entre más bajo los costos de cambios de apuestas, mayor valor tiene la habilidad del apostador para responder a giros de nueva información.

El jugador que es dueño de una opción tiene la oportunidad de pasar de un equipo a otro equipo tan pronto como la volatilidad *odds* de la futura juegue en favor de tal cambio. Esta oportunidad es comparable a una opción call, ya que en efecto el jugador paga un precio (la prima de la opción) por el derecho a pagar un precio de ejercicio fijo (el costo de la inversión) y obtener la opción de cambio. Con algunos de los costos, un jugador posee la opción de cambiar a explotar los movimientos de probabilidades de volatilidad, pero puede volver a la estrategia de mantener cuando se producen pérdidas. El resultado es que, sólo al igual que el titular de una opción financiera, el jugador puede, en principio, beneficiarse de oportunidades de ganancias ilimitadas, mientras que capitaliza su posible pérdida.

El impacto de los resultados reales de un equipo en la volatilidad de las cifras depende de la fuerza del equipo a estos movimientos de probabilidades que son relevantes para el equipo. El riesgo determina el grado en que el rendimiento de un equipo afecta las probabilidades de la volatilidad. El grado de riesgo puede obtenerse a partir de la sensibilidad de las probabilidades de cambios en la volatilidad en el rendimiento de un equipo. (Dixit ,1989) (Dixit & Pindyck, 1994) discuten la intuición y las técnicas de las opciones reales y aplicarlos a varias inversiones bajo modelos incertidumbre. Las Odds de volatilidad tienen las características de la volatilidad de un activo financiero mientras se adaptan rápidamente a la nueva información.

Las Odds de volatilidad, sin embargo, son predecibles en el corto plazo. Por otro lado, los pronósticos de volatilidad se vuelven menos inciertos con el paso del momento en que se disponga de nueva información. Un jugador que maximiza el beneficio puede utilizar esta

información para su ventaja si sus costes de inversión y de conmutación no son demasiado altos.

La teoría de opciones reales, advierte que entre más alto es el valor la volatilidad de los activos, mayor será el valor de la opción y mayor es el valor al tenedor de la opción (Copeland, 2001). Análogamente, entre mayores probabilidades volatilidad, mayor será el valor de la opción de conmutación. La razón es que el derecho de cambiar de opinión más tarde es más valioso con una mayor variabilidad (Cox y Rubinstein, 1985).

Para poder generar modelos que expliquen las variables observadas es muy importante entender los mercados eficientes y cómo el *Sportometrics* interviene en esto (Sauer, Waller, & Hakes, 2009). Estos autores comparan la evolución de precios durante un juego con las probabilidades estimadas generadas por un modelo empírico de puntaje en beisbol. Estos autores encuentran que el cambio en los precios corresponde de manera cercana a los cambios en la probabilidad de ganar. Sin embargo, las limitaciones de datos inhiben la posibilidad de comprobar la hipótesis de los mercados eficientes.

Poder predecir los posibles resultados es el resultado final de los diferentes modelos que se han planteado. Para ello se desarrollaron índices de apuestas que se pueden traducir las prácticas desarrolladas en mercados financieros. Sobre esto se creó la hipótesis de la existencia de un índice subyacente que pueda proveer a los *traders* estrategias para su predicción. Los análisis preliminares en el Reino Unido del precio en la media del mercado proveen una mejor predicción de los valores de los activos que están sujetos a los índices subyacentes. Lo interesante del estudio que hacen (Paton & Williams, 2005) es que logran determinar las estrategias generadas por estos modelos consistentemente redundan en mayor rentabilidad superior a las que no hacen nada.

Una metodología que en definitiva no ha sido desarrollada ampliamente dentro del mundo del arbitraje son las estrategias que involucra además del evento deportivo usar el país donde se está generando la posibilidad de apuestas (*cross market strategies*). Estas

estrategias por lo general usan modelo matemáticos para generar transacciones que por lo general logran tasas libres de riesgo entre mercados de apuestas diferentes. (Net Book Sports Arbitrage, 2009).

III. Metodología

La estrategia de desarrollo del proyecto, se centrará en el análisis de resultados que arroje el modelo elegido para explicar el comportamiento del retorno esperado de un arbitrajista en eventos deportivos. Para ello se requerirán varias etapas que inician en la consulta, búsqueda e interpretación de los modelos citados en las diferentes fuentes referente al tema de investigación y culminan en el diagnóstico y recomendaciones para futuros inversionistas.

El medio de identificación de las oportunidades de arbitraje se hará a través de consulta de páginas de *Bookmakers* en Internet. Se explorará la posibilidad de identificar las oportunidades de manera manual, es decir, con simple inspección el arbitrajista encuentra una oportunidad a través de la búsqueda y análisis de cada rentabilidad esperada.

Por tratarse de una actividad rigurosa se evaluará en términos de costo/eficiencia la posibilidad de adquirir un software (ArbSurfer) que identifique de manera automática oportunidades de arbitraje en condiciones de ineficiencia de mercados. Este software permitirá identificar aquellas apuestas que mayores desequilibrios económicos y por lo tanto con mayores oportunidades de generar rentabilidad. Adicionalmente, se podrán registrar una mayor cantidad de transacciones lo cual beneficiará sustancialmente al análisis de los resultados.

Posteriormente vendrá un proceso de *Selección e Incorporación* de variables relevantes al modelo deseado. Las variables tendrán correspondencia con el problema de investigación y los objetivos. Adicionalmente, el criterio de selección de cada variable será su nivel de impacto sobre la variable dependiente.

Tabla 1: Recolección de Información Pertinente al Modelo

Técnica	Instrumentos
Análisis documental sobre modelos previos de rentabilidad en escenarios de arbitraje en apuestas	Resumen y comparación de análisis
Observación por apuesta, a través de <i>Bookmakers</i>	Tablas de observación
Medición de impacto sobre la variable dependiente	Análisis de sensibilidad

Tablas de Observación: Tablas para el diligenciamiento manual, a través de observación directa. Esta tabla estará organizada por apuesta en filas y por descripción de variables tanto cualitativas como cuantitativas en columnas.

Resumen y comparación de análisis de contenido: Este acápite permitirá dilucidar el modelo que mejor explique el comportamiento del retorno esperado del inversionista. Al momento de comparar resultados estimados con resultados reales, el modelo seleccionado junto con las variables relevantes deberá tener un nivel de significancia considerable.

Análisis de sensibilidad: A través de diferentes pruebas estadísticas se determinarán aquellas variables que explican mejor el comportamiento esperado de la variable dependiente, en este caso, la rentabilidad. Un análisis de correlación, así como uno de dependencia será fundamental para evitar conflictos de multicolinealidad o ecuaciones espurias.

III a. Contexto y sujetos de investigación

Registrarse en los 5 *Bookmakers* con mejor reputación de acuerdo a los rankings establecido para ello, teniendo en cuenta aquellos que tendrían potencialmente mejor posibilidad de explotar el arbitraje. El registro se hará después de un análisis de riesgos; límites de asignación de cupos, conversión de moneda de la apuesta ganadora, tiempo de giro (*settlement*), recursos mínimos en cuentas bancarias, etc.

III b.Estrategia de recolección de información para las Tablas de Observación.

Invertir en la mayor cantidad de oportunidades (muestra no aleatoria de más de 60) de arbitraje de manera que pueda definirse, ajustarse y refinarse el modelo de retorno al apostador. La cantidad de inversiones estará dada por la cantidad de dinero disponible, por el retorno esperado de cada transacción y por la posibilidad de llevar a cabo la transacción.

Se realizará un cuidadoso ejercicio de registro de resultados obtenidos a partir de los elementos incorporados en cada transacción. Se realizará una matriz cuyo diligenciamiento cuente con un orden cronológico en donde se pueda representar claramente la rentabilidad obtenida en cada transacción.

Tabla 2: Tabla de Inputs

N° T	Fecha	Costos de Transacción	Sesgos	Efecto Tasa de Cambio	Tasa de interes Bancaria	Manejo de Cuenta Bancaria	Comisión de Casa de Apuestas	Inversión 1	Inversión 2	Odd 1	Odd 2	Rentabilidad
	Fecha	US \$	σ	US \$	%	US \$	US \$	US \$	US \$	'1:1	'1:1	%
1												
2												
3												
4												
5												
.												
.												
.												
30												

Las variables determinantes que serán incluidas dentro del modelo son:

- Costos de transacción: Estará definido en dólares e incorporará todos aquellos costos que materialice la puesta en marcha de la apuesta.
- Sesgos: Estará definida en desviaciones estándar e incorporará aquellas imperfecciones de mercado que ayude a definir alguna oportunidad de arbitraje.
- Efecto de tasa de cambio: Si la transacción de la tasa de cambio es en una moneda diferente al dólar americano, esta casilla reflejará la conversión a dicha moneda el día de la transacción.

- Cuota de manejo de Cuenta bancaria: Este será un componente fijo que determinará la entidad financiera y estará definido en dólares.
- Comisión de Casa de apuestas: Este valor variará de una casa de apuestas a otra y será determinante para definir un precio de transacción. Deberá estar definido en dólares.
- Inversión 1 y 2: Será el valor en dólares que se apostará en una casa de apuestas y otra.
- Odd 1 y 2: Será la cuota que determinará el diferencial de pago entre una casa de apuestas y otra.
- Otras variables: Serán aquellas variables que se detectan, y por lo tanto se decidan incorporar al modelo por considerarse relevantes en la explicación de la variable dependiente.
- Rentabilidad: Será la variable dependiente del modelo. Estará definido en porcentaje.

III c. Espacio de Reflexión y Análisis

En esta etapa se examinará, evaluará y analizará los datos recogidos durante el proceso de arbitraje.

- *Conveniencia de uso del Cross currency arbitraje*: Combinación de apuestas entre *Bookmaker* de diferentes países, lo que permite explotar oportunidades de arbitraje en el mercado cambiario.
- *Verificación de datos*: Reconciliar *odds* publicadas de diferentes *Bookmakers* transadas en plataforma. Se trata de comprobar que no haya habido ningún error humano en la transacción, en el registro de la orden y el *placement* de la casa de apuestas.
- *Segregación de los datos*: Se realizará una discriminación por actividad deportiva, describiendo su desarrollo y resultados en términos de rentabilidad.
- *Análisis Intra-Market & Inter-Market*: Estas oportunidades de arbitraje serán analizadas cuando la diferencia en precio supere al menos la comisión que deba desembolsarse a la corredora de apuestas.
- *El modelo, técnicas cuantitativas*: Tabulación: se organizará los datos en tablas de distribución de las frecuencias absolutas y relativas. Graficación: Se construirán gráficas de barras para mostrar los resultados de la información recogida. Medidas Estadísticas: Se requerirán estadísticos de prueba, para normalizar los datos y a través de ellos obtener resultados estadísticos con cierto nivel de confianza.

Se escogerá entre diferentes modelos predictivos aquel que por idoneidad explique el mejor resultado esperado posible de la rentabilidad que debería esperar un inversionista. Se realizarán test de correlación y covarianza entre los datos para poder comparar y modelar los resultados.

- *El modelo, técnicas cualitativas:* Análisis de contenido: El modelo seleccionado deberá ser analizado en cada uno de sus componentes y deberá tener razonabilidad teórica. Triangulación: A partir de las observaciones que surjan a partir del modelo seleccionado deberán compararse los resultados con otros modelos propuestos previamente en el marco del mercado de apuestas deportivas.

III d. Diagnóstico y recomendaciones de procedimientos para futuros inversionistas y Conclusiones.

En esta parte del desarrollo de la tesis, se sustentaran los resultados obtenidos, de manera que para futuros inversionistas sea posible tener una metodología apropiada de aproximación a esta materia.

Es también propósito de este aparte hacerle evidente al arbitrajista los riesgos a los que está expuesto así como los márgenes de rentabilidad asociados a estos riesgos.

Finalmente, se concluirá sobre los hechos más relevantes que afloren en el desarrollo mismo de este proyecto.

1. Modelos teóricos en Apuestas Deportivas

Las apuestas deportivas son el mejor método de hacer dinero en casa con el computador sin vender, reclutar ó mercadeear (Zotos, 2007).

1.1 Arbitrajes en apuestas deportivas libre de riesgo

El arbitraje en esencia consiste en usar las diferencias entre mercados de tal forma que se pueda realizar una ganancia libre de riesgo garantizada sin importar el resultado del evento. En los mercados de apuestas deportivas se toma ventaja de las diferentes opiniones que tienen los *bookmakers* sobre los resultados ante un evento deportivo para asegurar cierta ganancia (Zotos, 2007).

En los mercados financieros esto equivaldría a comprar un *commodity* ó instrumento financiero en un mercado y venderlo simultáneamente a un precio más alto en un mercado diferente asegurando una ganancia libre de riesgo. En los deportes se están obteniendo ganancias de las diferentes opiniones sobre el resultado final que se pudiere llegar a obtener de un evento deportivo.

El arbitraje en apuestas deportivas no funciona igual las apuestas tradicionales. Cuando realiza el arbitraje queda implícito un riesgo en cada apuesta sin importar qué tan bien se logren identificar y asignar los *odds*. Los factores de riesgo implícito son:

- a. Reglas del Bookmaker: Varias reglas establecidas por los Bookmakers tiene el potencial de cancelar una posición después de que el juego haya iniciado, por lo que se puede quedar descubierto.
- b. Tiempo: Cuando una oportunidad de arbitraje se presenta muchas personas empezarán a realizar sus apuestas en los *odds* más altos. Esto sucederá aún cuando se estén realizando apuestas ó no, porque los bookmakers estarían interesados en atraer más dinero hacia esa parte de sus libros para garantizar que

sus ganancias están cubiertas. Cuando el bookmaker tenga suficientes apuestas los odds disminuirán de nuevo, por lo que se debería actuar con premura.

- c. Error humano: El error humano viene de 2 formas. El primero, por error del apostador y el segundo por error del bookmaker.

La posibilidad de realizar el arbitraje ocurre por lo general cuando los *bookmakers*, que existen por cientos intentan abarcar la mayor cantidad de mercados expandiendo en portafolio de deportes ofrecidos en los que no se tiene suficiente experiencia para competir por una participación de mercado contra otros bookmakers.

Se hace evidente entonces, que el arbitraje libre de riesgo en las apuestas deportivas se pueden generar, tal y como lo demuestra el estudio como de (Pope, 1989) en el que logra determinar que existía un arbitraje garantizado del 2% en una muestra de datos que contenía los *odds* de cuatro casas de apuestas de fútbol inglés de 1981 hasta 1982.

Fueron estos mismos autores que lograron desarrollar un modelo de probabilidad lineal que pudiera capturar la relación entre probabilidades objetivas de ocurrencia de resultados y sus respectivas probabilidades subjetivas implícita en el precio de cada *odd*. Adicionalmente lograron determinar que las pérdidas esperadas podrían potencialmente ser disminuidas, lo que se considera como evidencia de que los *odds* no cumplen con los criterios de las *expectativas racionales*.

La probabilidad es muy importante cuando se habla de apuestas deportivas y adquiere aún más relevancia si se puede modelar el resultado más probable que generen los odds. Los odds pueden ser usados para explicar probabilidad y viceversa (Wang, 2009). En términos generales cuando los odds están altos significa que no hay mucho aliento para los bookmakers ó los casinos mientras que odds bajos implica pocos incentivos para los apostadores, por lo que siempre debería haber equilibrio en los odds.

El equilibrio de los odds debería permitir a los dos agentes que participan dentro de la apuesta (apostador y bookmaker) participar en la apuesta. Lo interesante de esto es que

el equilibrio no es constante porque los apostadores valoran el equilibrio de forma diferente en la medida en la que tengan nueva información.

Es así como las oportunidades de arbitraje se pueden presentar en diferentes puntos de equilibrio que se establecen principalmente en: diferentes bookmakers, diferentes mercados, diferentes países y diferentes deportes.

La importancia de establecer el retorno de las apuestas y los riesgos que hacen parte de la transacción, determinará finalmente la tasa libre de riesgo debería ser calculada como:

Ecuación 1: Definición general tasa libre de Riesgo

$$\text{Tasa Libre de riesgo} = \text{Tasa Retorno Nominal} - \text{Prima por Riesgos}$$

Siendo un poco más precisos la tasa de libre de riesgos también se podría mostrar como:

Ecuación 2: Definición Tasa Libre de Riesgo desde CAPM

$$R_f = \frac{E(R) - \beta_1 * E(R_m)}{1 - \beta_1}$$

1.2 Apuestas pari-mutuel

Las apuestas pari-mutuel son también conocidas como apuestas mutuas, apuestas *totalizador* ó tote. En estas apuestas todos los importes apostados a una carrera son acumulados en fondos que son operados oficialmente por el respectivo administrador de carreras (hipódromos). Este fondo (menos las comisiones cobradas por el administrador de carreras) se divide en relación a los importes apostados en todas las apuestas ganadoras en función del resultado oficial de la carrera. Las apuestas se pagarán en cuanto el resultado de la carrera se haga oficial (BWin Electra works Limited, 2013).

Antes el inicio de la carrera, las cuotas pari-mutuel indican cuotas de un participante tal y como quedarían si no se aceptarían más apuestas en la carrera correspondiente. Lo anterior significa que las cuotas pari-mutuel reflejan el fondo de apuestas recaudado

justo en el preciso momento en el que se hace la apuesta (BWin Electra works Limited, 2013).

Las cuotas finales se indican en cuanto termine el periodo de apuesta y se dan a conocer con el resultado oficial de la carrera (BWin Electra works Limited, 2013). Se hace evidente entonces, que no hay información sobre la ganancia posible *pari-mutuel* en el momento de realizar la apuesta.

Dado la observación frecuente de los resultados (que no son afectados por el proceso de mercado) y la ausencia de *bookmakers* (que podrían inducir sesgos), los mercados de apuestas ofrecen la posibilidad de desarrollar modelos y teorías de información agregada (Ottaviani & Sorensen, 2009).

La hipótesis de mercado eficiente en este tipo de mercado conduce a que una fracción de los importes ponderados de un resultado es un estimado in-sesgado de un resultado empíricamente frecuente. Se debe considerar que el mercado de probabilidades de los short-odds (favoritos) tienden a sub-predecir las probabilidades empíricas (Paton & Williams, 2005) y de forma análoga, los long-shots (no favoritos) tienen exceso de apuestas y tienen rendimientos menores en los *odds* finales. Por tanto el sesgo de los favoritos-long-shot (FLB) es percibido como una desviación sistemática de la hipótesis de mercado eficiente.

1.3 Comparación con Opciones Financieras

Los modelos deportivos son en la práctica más eficientes y rentables que los financieros. El Arbitraje financiero tradicional contempla dentro de sus modelos la ausencia de shocks comparables lo que limita una acertada modelación de rentabilidad. El arbitraje en apuestas deportivas, por otra parte, simplifica la modelación porque los shocks de los rezagos son conocidos.

Asimismo, en los modelos deportivos de arbitraje la información privilegiada es menos relevante que sus pares financieros, lo que la hace una verdadera oportunidad como alternativa de inversión con un riesgo virtualmente cercano a 0.

Las apuestas deportivas tienen sus orígenes en el corretaje del arbitraje de los mercados financieros. De hecho investigadores han estudiado la eficiencia de los mercados de apuestas como buenos proxys de los mercados financieros (Paton & Williams, 2005). Las similitudes aparecen cuando los inversionistas (apostadores) son diversos y abundantes, cuando hay información histórica disponible pero sobre todo cuando cada activo (apuestas) tiene un valor medible definido.

La apuesta de spreads tiene sus orígenes a mediados de los 70's en el Reino Unido, pero desarrollado rápidamente en 80's y 90's (Williams, 2003). Fijar spreads involucra una contraprestación entre minimizar las ganancias de personas con información privilegiada y la fijación de un spread para optimizar especuladores. Los mercados de apuestas de spreads se caracterizan por un nivel bajo de costos transaccionales, por lo que se constituye en una oportunidad atractiva para traders pequeños y otro tipo de traders para generar estrategias de diversificación de riesgos, en especial cubrirse ante eventuales caídas en el mercado temporales.

El elemento central de las apuestas de spreads es la fijación por un creador de mercado (bookmaker) de un spread para el producto en cuestión. El spread responde ante la oferta y demanda del resultado esperado de un evento futuro y los apostadores tienen la potestad de vender/comprar cuando el spread este alto/bajo.

El promedio de los puntos medios del spread proveen un mejor pronóstico del resultado observable en el mercado de apuestas que el punto medio de los spreads ofrecidos por el mercado. Usando las nociones de cuasi-arbitrajes (quarbs) (Paton & Williams, 2005) encuentran que es posible generar un estrategia de trading del *outlying* spread que son consistentemente positivos y superiores a aquellos que son esperados de la especulación.

El anterior no es el único punto que preocupa a los inversionistas. También existe la volatilidad de los *odds* que además de preocupar a los apostadores también es el factor que se constituye como oportunidad de ganancia. Los atributos combinados de la volatilidad de los *odds* y las opciones con posibilidad de cambiar de equipo durante juegos, con un costo de cambio bajo, puede explotar la posibilidad la variabilidad de un *odd* en su posibilidad para incrementar la rentabilidad (Wang, 2009).

Entre mayor sea la incertidumbre de la volatilidad de los *odds* y menor sean los costos de intercambio, se generará mayor valor para al apostador en la medida en que tendrá más habilidad para responder ante nueva información. Es por esto importante entender los atributos de la volatilidad de los *odds* y la posibilidad de cambiar de equipo.

Cuando un apostador tiene la oportunidad de cambiar de un equipo a otro tan pronto cuando la volatilidad de los *odds* futuros favorezca dicho cambio. Esta oportunidad es comparable a una opción *call* porque en efecto un apostador paga un precio (la prima de la opción) por el precio justo de ejercicio que es fijo (el costo de inversión) y obtiene la opción de cambio. Con algunos gastos el apostador tiene la opción de cambiar de apuesta dependiendo de las volatilidades de los *odds* pero puede devolverse a la estrategia original cuando esté perdiendo. El resultado es que tal y como sucede con un poseedor de una opción financiera, el apostador puede en principio beneficiarse de oportunidades infinitas ganancias, mientras que puede limitar sus pérdidas (Wang, 2009).

Considerando parte de lo revisado en el capítulo 1.1, en la medida en que los *odds* sean más altos menor es la probabilidad de ocurrencia. Así las cosas, cuando se generan los *odds* se debe pensar que los bookmakers están descontando sus ganancias. Si se tiene por ejemplo, unos *odds* que sean $1/a$, con un costo hundido de \$1 independientemente si se gana ó se pierde y con una probabilidad de ganar de p , se tendría la siguiente condición:

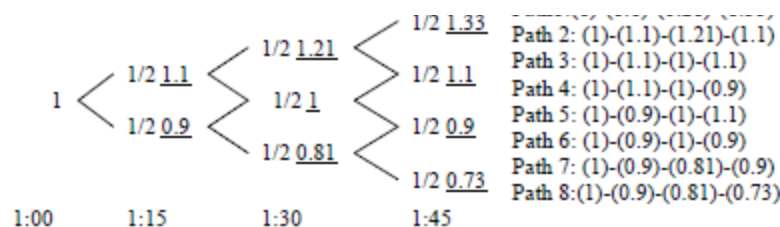
$$p \cdot a - 1 \cdot (1 - p) = (a + 1) p - 1 = 0.$$

Ecuación 3: Condición de juego justo

De la ecuación anterior se deduce que cuando un juego tiene condiciones competitivas iguales la probabilidad de ganar es de $\frac{1}{2}$. Por otro lado cuando hay un equipo más fuerte que el otro la probabilidad de ganar (p) es mayor a $\frac{1}{2}$ y la probabilidad de que el otro equipo gane es de $(1-p)$ por lo que se debería satisfacer la condición de $(p) + (1-p) = 1$. Por tanto los odds se deberían volver más pequeños cuando el equipo más fuerte ó favorito tiene más probabilidad de ganar.

Los odds cambian a través del tiempo por medio de la frecuencia y la magnitud, factores que son controlados por los bookmakers. Con esto en perspectiva el momento más adecuado para realizar las apuestas dependerá de cada tipo de apuesta. En efecto, cuando se hagan más apuestas sobre el quipo favorito los odds se harán más bajos, por lo que en este tipo de casos es preferible hacer las apuestas antes. Por el contrario, los odds puede que se hagan más altos sobre el no-favorito (underdog) en la medida en que se acerque el evento, por lo que se hace preferible apostar sobre el evento.

Gráfico 1: Ejemplo Numérico – Árboles de Volatilidades de Odds (Wang,2009)



1.4 Modelo de Estrategia de Apuesta Basado en la Volatilidad del Precio de la Apuesta

De los métodos de alocar apuestas deportivas basadas en criterios de eficiencia y mínimo riesgo, este es tal vez el que tenga mayor sofisticación probabilística. Brown, Alasdair (2010) deriva una medida de probabilidad que permite al apostador tomar una posición corta o larga en una apuesta y calcular la probabilidad de que el precio alcance una rentabilidad antes de que el mercado cierre.

El entorno de donde surge este modelo asume un apostador que no es estático; debe estar arbitrando oportunidades durante los diferentes momentos de tiempo de la apuesta, mediante el uso de una herramienta estadística. Si es interés del apostador asumir una misma probabilidad que sea capaz de deshacer teniendo dos resultados equivalentes querrá aquella oportunidad que le permita un acceso a esta oportunidad con el menor costo posible.

1.4.1 Descripción del modelo

Las apuestas se negocian en un beneficio C . En el primer instante el apostador aloca una unidad de C en un intervalo de odds $X \in (0, \infty)$. Si efectivamente este resultado C se cumple, será obligación del apostador $X + 1$, mientras que cumple su condición de igualdad:

$$P(k \in (x, \infty)) = P(x \in (0, \infty))$$

En donde, el primer lado de la igualdad representa la probabilidad de cubrir un resultado (beneficio), alocando recursos, dado que el odd de cobertura K , pertenezca al intervalo X a infinito, mientras que el segundo lado de la igualdad representa la probabilidad de cubrir el mismo resultado (beneficio), asignando recursos, dado que el odd X , pertenezca al intervalo X a infinito.

Dado que los odds de respaldo o back odds, siguen un Movimiento Browniano Geométrico¹ sin tendencia, Bronw propone que para cualquier momento del tiempo igual o mayor que cero, se cumple:

¹ Un movimiento browniano geométrico (GBM) (también conocido como movimiento browniano exponencial) es un proceso estocástico en tiempo continuo en el que el logaritmo de la cantidad que varía al azar sigue un movimiento browniano (también llamado un proceso de Wiener) con deriva. [1] Es un ejemplo

$$S_t = S_0 e^{-\frac{\sigma^2}{2}t + \sigma W_t}$$

Es decir, las expectativas de los back odds en el futuro son equivalentes a los odds presentes, por lo tanto los odds de respaldo son martingala. Teniendo en cuenta las back odds en el tiempo 0, y que la volatilidad aparece en el momento 0, la probabilidad de que las back odds lleguen a nuestro nivel objetivo de K, es similar a la valoración de una opción americana sin descuento, cuyo subyacente no tiene tendencia.

La opción paga \$1 si el activo subyacente toma un valor predeterminado en cualquier momento antes de la expiración de la opción, pero si no se alcanza este objetivo, la opción expira sin valor. De esta manera, se obtiene que el precio de esta opción, siempre y cuando su valor terminal no esté siendo descontado, es la probabilidad implícita de este nivel predeterminado siendo alcanzado.

importante de los procesos estocásticos que satisfacen una ecuación diferencial estocástica (SDE), en particular, que se utiliza en matemática financiera a precios de las acciones en el modelo el modelo Negro-Scholes.

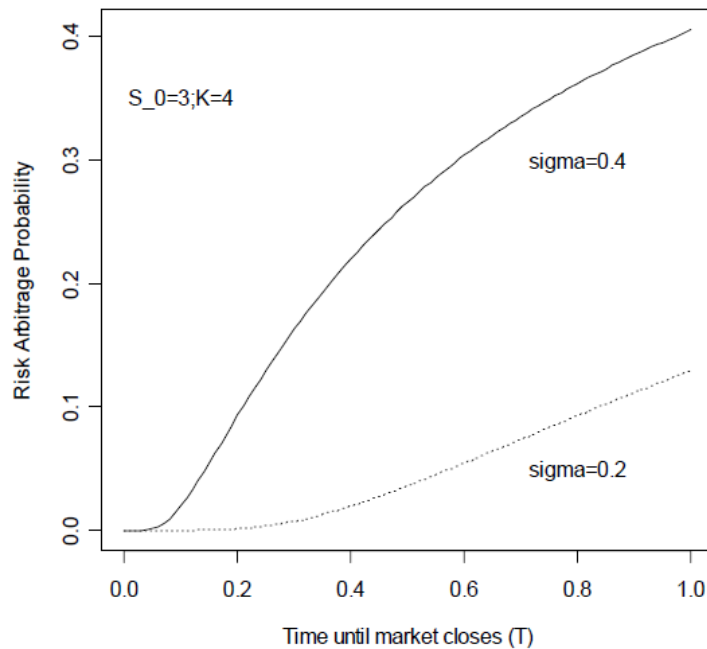


Gráfico 2: Probabilidad de Riesgo del arbitraje vs Tiempo antes de mercado de cierre. Brown (2011)

Este gráfico describe que para diferentes parámetros de volatilidad valores de $\sigma = 0.2$ y $\sigma = 0.4$, el comportamiento del riesgo de realizar arbitraje en función del Tiempo, entre más cerca se encuentre el apostador de realizar su inversión menor riesgo asumirá. La unidad de medida de probabilidad se centra en mostrar como los odds inversos se comportan para alcanzar un nivel de K dado. Es posible concluir entonces que entre menor sea la volatilidad de la apuesta menor será el riesgo implícito en la asignación de los recursos.

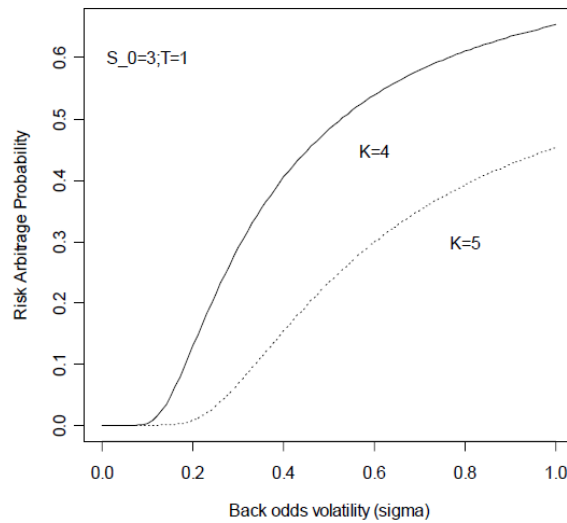


Gráfico 3: Probabilidad del Riesgo del Arbitraje vs Volatilidad de los Odds Inversos Brown (2011)

Este gráfico describe que para diferentes valores de cuotas $K = 4$ y $K = 5$, el comportamiento del riesgo de realizar arbitraje en función de σ , entre mayor sea el odd de la apuesta más riesgo asumirá. La unidad de medida de probabilidad se centra en mostrar como la volatilidad de los odds inversos se comportan para alcanzar un nivel de T dado. Es posible concluir entonces que entre menor sea el odd de la apuesta menor será el riesgo implícito en la asignación de los recursos.

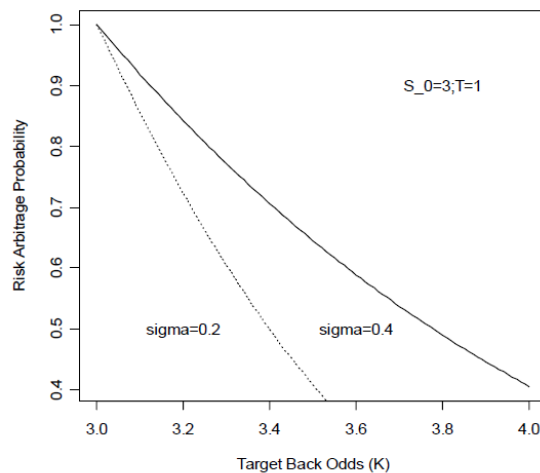


Gráfico 4: Probabilidad del Riesgo del Arbitraje vs Odds Inversos Objetivo (K)- Brown (2011)

Este gráfico sugiere que para diferentes parámetros de volatilidad valores de $\sigma = 0.2$ y $\sigma = 0.4$, el comportamiento del riesgo de realizar arbitraje en función de K , entre menor sea la volatilidad de la apuesta menor será el riesgo implícito en la asignación de los recursos.

1.4.2 Consideraciones y Conclusiones

El proceso descrito en este modelo se basa en dos importantes supuestos. En primer lugar, se supone que el parámetro de volatilidad sea constante. Esto es crucial para obtener una solución de forma cerrada para la opción americana. Sin embargo, la volatilidad en los mercados de apuestas puede variar con el tiempo. En particular, no sería apropiado para inferir la volatilidad de un mercado en juego, donde la frecuencia y la importancia del momento de la llegada de información es abundante. En segundo lugar, el proceso supone que la ruta de probabilidades es continua. En otras palabras, las probabilidades de pasar de 3-1 a 4-1, por ejemplo, el precio tendría que ir a través de todos los precios entre 3-1 y 4-1. En un mercado en juego habrá discontinuidades (o saltos) en el proceso de precios.

Oportunidades de arbitraje, en donde un apostador puede hacerse a un beneficio antes de un evento de apuestas, son raras. Sin embargo, la posibilidad estadística de arbitraje de diferencias de precios entre los períodos, existe. Esto implica una dependencia de la volatilidad de los precios de las apuestas y un agudo sentido de la oportunidad: la compra de una apuesta barata y venderla a un precio deseado. Mediante el Uso de la medida de probabilidad, el apostante puede tomar una posición larga (corta) en una apuesta, y calcular la probabilidad de que el precio corto (largo) alcanzará un nivel deseado.

2. Oportunidades de arbitraje mixtas: arbitraje en juegos de apuestas combinadas con arbitraje en tasa de cambio.

Los procesos de arbitraje tienen lugar en situaciones de desequilibrio de los mercados cambiarios frente a los mercados económicos. Los mecanismos de arbitraje, por sí tienden a devolver el equilibrio de los mercados mediante la evolución de las fuerzas de la oferta y demanda²

La esencia misma del arbitraje se encuentra en los cimientos de las leyes básicas de la economía clásica: la ley de la oferta y demanda. Así por ejemplo, vemos como recientemente una menor oferta mundial de *commodities* por cuenta del clima, ha hecho que el comportamiento los precios de algunos de estos como el trigo, azúcar, arroz, café, algodón y maíz hayan venido en ascenso. Esta situación ha hecho que los mercados internacionales vuelquen sus ojos a China, en donde, pese a tener un control de precios es capaz de suplir la demanda mundial, al menos en gran medida, y ofrecer precios más competitivos³.

Este desequilibrio natural presente en la paridad de precios representa una oportunidad para el arbitraje de calibrar nuevamente el mercado hasta que la posibilidad del arbitraje desaparezca.

Típicamente se encuentra en la literatura académica que los mercados en los que interviene la paridad y por lo tanto presentarán la oportunidad de ser arbitrados, son los siguientes:

- El mercado de Bienes, con las variables precio e inflación

² Tomado de la página Web de la facultad de Finanzas de la Universidad ICESI el 26 de Junio de 2013: www.icesi.edu.co/ocw/finanzas/finanzas.../arbitraje-cambiario

³ Ver artículo completo en el magazín digital Portafolio, en el siguiente link: <http://www.portafolio.co/economia/commodities-los-mercados-emergentes-seguiran-impulsando>

- El mercado de Capitales, con la variable Tasa de interés
- El mercado de Divisas, con la variable Tipo de Cambio
- Precios de los bienes
- Tasas de interés
- Tipos de Cambio

Existe un efecto temporal disímil entre los diferentes mercados. Así, de manera inmediata se produce arbitraje entre los Precios y los Tipos de Cambio, mientras que el efecto de las Tasas de interés y las Tasas de inflación se diluye en el tiempo y tienen efecto una vez son aplicados.

No hay oportunidades comerciales que producen un beneficio sin riesgo a la baja. La ausencia de tales oportunidades de arbitraje se caracteriza por la existencia de una medida equivalente a una martingala. En esa medida, los precios reducidos tienen la propiedad martingala, es decir, la negociación de los activos es lo mismo que jugar un juego justo. Cualquier medida martingala equivalente se puede identificar con una regla de fijación de precios: Se extiende a los precios dados de los activos principales de un espacio más grande de créditos contingentes, o instrumentos financieros derivados, sin la creación de oportunidades nuevo arbitraje. En general, serán varias las excepciones. Un crédito contingente dado tiene un precio único si y sólo si admite una cobertura perfecta. (Follmer, 2011).

En el contexto de este trabajo habría que ubicar dentro del mercado de las Apuestas, el precio de los odds o cuotas que se tranzan entre las diferentes casas de apuestas en línea, como un mercado susceptible de la explotación de la paridad.

2.1 El arbitraje triangular en los tipos de cambio

El arbitraje en tipo de cambio de moneda se da cuando:

$$S_{A/B} \neq S_{A/B} * S_{B/C}$$

Dónde:

- S representa la tasa de cambio spot del mercado
- A/C : Cantidad de la moneda de A en la unidad de moneda de C
- A/B: Cantidad de la moneda de A en la unidad de moneda de B
- B/C: Cantidad de la moneda

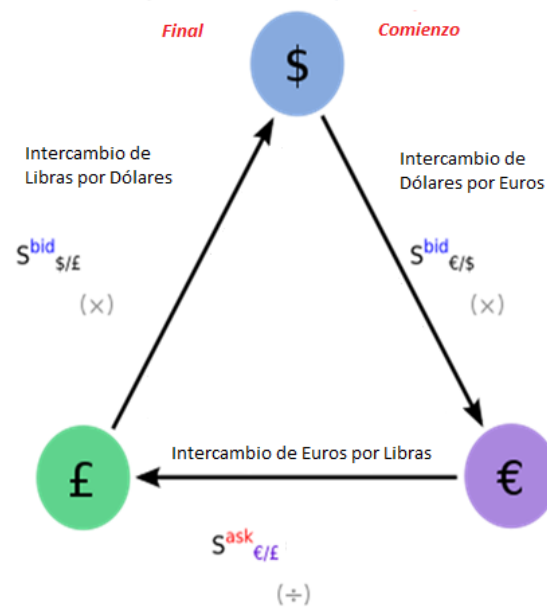


Gráfico 5: El Arbitraje Triangular en el tipo de cambio (Autores)

Si $S_{A/C} > S_{A/B} * S_{B/C}$ el arbitrajista comprará la moneda B, posteriormente la moneda C para venderla en términos de A y hacerse a la diferencia.

El ciclo para este primer ejercicio, tiene un comienzo en A(\$) \rightarrow B(€) \rightarrow C (£) \rightarrow A(\$), terminando donde comenzó.

En cambio, si $S_{A/C} < S_{A/B} * S_{B/C}$ el arbitrajista comprará la moneda C, posteriormente la moneda B para venderla en términos de A y hacerse a la diferencia.

El ciclo en este segundo caso, sería $A(\$) \rightarrow C(\pounds) \rightarrow B(\text{€}) \rightarrow A(\$)$, para así nuevamente cerrar su ciclo.

Es posible que el arbitrajista pueda incrementar su ganancia libre de riesgo, expandiendo la conversión a más de tres monedas, pues el ciclo lo podrá repetir de forma indefinida utilizando las ineficiencias del mercado.

2.2 Costos de Transacción

Uno de los factores críticos de éxito de realizar arbitraje libre de riesgo en el caso de apuestas deportivas, será determinar si beneficio esperado supera al menos los costos de transacción. Esta es la barrera que ajusta y compensa el mismo mercado, se da para que las ganancias no sean ilimitadas ni mucho menos gratis. Los costos de transacción socavan los esquemas de arbitraje.

Los Costos de Transacción son los costos en que se incurre por pagar la intermediación de un servicio. Estos costos se pagan a un intermediario al reconocer que su gestión es menos onerosa que la que se diera directamente sin su intermediación. ⁴

Existen condiciones de mercado en las que el agente comprador conoce y paga los costos de transacción por saberlos marginales para el precio final o bien que este adquiriendo. Los costos marginales se obtienen aumentando el volumen unitario o nominal, de manera que las sinergias juegan un rol trascendental en la asignación de precios finales.

En las finanzas internacionales es posible encontrar las diferentes clasificaciones de costos de transacción:

⁴ Tomado de la página Web de la facultad de Finanzas de la Universidad ICESI el 26 de Junio de 2013:
www.icesi.edu.co/ocw/finanzas/finanzas.../arbitraje-cambiarior

- Diferenciación por Costos de Operación de bienes:
 - Transporte
 - Custodia y Seguros
- Diferenciación por Costos de Oportunidad:
 - Predictibilidad de bienes
- Diferenciación por Costos de Intermediación:
 - Administración
 - Comisiones
 - Spread de Tipos de Cambio
 - Spread de Tasas de Interés
- Arancel

Los Costos de Transacción se oponen al Arbitraje, pues disminuyen y aún anulan los beneficios que los árbitros pudiesen encontrar inicialmente⁵.

Debemos incluir a estas diferenciaciones Costos de Entrada y Costos de Salida. En los primeros se enmarcarían aquellos costos asociados con la pre operación de cualquier negocio, idea o inversión, mientras que en los segundos (que pueden ser realmente costosos) o pueden englobarse aquellos asociados a quiebras o escisiones.

3. Rentabilidad derivada del arbitraje en apuestas de juegos deportivos que arroja el modelo propuesto

3.1 Datos Preliminares

Se realizaron inscripciones en tres (3) *Bookmakers* o casas de apuestas, por diferentes motivos dentro los que prevalecieron confianza, seguridad, “amigables con el arbitraje” y comodidad para realizar la operación.

Las condiciones primarias que se tuvieron en cuenta para asignar los recursos a las diferentes casas de apuesta fueron:

⁵ Op. Cit. Pág 6.

- Que las diferencias entre los *odds* ofrecidos para un mismo juego fueran efectivamente disimiles.
- Que independientemente del resultado de la puesta se obtuviera una rentabilidad en la inversión.
- Que el beneficio obtenido fuera remitido en dólares.
- Que la apuesta contemplara dos posibles resultados: un equipo/jugador gana o pierde. Es decir, no debe contemplar empates
- No se optimizó la asignación de los recursos basado en sesgos

Para esta primera aproximación no se tuvieron en cuenta ni los costos de transacción, ni los sesgos, ni operaciones en otras monedas. Obteniendo las siguientes expectativas;

Tabla 3:Expectativas de Rentabilidad Esperada Promedio

Apuesta	Arbitraje	Oferta del Odd más alto	Cuotas Inversas < 1	Monto (Optimo)	Posible Ganancia	Rentabilidad Esperada (US\$10)
1	1	1,4	0,95	\$ 7,51	\$ 10,51	5,0%
2		4,22		\$ 2,49	\$ 10,51	5,0%
3	2	1,56	0,99	\$ 6,50	\$ 10,14	1,4%
4		2,9		\$ 3,50	\$ 10,14	1,4%
5	3	1,85	0,96	\$ 5,65	\$ 10,45	4,4%
6		2,4		\$ 4,35	\$ 10,45	4,4%
7	4	1,73	0,95	\$ 6,10	\$ 10,54	5,3%
8		2,7		\$ 3,91	\$ 10,54	5,3%
9	5	1,62	0,99	\$ 6,25	\$ 10,13	1,2%
10		2,7		\$ 3,75	\$ 10,13	1,2%
					Rentabilidad Promedio	3,5%

Se realizaron 10 apuestas individuales, con la intención de obtener 5 oportunidades de arbitraje y una rentabilidad esperada de 3,5%, sobre un total de US\$100 invertidos, es decir, obtener un beneficio de US\$3,5.

Las rentabilidades inversas o K, se calcularon como:

Ecuación 4

$$1/odd_i$$

Para detectar de manera temprana cualquier oportunidad de arbitraje debe cumplirse la siguiente igualdad:

Ecuación 5

$$1/odd_i + 1/odd_{i+1} + 1/odd_{i+2} < 1$$

Se establece dentro de la igualdad hasta tres (3) posibles diferentes resultados para una misma apuesta, entendiendo que son la cantidad de resultados más comunes en cualquier juego deportivo.

La primera dificultad hallada fue la posibilidad de encontrar oportunidades de arbitraje a través de ciertas páginas, que aunque en un principio no resultan ser tan confiables, al final terminaron por ser efectivas.

La segunda dificultad se evidencia en la siguiente tabla:

Tabla 4: Expectativas de Rentabilidad Esperada Promedio Ajustada

Apuesta	Arbitraje	Oferta del Odd más alto	Cuotas Inversas < 1	Monto (Optimo)	Posible Ganancia	Rentabilidad Esperada (US\$10)
1	1	1,4	0,95	\$ 7,51	\$ 10,51	5,0%
2		4,22		\$ 2,49	\$ 10,51	5,0%
3	2	1,56	0,99	\$ 6,50	\$ 10,14	1,4%
4		2,9		\$ 3,50	\$ 10,14	1,4%
5	3	1,85	0,96	\$ 5,65	\$ 10,45	4,4%
6		2,4		\$ 4,35	\$ 10,45	4,4%
7	4	1,73	0,95	\$ 6,10	\$ 10,54	5,3%
8		2,7		\$ 3,91	\$ 10,54	5,3%
9	5	1,62	0,99	\$ 6,25	\$ 10,13	1,2%
10		2,7		\$ -	\$ -	0,0%
					Rentabilidad Promedio	3,3%

Al realizar la asignación de la apuesta # 10, la casa de apuestas decidió no tomar la apuesta, lo que produjo que se tomara una posición descubierta, se eliminara de inmediato la oportunidad de arbitraje, reduciendo la Rentabilidad Promedio 20 pb.

Los datos tratados hasta el momento sólo contienen un componente de análisis de rentabilidad directo que no tiene en cuenta las variables que se discuten a continuación.

3.2 Modelos de Prueba

No existen suficientes datos para tener afirmaciones concluyentes o relevancia estadística en la información. Sin embargo, preliminarmente se ha recogido la siguiente información.

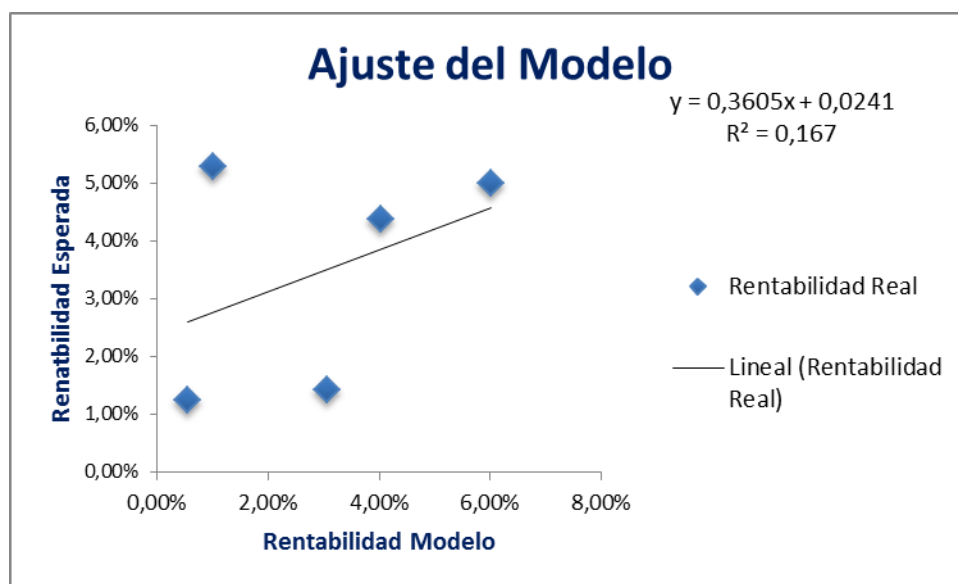


Gráfico 6: Ajuste del Modelo de Rentabilidad Esperada

Como se observa, claramente el modelo pierde relevancia cuando no se incorpora una muestra con significancia estadística. Por ahora, se aprecia un comportamiento positivo entre los datos y un coeficiente de correlación de 40,86%

Variables

Dentro de las variables que no se incluyen dentro los resultados preliminares se encuentra el sesgo. De Paton & Williams (Paton & Williams, 2005), podemos saber que los

apostadores tienen un retorno esperado diferente si su sesgo también lo es. De esta manera:

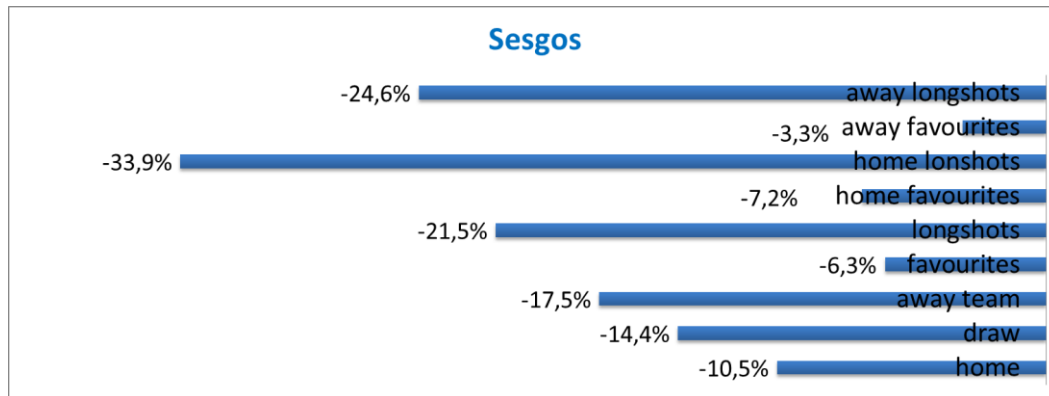


Gráfico 7: Rentabilidad Esperada, Clasificada por Sesgo

3.3 Modelo Propuesto

3.3.1 Modelo para Utilidad Bruta

La fórmula requerida para determinar si la oportunidad de arbitraje está presente se asume una apuesta exitosa (i) que otorga un retorno (incluyendo el dinero inicial apostado) de X_i unidades y con el supuesto de obtener (n) resultados en una competición, por lo que el arbitrajista deberá invertir en cada resultado (i) siempre que $1 \leq i \leq n$

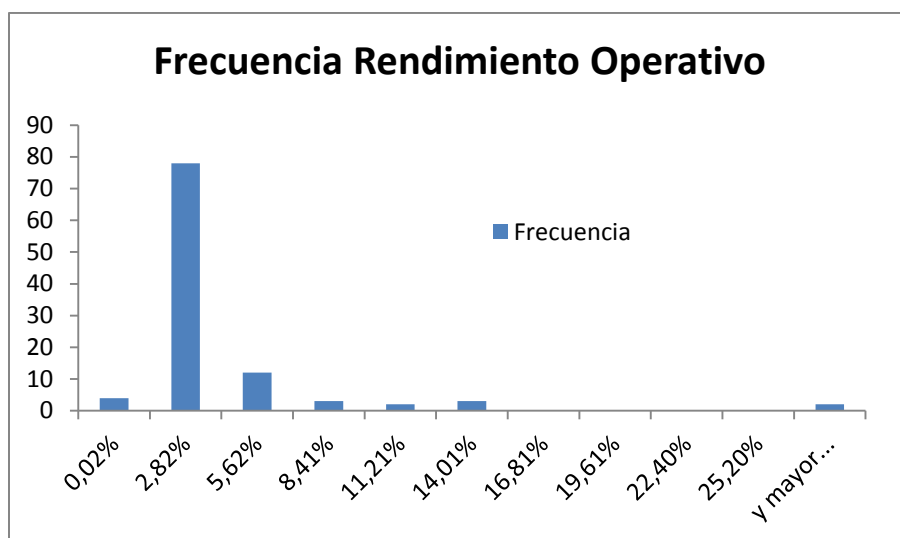
Ecuación 6. Modelo de Rentabilidad Ajustado

$$\% \text{ Gross Profit} = \left[\left(\frac{1 - \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{X_i} \right)}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{X_i} \right)} \right) \text{ s.a } \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{X_i} \right) < 1 \right]$$

Se entiende entonces que la oportunidad de arbitraje existe en la medida que el pago requerido garantiza un resultado sea menor a 1 unidad: $\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{X_i} \right) < 1$

Aplicando este modelo con los datos obtenidos, encontramos que dato que tiene más frecuencia en el histograma es el de 2.82% de utilidad bruta por transacción

Gráfico 8. Frecuencia Rendimiento Operativo



De total de 104 de oportunidades encontradas con rendimiento positivo, 4 son inferiores a 0,02%, 78 están entre el 0,02% y el 2,82%, 12 están entre el 2,82% y el 5,62%, mientras que el resto, es decir, 10 oportunidades tienen un rendimiento operativo superior al 5,62%. Podría concluirse entonces, que bajo este escenario sólo el 9,6% de las oportunidades encontradas tendrán un rendimiento excepcionalmente elevado.

Los arbitrajistas deben considerar costos de transacción que no deben ser menospreciados como la comisión por tasa de cambio, servicios de internet y los fees de la tarjeta de crédito.

3.3.2 Costos de transacción

i. Comisión por tasa de cambio

La comisión por tasa de cambio, es fundamental que sea tomada en cuenta porque las oportunidades de arbitraje pueden salir de diferentes bookmakers en diferentes países con diferentes monedas. Adicionalmente es el costo de transacción más oneroso de los

estudiados en este documento. La práctica más usada por los arbitrajistas para no lidiar con este costo de transacción es hacer inversiones de largo plazo en una sola moneda, que por lo general es el dólar y esperar las variaciones del mercado.

Esta estrategia consiste en fijar un precio de referencia para el tipo de cambio de todas las monedas y cuando el mercado fluctue a favor de algún tipo de moneda en particular se pueden realizar más transacciones en dicha moneda ó liquidar apuestas. Es por ello que desde una perspectiva de optimización de rentabilidad esta estrategia no parece ser la más adecuada.

Muchas franquicias de tarjeta de crédito cobran un costo de transacción por operar en moneda extranjera. Sin embargo, existen mecanismos y diferentes tarjetas de crédito que no cobran este fee que usualmente es del 2.5%. Uno de los mecanismos más usados es la creación de ewallets (billeteras electrónicas) en las que se puede trasladar los recursos consignados a los bookmakers directamente.

Los ewallets permiten retirar los recursos una vez por mes sin ningún tipo de costo. Sin embargo, hacer transacciones de tipo de cambio con los ewallets puede ser una alternativa que debe ser revisada con cuidado dado que las tasas de cambio cargadas no son costo eficientes y se salen de los parámetros del mercado.

Para evitar pérdida de tiempo y dinero al realizar una oportunidad de arbitraje, es necesario traducir la comisión de tipo de cambio en precio. De esta forma se puede establecer con claridad y de forma instantánea si la transacción es factible.

El valor de transacción estimado para la comisión por tipo de cambio es de 0,7% por transacción. Teniendo en cuenta que existen mecanismos para disminuir el costo a 0, se considera que alternativamente se deberá utilizar mecanismos diferentes al ewallet.

La fórmula para convertir la comisión de intercambio en precio es sencilla y contempla las variables de Ex Px que sería el precio de intercambio y Ex Com que sería la comisión:

Ecuación 7. Modelo de Rentabilidad Ajustada

$$\% \text{ Exchange Commission} = \left[1 + \frac{(Ex. Px - 1) * (100 * Ex. Com)}{100} \right]$$

ii. Servicios de Internet

Para que una oportunidad de arbitraje se pueda materializar no sólo es necesario reducir de la utilidad bruta, las comisiones por tipo cambio. Se requiere asignar un porcentaje fijo que deberá ser distribuido por todas las transacciones para el pago de servicios de internet. De acuerdo al volumen de transacción necesarias para obtener los rendimientos esperados, este valor se hace pequeño pero se incluye dentro del análisis.

Teniendo en cuenta que para este trabajo se obtuvieron 117 oportunidades de arbitraje de un total de 252 partidos, el costo por transacción que resulta y que se asume para el modelo planteado es de 0,001% por transacción.

iii. Fees de tarjeta de crédito

El dinero para realizar una oportunidad de arbitraje usualmente se realiza de tarjetas de crédito y bancos online. El rango que tiene los fees de las tarjetas de crédito puede variar entre el 1% y el 3%, por lo que los bancos online pueden ser una mejor opción.

Una vez más se asume que los el uso de tarjetas de crédito y bancos online de forma alternativa será requerido, por lo que el costo por transacción se estimó en 0,5%

3.3.3 Modelo para Utilidad Operativa

De la utilidad bruta restamos entonces los costos de transacción más relevante para hallar la utilidad operativo. En consecuencia la fórmula propuesta que incorporaría los costos de transacción y que reflejaría un retorno para el inversionista

Ecuación 8. Modelo Utilidad Operativa

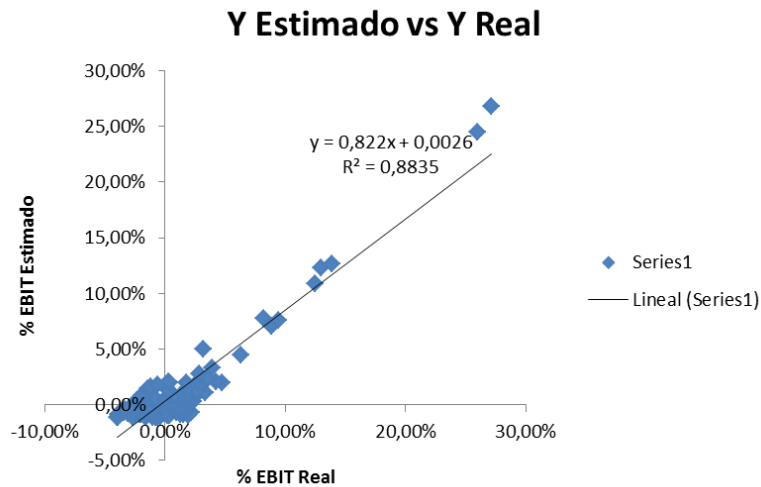
$$\% EBIT = \left[\left(\frac{1 - \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{X_i} \right)}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{X_i} \right)} \right) \text{ s.a } \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{X_i} \right) < 1 \right] - \left[1 + \frac{(Ex. Px - 1) * (100 * Ex. Com)}{100} \right] - \text{Internet Service} - \text{Credit Card Deposit Fees}$$

Tabla 5. Estadística Descriptiva del Modelo de Utilidad Operativa

Estadística Descriptiva	
Media	1,25%
Error típico	0,42%
Mediana	0,11%
Moda	-1,18%
Desviación estándar	4,30%
Varianza de la muestra	0,19%
Curtosis	19,85
Coefficiente de asimetría	4,14
Rango	0,28
Mínimo	-1,18%
Máximo	26,80%
Suma	130,25%
Cuenta	104,00
Nivel de confianza (95,0%)	0,84%

La estadística descriptiva muestra que en promedio los resultados para un inversionista tienen rendimientos positivos por transacción. Por tanto, entre mayor cantidad de transacciones se hagan mayor probabilidad se tendrá de obtener rentabilidades totales satisfactorias para el inversionista.

Gráfico 9. Y Estimado Vs Y Real



Al obtener un R^2 del 88.35% se establece que el modelo propuesto es satisfactorio para explicar la inversión de un inversionista interesado en el arbitraje deportivo.

Gráfico 10. Curva de Regresión Utilidad Operativa

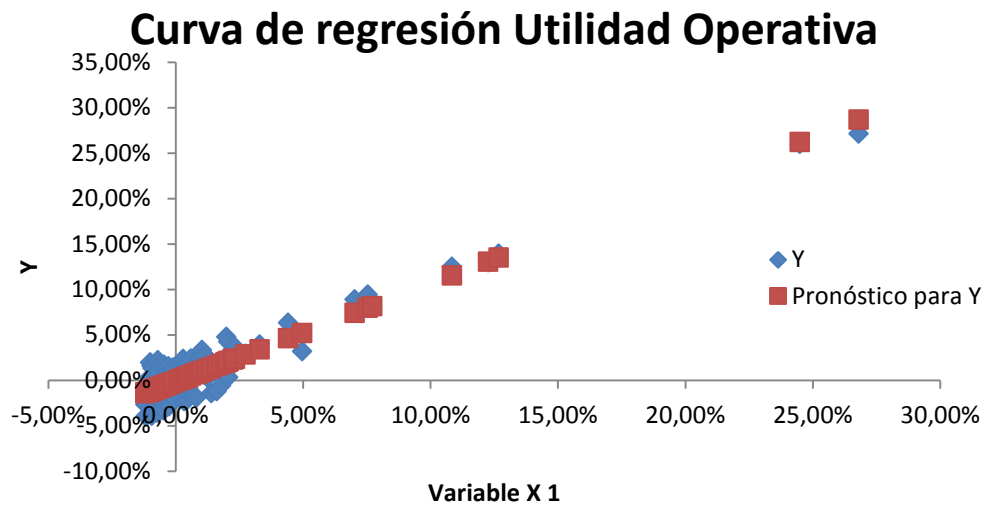


Tabla 6. Resumen Regresión del Modelo de Utilidad Operativa

Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0,94
Coeficiente de determinación R ²	0,88
R ² ajustado	0,88
Error típico	0,02
Observaciones	104

3.4 Modelo Propuesto Ajustado

Obtenidos los resultados anteriormente discutidos, los investigadores notaron que el modelo era susceptible de ser modificado. La idea ahora es obtener el mayor rendimiento esperado posible sin alterar la posibilidad de lograr una apuesta libre de riesgo.

Mediante esta optimización se inclina la apuesta hacia aquella que genere más rendimiento, minimizando la exposición hacia la apuesta que genera menor rentabilidad.

A través de un condicionamiento de variables, se logra dicho resultado:

Ecuación 9. Modelo de Rentabilidad Ajustado

$$\max (a, b) E[R_i, R_{i+1}] \text{ s.a. } [\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\text{oddi}}\right) < 1] - \left[1 + \frac{(\text{Ex. Px} - 1) * (100 * \text{Ex. Com})}{100}\right] - \text{Internet Service} - \text{Credit Card Deposit Fees}$$

Donde;

$$R_i = a * \text{oddi}$$

$$R_{i+1} = b * \text{oddi}_{i+1}$$

$$a = \frac{\text{oddi}}{\text{oddi} + \text{oddi}_{i+1}}$$

$$b = \frac{\text{oddi}_{i+1}}{\text{oddi} + \text{oddi}_{i+1}}$$

$$a > 0, b > 0, a + b = 1$$

3.4.1 Supuestos del Modelo Propuesto Ajustado

Como se ve de la fórmula expresada anteriormente, los costos asociados a tasas de cambio, servicios de internet y costos de facilidades financieras se mantienen invariantes. El cambio significativo se da en la maximización del valor esperado de las rentabilidades obtenidas de oportunidades de arbitraje, previamente identificadas, esto es, que la suma del inverso de los odds (K) sea menor a 1.

En términos prácticos, esta reasignación eficiente de recursos reduce la participación de aquel juego que genere menor rentabilidad individual (a), llevándola hasta niveles en donde ésta apuesta directa sobre un solo agente, sea capaz de asumir los mínimos costos necesarios para su realización, por lo tanto su rentabilidad (Ri) deberá propender a ser lo más cercana a cero (0)⁶. Esta reducción en la asignación de menor rentabilidad se

⁶ Para efectos ilustrativos, los autores aceptaron que los resultados de la optimización propuesta por el modelo sobre la rentabilidad mínima fuera cero (0).

redistribuye aumentando en la misma proporción a la apuesta individual directa (b) que genera la mayor la rentabilidad (R_{i+1}). En definitiva, se obtendrá como valor esperado, el promedio simple de las rentabilidades de las dos (2) apuestas individuales directas.

Por lo demás se hace evidente que tanto la proporción a, como la proporción b deben ser positivas, mientras que su suma debe ser siempre equivalente a 1.

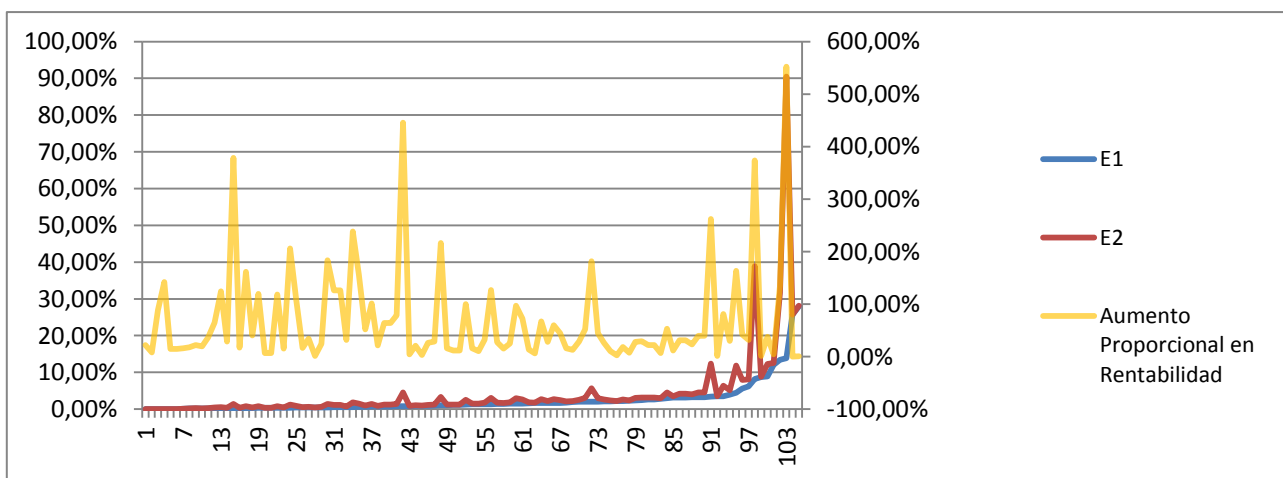
Finalmente, el modelo se enmarca dentro de juegos deportivos cuyos resultados sean sólo dos (2) posibles, esto es; que exista un perdedor y un ganador.

3.4.2 Resultados de la Rentabilidad Bruta del Modelo Propuesto Ajustado

El modelo propuesto ajustado persigue una optimización en la distribución de los recursos asignados para una misma transacción, logrando maximizar el rendimiento esperado de ésta.

El rendimiento promedio del modelo inicial (E1) es de 2.44%, mientras que el rendimiento promedio del modelo ajustado (E2) alcanza niveles del 4.37%, es decir, que sin alterar la posibilidad de obtener una condición de arbitraje, se obtiene un rendimiento 79,39% superior, en promedio, tal y como se muestra en el siguiente gráfico:

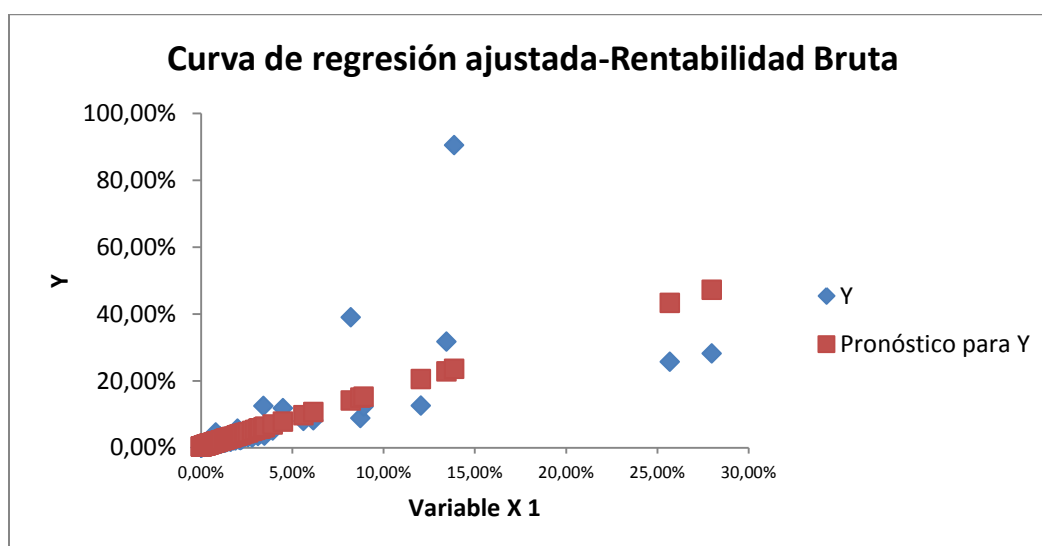
Gráfico 11. Rendimiento Bruto del modelo propuesto vs. Máximo Rendimiento Bruto



En promedio, por transacción se logra un aumento proporcional en rentabilidad del orden del 67.60%. Es notable que la dos terceras partes de los datos están en un rango de rentabilidad entre el 0% y el 55.2%. Asimismo, vale pena destacar la capacidad de explotar la rentabilidad se acentúa en aquellos datos cuyo dato inicial fue superior al 5.6%.

De la información recolectada sólo hubo dato que se encontraba en el óptimo punto de rentabilidad esperada, por lo que su variación frente el nuevo modelo ajustado propuesto fue 0.

Gráfico 12. Curva de Regresión Ajustada-Rentabilidad Brutalidad Bruta



Coeficientes	
Intercepción	0,00292208
Variable X 1	1,67400727

La estadística descriptiva muestra que la varianza aumentó 6 veces (pasando 0,18% a 1,10%), mientras que la rentabilidad sólo lo hizo 1,8 veces. Se evidencia que no existe una proporcionalidad entre el riesgo que asume el arbitrajista frente a la opción de maximizar su rentabilidad esperada.

Sin embargo, la curva de regresión ajustada muestra que esta desproporción puede ser menor debido a que para pronósticos lineales de una rentabilidad operativa superior se

estima un coeficiente de 1,67 veces. Es decir, la maximización de la rentabilidad lineal esperada puede estimarse a partir de la rentabilidad operativa inicial como 1,67 veces su valor. La intercepción aunque en la gráfica es despreciable, vendrá dada como aquel valor mínimo de rentabilidad esperada de equilibrio, es decir, aquel que iguale la máxima rentabilidad operativa bruta a los costos de transacción.

La gráfica sobre la Curva de Regresión Ajustada-Rentabilidad Brutalidad Bruta confirma la acumulación de resultados que se concentran rentabilidades brutas por debajo del 5.6%. La afirmación anterior tiene implicaciones, en el marco de la regresión ajustada, en dos sentidos: el primero es que predice de manera relevante el potencial de valorización esperada de la rentabilidad óptima, para niveles inferiores o iguales al 5.6%, y el segundo, es que para rentabilidades óptimas superiores a 5.6%, se presentan datos con mayor volatilidad, por lo que se obtiene, para toda la curva, un R cuadrado de apenas el 46.23%. Sin embargo, sigue siendo un buen predictor la rentabilidad óptima.

3.4.3 Resultados de la Rentabilidad Operativa del Modelo Propuesto Ajustado

Considerando los resultados anteriormente obtenidos y la sensibilidad realizada para diferentes niveles de costos de transacción es posible observar que el espectro de posibilidades de realizar operaciones libres de arbitraje con un rendimiento esperado aceptable, aumentan. A pesar de que en los dos modelos, un costo de transacción total de 0,15%, las oportunidades de arbitraje obtenidas son de 97, a medida que van incrementándose estos costos de transacción, va haciéndose más robusto el modelo ajustado, pues, para un nivel de costo de 1,80%, se obtienen 50 oportunidades de arbitraje versus 37 oportunidades del modelo inicial.

Tabla 7. Oportunidades con Rentabilidad Operativa Positiva

	SUMA DE COSTOS DE TRANSACCIÓN											
	0,15%	0,30%	0,45%	0,60%	0,75%	0,90%	1,05%	1,20%	1,35%	1,50%	1,65%	1,80%
Rentabilidad Operativa	97	89	78	69	64	60	57	53	51	45	41	37
Rentabilidad Operativa (Modelo Ajustado)	97	93	87	82	80	75	72	68	61	55	54	50

Bajo los parámetros del modelo inicial y a manera de demostración, podemos observar, que por ejemplo si con el rendimiento operativo inicial se obtenía una transacción de 0,55%, con el modelo ajustado este valor esperado puede elevarse a niveles de 1,86%, logrando que los costos de transacción globales y críticos de 1,80% puedan redundar en un rendimiento operativo total del 0,06%.

Del total de oportunidades encontradas con el primer modelo, fue posible comprobar que a medida que los costos de transacción van incrementando, las oportunidades de arbitraje desaparecen más rápido, si no se máxima la rentabilidad operativa esperada, tal y como se observa a continuación:

Gráfico 13. Oportunidades encontradas con Rentabilidad Operativa Positiva

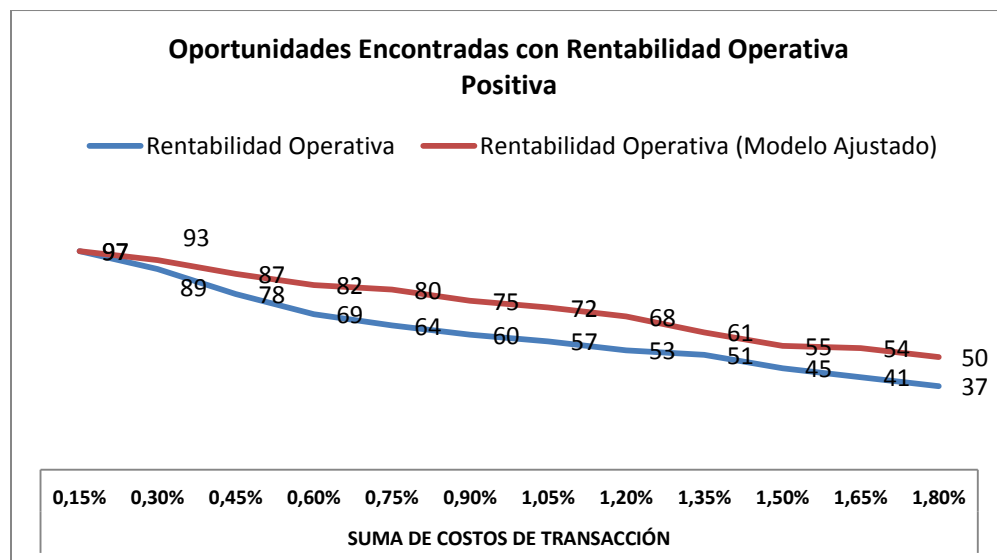
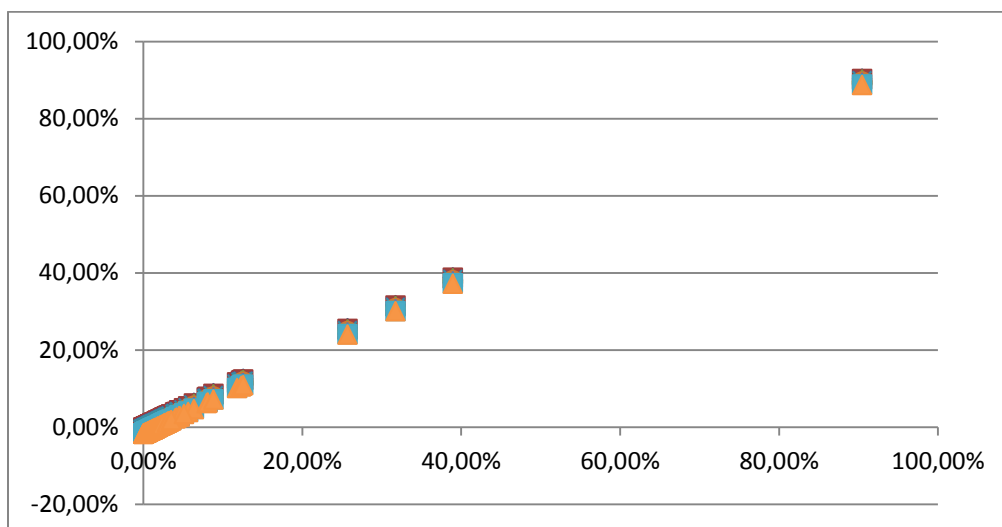


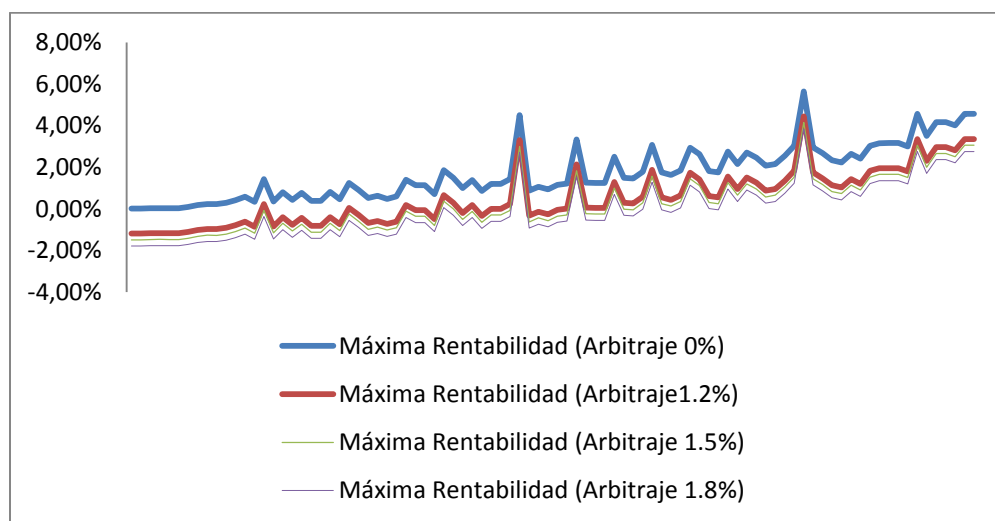
Gráfico 14. Resultados de Máxima Rentabilidad para diferentes niveles de costos de transacción



El gráfico anterior, resume las rentabilidades halladas para cada una de las optimizaciones hechas para cada transacción. Como se ve, para cierto nivel de rentabilidad, los costos de transacción vuelve la operación inviable ya que generaría rentabilidades negativas. Por otro lado, muestra cómo para niveles de rentabilidad óptimos de 90.47% los costos de transacción se vuelven insignificantes, frente a los beneficios potenciales que representan.

Con el ánimo de observar más en detalle el efecto de los costos de transacción sobre la rentabilidad operativa, se propone el siguiente gráfico:

Gráfico 15. Resultados de Máxima Rentabilidad para diferentes niveles de costos de transacción para el 86% de los datos



De manera, que pudiera evidenciarse en detalle el efecto de los costos de transacción se agrupó el 85,71% de los datos, es decir, se incluyó la frecuencia inferior a un rendimiento del 5,62%.

Conclusiones

Durante este trabajo hemos podido revisar diferentes modelos que han mostrado una rentabilidad que no ha contemplado todos los factores con un inversionista sesudo exigiría. Puede verificarse que el modelo propuesto, después de haber sido sometido a diferentes pruebas empíricas se ajusta satisfactoriamente a los resultados obtenidos.

De los 251 juegos seleccionados al azar se encontraron 117 oportunidades de arbitraje, logrando un ratio de posibilidad de arbitraje del 46.43%. Las transacciones identificadas como oportunidad de arbitraje obtuvieron rendimiento bruto promedio 2.44% por transacción. Se encontró que la oportunidad de mejorar ese ratio obedece patrones temporales, en donde la oportunidad de arbitraje se desvanece en el tiempo y hace que encontrar odds históricos, que generen rentabilidades sea un desafío. Sin embargo, las potencialidades de rentabilidad están subvaloradas, más si se considera que la diferencia clave entre los mercados de apuestas deportivas y los mercados financieros es la falta de profundidad en los mercados de apuestas deportivos (Marshall, 2009)

Otro elemento clave que se logró identificar es que el arbitraje en los diferentes deportes tiene características intrínsecas que hace que cada estrategia que se adopte para realizar arbitraje, sea diferente. En efecto, elementos como el volumen de partidos por temporada, la popularidad del deporte en el mundo, la frecuencia de torneos son variables que definitivamente deberán ser tenidos en cuenta en el momento de tomar ventaja de los diferentes odds.

De manera similar, en las 117 oportunidades de arbitraje se identificó un costo operativo promedio del 1,20%, que se consideraron como costo de transacción que en promedio se dividieron en 0,7% la comisión de tasa de cambio, 0.5% comisión de tarjeta de crédito y

0.001% para el servicio de internet. Lo anterior, genera rendimiento promedio de utilidad operativa del 1,24% por transacción.

A través de una optimización de la rentabilidad esperada es posible obtener un rendimiento superior, sin alterar la posibilidad de realizar arbitraje y ampliando la posibilidad de generar transacciones rentables que cubran los costos en los que se deben incurrir. Del total de oportunidades encontradas con el primer modelo, fue posible comprobar que a medida que los costos de transacción van incrementando, las oportunidades de arbitraje desaparecen más rápido, si no se máxima la rentabilidad operativa esperada.

Los modelos propuestos en definitiva se consideran robustos (con más de un 85% de R^2) y explican satisfactoriamente la rentabilidad que algún inversionista podría llegar a obtener en el mundo del arbitraje deportivo.

Glosario

Sports betting: Apuestas Deportivas
Arbitrage: Arbitraje
Bookmaker: Corredor de apuestas
Betting markets: Mercado de apuestas
Odds: Cuota
Cross Market Trading: Mercado Cruzado de Intercambio (Tasa de cambio)
Market Efficiency: Eficiencia de mercado
Parimutuel: Pari-mutuel/Parimutual
Longshot: Apuestas Arriesgadas
Quarbs: Cuasi-Arbitrajes
Traders: Operadores/Negociadores
Short-Odds: Favoritos
Long-Shots: No Favoritos

Bibliografía

BWin Electra works Limited. (2013). BWin. Obtenido de Ayuda y Soporte: <https://help.bwin.com/es/sports-help/horse-racing/toto-betting/tote-bets>

Dixon, M., & Pope, P. (2004). The value of Statical Forecasts in the UK Association Football Betting Market. *International Journal of Forecasting*, 697-711.

- Edelman, D., & O'Brian, N. (2004). Tote arbitrage and lock oportunities in racetrack betting. *European Journal of Finance*, 370-378.
- Follmer, H. S. (2011). *Stochastic Finance: An introduction in discrete time*. USA: Walter de Gruyter.
- Franck, E., Verbeek, E., & Stepah, N. (2009). Inter-market Arbitrage in Sport Betting. *NCER Working Paper Series*, 3-24.
- Gomber, P., Rohr, P., & Schweickert, U. (2008). Sports Betting as new asset class - current market organization and options for development. *Financial Market Research*, 169 - 192.
- Guerrien, B., & Gun, O. (2011). Efficient Market Hypothesis: What are we talking about? *Real World Economics Review*.
- Hausch, B., & Ziemba, W. (1990). Arbitrage Strategies for Cross-Track Betting on Major Horse Races. *Journal of Business*, 61-78.
- Haven, E. (2008). The Variation of Financial Arbitrage via the Use of an Information Wave Function. *International Journal of Theoretical Physics*, 193-199.
- Jouini, E., & NAPP, C. (2001). Arbitrage and investment Opportunities. *Finance and Stochastics*, 302-305.
- Labrie, R., & Shaffer, H. (2011). Indetifying behavioral markers of disordered internet sports gambling. *Addiction Research & Theory*, 56-55.
- Lane, D., & Ziemba, W. (2004). Jai-Alai Hedging Strategies. *European Journal of Finance*, 353-369.
- Lynch, T. (2004). Gambling by another name? The Challenge of Purely Speculative Derivatives. *Indiana Legal Studies Research Paper*, 875-894.
- McCambey, J. (11 de Abril de 2013). *StickeEyes*. Obtenido de Insigths Report: Sport Betting Leads Growth within Online Gambling: <http://www.stickyeyes.com/2013/04/11/insights-report-sports-betting-leads-growth-within-online-gambling/>
- Mendenhall, R. (2004). Arbitrage Risk and Post-Earnings - Announcements Drift. *The Journal of Business*, 875-894.
- Net Book Sports Arbitrage. (2009). *Sports Arbitrage World*. Recuperado el 05 de May de 2013, de www.sportsarbitrageworld.com
- Oliver, J. (2009). *Internet Gambling; Will History Repeat Itself*. Obtenido de Brief Story of Internet Gambling: <http://www.unc.edu/courses/2006spring/law/357c/001/projects/dsmatthe/background.html>

- Ottaviani, M., & Sorensen, P. N. (2009). Surprised by the Parimutuel Odds? *American Economic Review*, 2130-2132.
- Paton, D., & Williams, L. V. (2005). Forecasting Outcomes in Spread Betting Markets: Can Bettors use "Quarbs" to Beat the Book. *Wiley InterScience*, 139-154.
- Paulson, R. A. (2011). An Analysis of Gambling Markets Economics. *Review of Business Research*, 11-21.
- Pope, P. F. (1989). . *Information, Prices and Efficiency in a Fixed-Odds Betting* . Economica.
- Reber, A. S. (2010). The EVf Model: A Novel Framework for Understanding Gambling and by extension Poker. *UNVL Gaming Research & Review Journal*.
- Sauer, R. D., Waller, J., & Hakes, J. K. (2009). *The progress of the betting in a baseball game*. Springer Science+ Business Media.
- W, M. (2008). Exploiting Inefficiencies in Financial and Sports Gambling Markets: Exploratory Drift model. *Journal of Predictions Markets*, 15-32.
- Wang, S.-Y. (2009). The Power of the Real Options in Games Betting: An application of Switching Options. *The Journal of Gambling Business and Economics*, 1-14.
- Williams, L. V. (2003). *The Economics of Gambling*. New York: Rotledge.
- Zotos, K. (2007). Sports Arbitrage. *Journal of American Academy of Business*, 187-189.

Anexos

Graph 2: % Split of search impression volume by sub-vertical

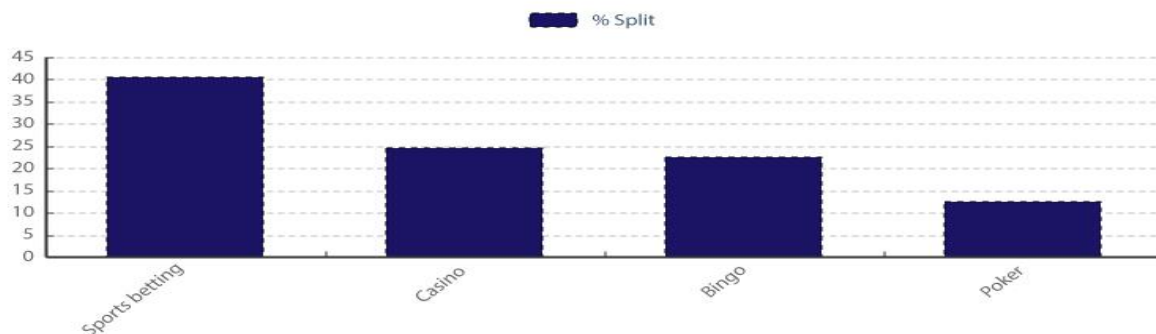


Gráfico 16: Participación de Búsquedas por Categorías (McCambey, 2013)

Graph 3: % Split of search impression volume within the Sportsbook sub-vertical

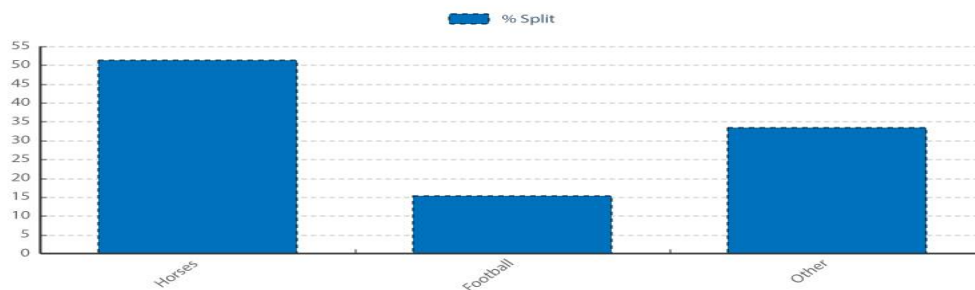


Gráfico 17: % Participación de búsquedas por tipo de Deporte (McCambey, 2013)

Graph 4: Click share index for the most visible websites for the top 10 generic sports betting phrases between January 2012 to December 2012

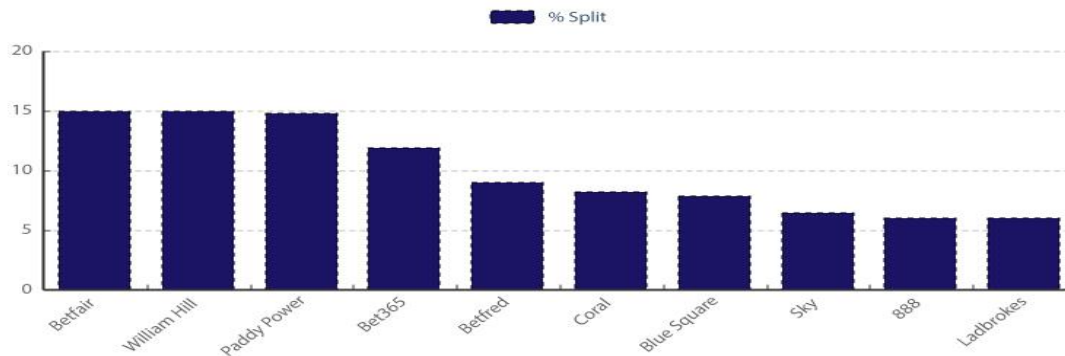


Gráfico 18: % Participación por casas de apuestas (McCambey, 2013)












										
(16) Gilles Simon	1,65	1,63	1,53	1,53	1,63	1,63	1,74	1,63		1,61
(50) Bernard Tomic	2,35	2,3	2,35	2,5	2,38	2,35	2,35	2,35		2,45
() Yen-Hsun Lu	1,44	1,43	1,5	1,53	1,43	1,43	1,5	1,48		1,63
(46) Lukas Rosol	2,85	2,95	2,55	2,38	2,95	2,95	3	2,8		2,4
(20) Mikhail Youzhny	1,43	1,45	1,43	1,4	1,4	1,43	1,43	1,5		1,44
(47) Denis Istomin	2,9	2,98	2,92	2,85	2,75	2,92	2,92	2,99		2,95
(55) Marinko Matosevic	3,6	3,64	3,5	3,2	3,4	3,5	3,5	3,9		3,6
(11) Milos Raonic	1,31	1,33	1,33	1,33	1,3	1,33	1,33	1,34		1,32
(33) Julien Benneteau	1,18	1,19	1,18	1,2	1,2	1,18	1,18	1,21		1,18
(54) Pablo Andujar	5,25	5,5	5,25	4,25	4,33	5,25	5,25	5,6		5,25
(48) Marcos Baghdatis	3,2	3,32	3,15	3	3	3,15	3,15	3,56		3,2
(10) Stanislas Wawrinka	1,38	1,38	1,38	1,36	1,36	1,38	1,38	1,38		1,38
(85) Lukas Lacko	5,25	5,23	5,1	5	5,5	5,05	5,1	5,9		5,1
(9) Richard Gasquet	1,18	1,2	1,19	1,15	1,12	1,19	1,19	1,2		1,2
(62) Venus Williams	1,59	1,59	1,54	1,56	1,62	1,54	1,54	1,65		1,57
(46) Eugenie Bouchard	2,6	2,56	2,6	2,4	2,2	2,6	2,6	2,52		2,5
(36) Lucie Safarova	2,9	3,02	2,89	2,85	2,62	2,89	2,89	3,06		2,85
(8) Caroline Wozniacki	1,48	1,45	1,44	1,4	1,5	1,44	1,44	1,48		1,47
(28) Svetlana Kuznetsova	2,33	2,34	2,35	2,3	2,38	2,35	2,35	2,44		2,35
(11) Petra Kvitova	1,7	1,69	1,65	1,59	1,57	1,65	1,65	1,69		1,65
(28) Svetlana Kuznetsova	2,55	1,58	1,67	2,35	1,57	1,67	1,63	1,64		1,63
(22) Sorana Cirstea	1,57	2,57	2,26	1,57	2,25	2,26	2,35	2,56		2,4
(9) Angelique Kerber	2,8	2,8	2,75	2,75	2,75	2,75	2,75	2,89		2,75
(4) Agnieszka Radwanska	1,51	1,51	1,49	1,43	1,44	1,49	1,49	1,52		1,49
 Tomas Berdych	1,38	1,37	1,38	1,34	1,4	1,38	1,38	1,38		1,33
(16) Gilles Simon	3,4	3,45	3,2	3,1	2,75	3,2	3,2	3,6		3,5

Gráfico 13: Odds sacados de 7 casas de apuestas

MÁXIMA RENTABILIDAD POSIBLE AJUSTANDO POR "SESGO"						
Ajuste por sesgo	% de Inversión		E2(rendimiento)	E2(Max Rendimiento)	Arbitraje Maximizando Rentabilidad	
-1,49%	57,47%	100,00%	0,00%	3,16%	-6,32%	
1,49%	42,53%		6,32%			
-3,45%	61,35%	100,00%	0,00%	7,98%	-15,95%	
3,45%	38,65%		15,95%			
-0,04%	66,56%	100,00%	-0,17%	-0,08%	-0,17%	
0,04%	33,44%		0,00%			
0,00%	25,57%	100,00%	-0,27%	-0,27%	0,00%	
0,00%	74,43%		-0,27%			
0,00%	82,23%	100,00%	-0,50%	-0,50%	0,00%	
0,00%	17,77%		-0,50%			
0,00%	27,94%	100,00%	-0,55%	-0,55%	0,00%	
0,00%	72,06%		-0,55%			
0,00%	16,90%	100,00%	-0,28%	-0,28%	0,00%	
0,00%	83,10%		-0,28%			
-0,57%	60,61%	100,00%	0,00%	1,21%	-2,42%	
0,57%	39,39%		2,42%			
0,44%	33,33%	100,00%	2,00%	1,00%	2,00%	
-0,44%	66,67%		0,00%			
0,11%	41,18%	100,00%	0,47%	0,24%	0,47%	
-0,11%	58,82%		0,00%			
-10,98%	39,22%	100,00%	0,00%	28,11%	-56,22%	
10,98%	60,78%		56,22%			
0,00%	34,47%	100,00%	-0,39%	-0,39%	0,00%	
0,00%	65,53%		-0,39%			
-0,57%	71,43%	100,00%	0,00%	1,43%	-2,86%	
0,57%	28,57%		2,86%			

MÁXIMA RENTABILIDAD POSIBLE AJUSTANDO POR "SESGO" Y COSTOS DE TRANSACCIÓN						
Ajuste por CT		% de Inversión		E3(rendimiento)	E3(Max Rendimiento)	Cantidad Descubierta (Riesgo 0)
0,03%		57,50%		0,05%		
0,03%	✓	42,50%		6,25%	3,15%	-6,19%
0,03%		61,38%		0,05%		
0,03%	✓	38,62%		15,86%	7,95%	-15,81%
0,03%		66,59%		-0,12%		
0,03%	✓	33,41%		-0,09%	-0,11%	-0,03%
0,03%		25,60%		-0,15%		
0,03%	✓	74,40%		-0,31%	-0,23%	0,16%
0,03%		82,26%		-0,46%		
0,03%	✓	17,74%		-0,67%	-0,57%	0,20%
0,03%		27,97%		-0,44%		
0,03%	✓	72,03%		-0,59%	-0,52%	0,15%
0,03%		16,93%		-0,10%		
0,03%	✓	83,07%		-0,32%	-0,21%	0,21%
0,03%		60,64%		0,05%		
0,03%		39,36%		2,35%	1,20%	-2,30%
0,03%		33,30%		1,91%		
0,03%	✓	66,70%		0,04%	0,98%	1,86%
0,03%		41,15%		0,40%		
0,03%		58,85%		0,05%	0,22%	0,35%
0,03%		39,25%		0,08%		
0,03%	✓	60,75%		56,14%	28,11%	-56,06%
0,03%		34,50%		-0,30%		
0,03%	✓	65,50%		-0,44%	-0,37%	0,13%
0,03%		71,46%		0,04%		
0,03%		28,54%		2,75%	1,40%	-2,71%

		SUMA DE COSTOS DE TRANSACCIÓN												
		0,15%	0,3%	0,5%	0,6%	0,8%	0,9%	1,1%	1,2%	1,4%	1,5%	1,7%	1,8%	
	-1,181%													
	0,02%	-0,13%	-0,28%	-0,43%	-0,58%	-0,73%	-0,88%	-1,03%	-1,18%	-1,33%	-1,48%	-1,63%	-1,78%	
	0,02%	-0,13%	-0,28%	-0,43%	-0,58%	-0,73%	-0,88%	-1,03%	-1,18%	-1,33%	-1,48%	-1,63%	-1,78%	
	0,02%	-0,13%	-0,28%	-0,43%	-0,58%	-0,73%	-0,88%	-1,03%	-1,18%	-1,33%	-1,48%	-1,63%	-1,78%	
	0,02%	-0,13%	-0,28%	-0,43%	-0,58%	-0,73%	-0,88%	-1,03%	-1,18%	-1,33%	-1,48%	-1,63%	-1,78%	
	0,03%	-0,12%	-0,27%	-0,42%	-0,57%	-0,72%	-0,87%	-1,02%	-1,17%	-1,32%	-1,47%	-1,62%	-1,77%	
	0,03%	-0,12%	-0,27%	-0,42%	-0,57%	-0,72%	-0,87%	-1,02%	-1,17%	-1,32%	-1,47%	-1,62%	-1,77%	
	0,08%	-0,07%	-0,22%	-0,37%	-0,52%	-0,67%	-0,82%	-0,97%	-1,12%	-1,27%	-1,42%	-1,57%	-1,72%	
	0,16%	0,01%	-0,14%	-0,29%	-0,44%	-0,59%	-0,74%	-0,89%	-1,04%	-1,19%	-1,34%	-1,49%	-1,64%	
	0,20%	0,05%	-0,10%	-0,25%	-0,40%	-0,55%	-0,70%	-0,85%	-1,00%	-1,15%	-1,30%	-1,45%	-1,60%	
	0,20%	0,05%	-0,10%	-0,25%	-0,40%	-0,55%	-0,70%	-0,85%	-1,00%	-1,15%	-1,30%	-1,45%	-1,60%	
	0,22%	0,07%	-0,08%	-0,23%	-0,38%	-0,53%	-0,68%	-0,83%	-0,98%	-1,13%	-1,28%	-1,43%	-1,58%	
	0,26%	0,11%	-0,04%	-0,19%	-0,34%	-0,49%	-0,64%	-0,79%	-0,94%	-1,09%	-1,24%	-1,39%	-1,54%	
	0,26%	0,11%	-0,04%	-0,19%	-0,34%	-0,49%	-0,64%	-0,79%	-0,94%	-1,09%	-1,24%	-1,39%	-1,54%	
	0,27%	0,12%	-0,03%	-0,18%	-0,33%	-0,48%	-0,63%	-0,78%	-0,93%	-1,08%	-1,23%	-1,38%	-1,53%	
	0,30%	0,15%	0,00%	-0,15%	-0,30%	-0,45%	-0,60%	-0,75%	-0,90%	-1,05%	-1,20%	-1,35%	-1,50%	
	0,31%	0,16%	0,01%	-0,14%	-0,29%	-0,44%	-0,59%	-0,74%	-0,89%	-1,04%	-1,19%	-1,34%	-1,49%	
	0,31%	0,16%	0,01%	-0,14%	-0,29%	-0,44%	-0,59%	-0,74%	-0,89%	-1,04%	-1,19%	-1,34%	-1,49%	
	0,32%	0,17%	0,02%	-0,13%	-0,28%	-0,43%	-0,58%	-0,73%	-0,88%	-1,03%	-1,18%	-1,33%	-1,48%	
	0,36%	0,21%	0,06%	-0,09%	-0,24%	-0,39%	-0,54%	-0,69%	-0,84%	-0,99%	-1,14%	-1,29%	-1,44%	
	0,37%	0,22%	0,07%	-0,08%	-0,23%	-0,38%	-0,53%	-0,68%	-0,83%	-0,98%	-1,13%	-1,28%	-1,43%	
	0,37%	0,22%	0,07%	-0,08%	-0,23%	-0,38%	-0,53%	-0,68%	-0,83%	-0,98%	-1,13%	-1,28%	-1,43%	
	0,38%	0,23%	0,08%	-0,07%	-0,22%	-0,37%	-0,52%	-0,67%	-0,82%	-0,97%	-1,12%	-1,27%	-1,42%	
	0,41%	0,26%	0,11%	-0,04%	-0,19%	-0,34%	-0,49%	-0,64%	-0,79%	-0,94%	-1,09%	-1,24%	-1,39%	
	0,41%	0,26%	0,11%	-0,04%	-0,19%	-0,34%	-0,49%	-0,64%	-0,79%	-0,94%	-1,09%	-1,24%	-1,39%	
	0,44%	0,29%	0,14%	-0,01%	-0,16%	-0,31%	-0,46%	-0,61%	-0,76%	-0,91%	-1,06%	-1,21%	-1,36%	
	0,45%	0,30%	0,15%	0,00%	-0,15%	-0,30%	-0,45%	-0,60%	-0,75%	-0,90%	-1,05%	-1,20%	-1,35%	
	0,47%	0,32%	0,17%	0,02%	-0,13%	-0,28%	-0,43%	-0,58%	-0,73%	-0,88%	-1,03%	-1,18%	-1,33%	
	0,48%	0,33%	0,18%	0,03%	-0,12%	-0,27%	-0,42%	-0,57%	-0,72%	-0,87%	-1,02%	-1,17%	-1,32%	
	0,48%	0,33%	0,18%	0,03%	-0,12%	-0,27%	-0,42%	-0,57%	-0,72%	-0,87%	-1,02%	-1,17%	-1,32%	
	0,50%	0,35%	0,20%	0,05%	-0,10%	-0,25%	-0,40%	-0,55%	-0,70%	-0,85%	-1,00%	-1,15%	-1,30%	
	0,51%	0,36%	0,21%	0,06%	-0,09%	-0,24%	-0,39%	-0,54%	-0,69%	-0,84%	-0,99%	-1,14%	-1,29%	
	0,51%	0,36%	0,21%	0,06%	-0,09%	-0,24%	-0,39%	-0,54%	-0,69%	-0,84%	-0,99%	-1,14%	-1,29%	
	0,54%	0,39%	0,24%	0,09%	-0,06%	-0,21%	-0,36%	-0,51%	-0,66%	-0,81%	-0,96%	-1,11%	-1,26%	
	0,56%	0,41%	0,26%	0,11%	-0,04%	-0,19%	-0,34%	-0,49%	-0,64%	-0,79%	-0,94%	-1,09%	-1,24%	
	0,59%	0,44%	0,29%	0,14%	-0,01%	-0,16%	-0,31%	-0,46%	-0,61%	-0,76%	-0,91%	-1,06%	-1,21%	
	0,66%	0,51%	0,36%	0,21%	0,06%	-0,09%	-0,24%	-0,39%	-0,54%	-0,69%	-0,84%	-0,99%	-1,14%	
	0,69%	0,54%	0,39%	0,24%	0,09%	-0,06%	-0,21%	-0,36%	-0,51%	-0,66%	-0,81%	-0,96%	-1,11%	
	0,71%	0,56%	0,41%	0,26%	0,11%	-0,04%	-0,19%	-0,34%	-0,49%	-0,64%	-0,79%	-0,94%	-1,09%	
	0,74%	0,59%	0,44%	0,29%	0,14%	-0,01%	-0,16%	-0,31%	-0,46%	-0,61%	-0,76%	-0,91%	-1,06%	
	0,74%	0,59%	0,44%	0,29%	0,14%	-0,01%	-0,16%	-0,31%	-0,46%	-0,61%	-0,76%	-0,91%	-1,06%	
	0,81%	0,66%	0,51%	0,36%	0,21%	0,06%	-0,09%	-0,24%	-0,39%	-0,54%	-0,69%	-0,84%	-0,99%	
	0,83%	0,68%	0,53%	0,38%	0,23%	0,08%	-0,07%	-0,22%	-0,37%	-0,52%	-0,67%	-0,82%	-0,97%	
	0,85%	0,70%	0,55%	0,40%	0,25%	0,10%	-0,05%	-0,20%	-0,35%	-0,50%	-0,65%	-0,80%	-0,95%	
	0,89%	0,74%	0,59%	0,44%	0,29%	0,14%	-0,01%	-0,16%	-0,31%	-0,46%	-0,61%	-0,76%	-0,91%	
	0,92%	0,77%	0,62%	0,47%	0,32%	0,17%	0,02%	-0,13%	-0,28%	-0,43%	-0,58%	-0,73%	-0,88%	
	0,92%	0,77%	0,62%	0,47%	0,32%	0,17%	0,02%	-0,13%	-0,28%	-0,43%	-0,58%	-0,73%	-0,88%	
	0,95%	0,80%	0,65%	0,50%	0,35%	0,20%	0,05%	-0,10%	-0,25%	-0,40%	-0,55%	-0,70%	-0,85%	
	1,06%	0,91%	0,76%	0,61%	0,46%	0,31%	0,16%	0,01%	-0,14%	-0,29%	-0,44%	-0,59%	-0,74%	
	1,10%	0,95%	0,80%	0,65%	0,50%	0,35%	0,20%	0,05%	-0,10%	-0,25%	-0,40%	-0,55%	-0,70%	
	1,12%	0,97%	0,82%	0,67%	0,52%	0,37%	0,22%	0,07%	-0,08%	-0,23%	-0,38%	-0,53%	-0,68%	
	1,12%	0,97%	0,82%	0,67%	0,52%	0,37%	0,22%	0,07%	-0,08%	-0,23%	-0,38%	-0,53%	-0,68%	
	1,29%	1,14%	0,99%	0,84%	0,69%	0,54%	0,39%	0,24%	0,09%	-0,06%	-0,21%	-0,36%	-0,51%	
	1,33%	1,18%	1,03%	0,88%	0,73%	0,58%	0,43%	0,28%	0,13%	-0,02%	-0,17%	-0,32%	-0,47%	
	1,36%	1,21%	1,06%	0,91%	0,76%	0,61%	0,46%	0,31%	0,16%	0,01%	-0,14%	-0,29%	-0,44%	
	1,36%	1,21%	1,06%	0,91%	0,76%	0,61%	0,46%	0,31%	0,16%	0,01%	-0,14%	-0,29%	-0,44%	
	1,38%	1,23%	1,08%	0,93%	0,78%	0,63%	0,48%	0,33%	0,18%	0,03%	-0,12%	-0,27%	-0,42%	
	1,42%	1,27%	1,12%	0,97%	0,82%	0,67%	0,52%	0,37%	0,22%	0,07%	-0,08%	-0,23%	-0,38%	
	1,48%	1,33%	1,18%	1,03%	0,88%	0,73%	0,58%	0,43%	0,28%	0,13%	-0,02%	-0,17%	-0,32%	
	1,50%	1,35%	1,20%	1,05%	0,90%	0,75%	0,60%	0,45%	0,30%	0,15%	0,00%	-0,15%	-0,30%	
	1,53%	1,38%	1,23%	1,08%	0,93%	0,78%	0,63%	0,48%	0,33%	0,18%	0,03%	-0,12%	-0,27%	
	1,61%	1,46%	1,31%	1,16%	1,01%	0,86%	0,71%	0,56%	0,41%	0,26%	0,11%	-0,04%	-0,19%	
	1,65%	1,50%	1,35%	1,20%	1,05%	0,90%	0,75%	0,60%	0,45%	0,30%	0,15%	0,00%	-0,15%	
	1,65%	1,50%	1,35%	1,20%	1,05%	0,90%	0,75%	0,60%	0,45%	0,30%	0,15%	0,00%	-0,15%	
	1,69%	1,54%	1,39%	1,24%	1,09%	0,94%	0,79%	0,64%	0,49%	0,34%	0,19%	0,04%	-0,11%	
	1,70%	1,55%	1,40%	1,25%	1,10%	0,95%	0,80%	0,65%	0,50%	0,35%	0,20%	0,05%	-0,10%	
	1,70%	1,55%	1,40%	1,25%	1,10%	0,95%	0,80%	0,65%	0,50%	0,35%	0,20%	0,05%	-0,10%	
	1,80%	1,65%	1,50%	1,35%	1,20%	1,05%	0,90%	0,75%	0,60%	0,45%	0,30%	0,15%	0,00%	
	1,92%	1,77%	1,62%	1,47%	1,32%	1,17%	1,02%	0,87%	0,72%	0,57%	0,42%	0,27%	0,12%	
	2,00%	1,85%	1,70%	1,55%	1,40%	1,25%	1,10%	0,95%	0,80%	0,65%	0,50%	0,35%	0,20%	
	2,00%	1,85%	1,70%	1,55%	1,40%	1,25%	1,10%	0,95%	0,80%	0,65%	0,50%	0,35%	0,20%	
	2,01%	1,86%	1,71%	1,56%	1,41%	1,26%	1,11%	0,96%	0,81%	0,66%	0,51%	0,36%	0,21%	
	2,04%	1,89%	1,74%	1,59%	1,44%	1,29%	1,14%	0,99%	0,84%	0,69%	0,54%	0,39%	0,24%	
	2,12%	1,97%	1,82%	1,67%	1,52%	1,37%	1,22%	1,07%	0,92%	0,77%	0,62%	0,47%	0,32%	
	2,13%	1,98%	1,83%	1,68%	1,53%	1,38%	1,23%	1,08%	0,93%	0,78%	0,63%	0,48%	0,33%	
	2,18%	2,03%	1,88%	1,73%	1,58%	1,43%	1,28%	1,13%	0,98%	0,83%	0,68%	0,53%	0,38%	
	2,23%	2,08%	1,93%	1,78%	1,63%	1,48%	1,33%	1,18%	1,03%	0,88%	0,73%	0,58%	0,43%	
	2,24%	2,09%	1,94%	1,79%	1,64%	1,49%	1,34%	1,19%	1,04%	0,89%	0,74%	0,59%	0,44%	
	2,37%	2,22%	2,07%	1,92%	1,77%	1,62%	1,47%	1,32%	1,17%	1,02%	0,87%	0,72%	0,57%	
	2,45%	2,30%	2,15%	2,00%	1,85%	1,70%	1,55%	1,40%	1,25%	1,10%	0,95%	0,80%	0,65%	
	2,60%	2,45%	2,30%	2,15%	2,00%	1,85%	1,70%	1,55%	1,40%	1,25%	1,10%	0,95%	0,80%	
	2,60%	2,45%	2,30%	2,15%	2,00%	1,85%	1,70%	1,55%	1,40%	1,25%	1,10%	0,95%	0,80%	
	2,81%	2,66%	2,51%	2,36%	2,21%	2,06%	1,91%	1,76%	1,61%	1,46%	1,31%	1,16%	1,01%	
	2,99%	2,84%	2,69%	2,54%	2,39%	2,24%	2,09%	1,94%	1,79%	1,64%	1,49%	1,34%	1,19%	
	3,15%	3,00%	2,85%	2,70%	2,55%	2,40%	2,25%	2,10%	1,95%	1,80%	1,65%	1,50%	1,35%	
	3,19%	3,04%	2,89%	2,74%	2,59%	2,44%	2,29%	2,14%	1,99%	1,84%	1,69%	1,54%	1,39%	
	3,19%	3,04%	2,89%	2,74%	2,59%	2,44%	2,29%	2,14%	1,99%	1,84%	1,69%	1,54%	1,39%	
	3,27%	3,12%	2,97%	2,82%	2,67%	2,52%	2,37%	2,22%	2,07%	1,92%	1,77%	1,62%	1,47%	
	3,27%	3,12%	2,97%	2,82%	2,67%	2,52%	2,37%	2,22%	2,07%	1,92%	1,77%	1,62%	1,47%	
	3,27%	3,12%	2,97%	2,82%	2,67%	2,52%	2,37%	2,22%	2,07%	1,92%	1,77%	1,62%	1,47%	
	3,44%	3,29%	3,14%	2,99%	2,84%	2,69%	2,54%	2,39%	2,24%	2,09%	1,94%	1,79%	1,64%	
	3,50%	3,35%	3,20%	3,05%	2,90%	2,75%	2,60%	2,45%	2,30%	2,15%	2,00%	1,85%	1,70%	
	3,53%	3,38%	3,23%	3,08%	2,93%	2,78%	2,63%	2,48%	2,33%	2,18%	2,03%	1,88%		

		SUMA DE COSTOS DE TRANSACCIÓN											
		0,15%	0,3%	0,5%	0,6%	0,8%	0,9%	1,1%	1,2%	1,4%	1,5%	1,7%	1,8%
GROSS	-1,186%												
	0,01%	-0,14%	-0,29%	-0,44%	-0,59%	-0,74%	-0,89%	-1,04%	-1,19%	-1,34%	-1,49%	-1,64%	-1,79%
	0,01%	-0,14%	-0,29%	-0,44%	-0,59%	-0,74%	-0,89%	-1,04%	-1,19%	-1,34%	-1,49%	-1,64%	-1,79%
	0,03%	-0,12%	-0,27%	-0,42%	-0,57%	-0,72%	-0,87%	-1,02%	-1,17%	-1,32%	-1,47%	-1,62%	-1,77%
	0,04%	-0,11%	-0,26%	-0,41%	-0,56%	-0,71%	-0,86%	-1,01%	-1,16%	-1,31%	-1,46%	-1,61%	-1,76%
	0,03%	-0,12%	-0,27%	-0,42%	-0,57%	-0,72%	-0,87%	-1,02%	-1,17%	-1,32%	-1,47%	-1,62%	-1,77%
	0,03%	-0,12%	-0,27%	-0,42%	-0,57%	-0,72%	-0,87%	-1,02%	-1,17%	-1,32%	-1,47%	-1,62%	-1,77%
	0,09%	-0,06%	-0,21%	-0,36%	-0,51%	-0,66%	-0,81%	-0,96%	-1,11%	-1,26%	-1,41%	-1,56%	-1,71%
	0,18%	0,03%	-0,12%	-0,27%	-0,42%	-0,57%	-0,72%	-0,87%	-1,02%	-1,17%	-1,32%	-1,47%	-1,62%
	0,24%	0,09%	-0,06%	-0,21%	-0,36%	-0,51%	-0,66%	-0,81%	-0,96%	-1,11%	-1,26%	-1,41%	-1,56%
	0,23%	0,08%	-0,07%	-0,22%	-0,37%	-0,52%	-0,67%	-0,82%	-0,97%	-1,12%	-1,27%	-1,42%	-1,57%
	0,29%	0,14%	-0,01%	-0,16%	-0,31%	-0,46%	-0,61%	-0,76%	-0,91%	-1,06%	-1,21%	-1,36%	-1,51%
	0,42%	0,27%	0,12%	-0,03%	-0,18%	-0,33%	-0,48%	-0,63%	-0,78%	-0,93%	-1,08%	-1,23%	-1,38%
	0,58%	0,43%	0,28%	0,13%	-0,02%	-0,17%	-0,32%	-0,47%	-0,62%	-0,77%	-0,92%	-1,07%	-1,22%
	0,34%	0,19%	0,04%	-0,11%	-0,26%	-0,41%	-0,56%	-0,71%	-0,86%	-1,01%	-1,16%	-1,31%	-1,46%
	1,43%	1,28%	1,13%	0,98%	0,83%	0,68%	0,53%	0,38%	0,23%	0,08%	-0,07%	-0,22%	-0,37%
	0,36%	0,21%	0,06%	-0,09%	-0,24%	-0,39%	-0,54%	-0,69%	-0,84%	-0,99%	-1,14%	-1,29%	-1,44%
	0,81%	0,66%	0,51%	0,36%	0,21%	0,06%	-0,09%	-0,24%	-0,39%	-0,54%	-0,69%	-0,84%	-0,99%
	0,44%	0,29%	0,14%	-0,01%	-0,16%	-0,31%	-0,46%	-0,61%	-0,76%	-0,91%	-1,06%	-1,21%	-1,36%
	0,77%	0,62%	0,47%	0,32%	0,17%	0,02%	-0,13%	-0,28%	-0,43%	-0,58%	-0,73%	-0,88%	-1,03%
	0,39%	0,24%	0,09%	-0,06%	-0,21%	-0,36%	-0,51%	-0,66%	-0,81%	-0,96%	-1,11%	-1,26%	-1,41%
	0,39%	0,24%	0,09%	-0,06%	-0,21%	-0,36%	-0,51%	-0,66%	-0,81%	-0,96%	-1,11%	-1,26%	-1,41%
	0,81%	0,66%	0,51%	0,36%	0,21%	0,06%	-0,09%	-0,24%	-0,39%	-0,54%	-0,69%	-0,84%	-0,99%
	0,46%	0,31%	0,16%	0,01%	-0,14%	-0,29%	-0,44%	-0,59%	-0,74%	-0,89%	-1,04%	-1,19%	-1,34%
	1,25%	1,10%	0,95%	0,80%	0,65%	0,50%	0,35%	0,20%	0,05%	-0,10%	-0,25%	-0,40%	-0,55%
	0,91%	0,76%	0,61%	0,46%	0,31%	0,16%	0,01%	-0,14%	-0,29%	-0,44%	-0,59%	-0,74%	-0,89%
	0,52%	0,37%	0,22%	0,07%	-0,08%	-0,23%	-0,38%	-0,53%	-0,68%	-0,83%	-0,98%	-1,13%	-1,28%
	0,63%	0,48%	0,33%	0,18%	0,03%	-0,12%	-0,27%	-0,42%	-0,57%	-0,72%	-0,87%	-1,02%	-1,17%
	0,48%	0,33%	0,18%	0,03%	-0,12%	-0,27%	-0,42%	-0,57%	-0,72%	-0,87%	-1,02%	-1,17%	-1,32%
	0,60%	0,45%	0,30%	0,15%	0,00%	-0,15%	-0,30%	-0,45%	-0,60%	-0,75%	-0,90%	-1,05%	-1,20%
	1,39%	1,24%	1,09%	0,94%	0,79%	0,64%	0,49%	0,34%	0,19%	0,04%	-0,11%	-0,26%	-0,41%
	1,14%	0,99%	0,84%	0,69%	0,54%	0,39%	0,24%	0,09%	-0,06%	-0,21%	-0,36%	-0,51%	-0,66%
	1,14%	0,99%	0,84%	0,69%	0,54%	0,39%	0,24%	0,09%	-0,06%	-0,21%	-0,36%	-0,51%	-0,66%
	0,71%	0,56%	0,41%	0,26%	0,11%	-0,04%	-0,19%	-0,34%	-0,49%	-0,64%	-0,79%	-0,94%	-1,09%
	1,86%	1,71%	1,56%	1,41%	1,26%	1,11%	0,96%	0,81%	0,66%	0,51%	0,36%	0,21%	0,06%
	1,50%	1,35%	1,20%	1,05%	0,90%	0,75%	0,60%	0,45%	0,30%	0,15%	0,00%	-0,15%	-0,30%
	1,00%	0,85%	0,70%	0,55%	0,40%	0,25%	0,10%	-0,05%	-0,20%	-0,35%	-0,50%	-0,65%	-0,80%
	1,38%	1,23%	1,08%	0,93%	0,78%	0,63%	0,48%	0,33%	0,18%	0,03%	-0,12%	-0,27%	-0,42%
	0,86%	0,71%	0,56%	0,41%	0,26%	0,11%	-0,04%	-0,19%	-0,34%	-0,49%	-0,64%	-0,79%	-0,94%
	1,21%	1,06%	0,91%	0,76%	0,61%	0,46%	0,31%	0,16%	0,01%	-0,14%	-0,29%	-0,44%	-0,59%
1,21%	1,06%	0,91%	0,76%	0,61%	0,46%	0,31%	0,16%	0,01%	-0,14%	-0,29%	-0,44%	-0,59%	
1,43%	1,28%	1,13%	0,98%	0,83%	0,68%	0,53%	0,38%	0,23%	0,08%	-0,07%	-0,22%	-0,37%	
4,50%	4,35%	4,20%	4,05%	3,90%	3,75%	3,60%	3,45%	3,30%	3,15%	3,00%	2,85%	2,70%	
0,88%	0,73%	0,58%	0,43%	0,28%	0,13%	-0,02%	-0,17%	-0,32%	-0,47%	-0,62%	-0,77%	-0,92%	
1,07%	0,92%	0,77%	0,62%	0,47%	0,32%	0,17%	0,02%	-0,13%	-0,28%	-0,43%	-0,58%	-0,73%	
0,94%	0,79%	0,64%	0,49%	0,34%	0,19%	0,04%	-0,11%	-0,26%	-0,41%	-0,56%	-0,71%	-0,86%	
1,15%	1,00%	0,85%	0,70%	0,55%	0,40%	0,25%	0,10%	-0,05%	-0,20%	-0,35%	-0,50%	-0,65%	
1,21%	1,06%	0,91%	0,76%	0,61%	0,46%	0,31%	0,16%	0,01%	-0,14%	-0,29%	-0,44%	-0,59%	
3,33%	3,18%	3,03%	2,88%	2,73%	2,58%	2,43%	2,28%	2,13%	1,98%	1,83%	1,68%	1,53%	
1,27%	1,12%	0,97%	0,82%	0,67%	0,52%	0,37%	0,22%	0,07%	-0,08%	-0,23%	-0,38%	-0,53%	
1,25%	1,10%	0,95%	0,80%	0,65%	0,50%	0,35%	0,20%	0,05%	-0,10%	-0,25%	-0,40%	-0,55%	
1,25%	1,10%	0,95%	0,80%	0,65%	0,50%	0,35%	0,20%	0,05%	-0,10%	-0,25%	-0,40%	-0,55%	
2,50%	2,35%	2,20%	2,05%	1,90%	1,75%	1,60%	1,45%	1,30%	1,15%	1,00%	0,85%	0,70%	
1,49%	1,34%	1,19%	1,04%	0,89%	0,74%	0,59%	0,44%	0,29%	0,14%	-0,01%	-0,16%	-0,31%	
1,46%	1,31%	1,16%	1,01%	0,86%	0,71%	0,56%	0,41%	0,26%	0,11%	-0,04%	-0,19%	-0,34%	
1,79%	1,64%	1,49%	1,34%	1,19%	1,04%	0,89%	0,74%	0,59%	0,44%	0,29%	0,14%	-0,01%	
3,08%	2,93%	2,78%	2,63%	2,48%	2,33%	2,18%	2,03%	1,88%	1,73%	1,58%	1,43%	1,28%	
1,75%	1,60%	1,45%	1,30%	1,15%	1,00%	0,85%	0,70%	0,55%	0,40%	0,25%	0,10%	-0,05%	
1,64%	1,49%	1,34%	1,19%	1,04%	0,89%	0,74%	0,59%	0,44%	0,29%	0,14%	-0,01%	-0,16%	
1,85%	1,70%	1,55%	1,40%	1,25%	1,10%	0,95%	0,80%	0,65%	0,50%	0,35%	0,20%	0,05%	
2,94%	2,79%	2,64%	2,49%	2,34%	2,19%	2,04%	1,89%	1,74%	1,59%	1,44%	1,29%	1,14%	
2,62%	2,47%	2,32%	2,17%	2,02%	1,87%	1,72%	1,57%	1,42%	1,27%	1,12%	0,97%	0,82%	
1,81%	1,66%	1,51%	1,36%	1,21%	1,06%	0,91%	0,76%	0,61%	0,46%	0,31%	0,16%	0,01%	
1,75%	1,60%	1,45%	1,30%	1,15%	1,00%	0,85%	0,70%	0,55%	0,40%	0,25%	0,10%	-0,05%	
2,76%	2,61%	2,46%	2,31%	2,16%	2,01%	1,86%	1,71%	1,56%	1,41%	1,26%	1,11%	0,96%	
2,16%	2,01%	1,86%	1,71%	1,56%	1,41%	1,26%	1,11%	0,96%	0,81%	0,66%	0,51%	0,36%	
2,70%	2,55%	2,40%	2,25%	2,10%	1,95%	1,80%	1,65%	1,50%	1,35%	1,20%	1,05%	0,90%	
2,46%	2,31%	2,16%	2,01%	1,86%	1,71%	1,56%	1,41%	1,26%	1,11%	0,96%	0,81%	0,66%	
2,08%	1,93%	1,78%	1,63%	1,48%	1,33%	1,18%	1,03%	0,88%	0,73%	0,58%	0,43%	0,28%	
2,16%	2,01%	1,86%	1,71%	1,56%	1,41%	1,26%	1,11%	0,96%	0,81%	0,66%	0,51%	0,36%	
2,56%	2,41%	2,26%	2,11%	1,96%	1,81%	1,66%	1,51%	1,36%	1,21%	1,06%	0,91%	0,76%	
3,03%	2,88%	2,73%	2,58%	2,43%	2,28%	2,13%	1,98%	1,83%	1,68%	1,53%	1,38%	1,23%	
5,65%	5,50%	5,35%	5,20%	5,05%	4,90%	4,75%	4,60%	4,45%	4,30%	4,15%	4,00%	3,85%	
2,95%	2,80%	2,65%	2,50%	2,35%	2,20%	2,05%	1,90%	1,75%	1,60%	1,45%	1,30%	1,15%	
2,67%	2,52%	2,37%	2,22%	2,07%	1,92%	1,77%	1,62%	1,47%	1,32%	1,17%	1,02%	0,87%	
2,34%	2,19%	2,04%	1,89%	1,74%	1,59%	1,44%	1,29%	1,14%	0,99%	0,84%	0,69%	0,54%	
2,24%	2,09%	1,94%	1,79%	1,64%	1,49%	1,34%	1,19%	1,04%	0,89%	0,74%	0,59%	0,44%	
2,64%	2,49%	2,34%	2,19%	2,04%	1,89%	1,74%	1,59%	1,44%	1,29%	1,14%	0,99%	0,84%	
2,41%	2,26%	2,11%	1,96%	1,81%	1,66%	1,51%	1,36%	1,21%	1,06%	0,91%	0,76%	0,61%	
3,02%	2,87%	2,72%	2,57%	2,42%	2,27%	2,12%	1,97%	1,82%	1,67%	1,52%	1,37%	1,22%	
3,16%	3,01%	2,86%	2,71%	2,56%	2,41%	2,26%	2,11%	1,96%	1,81%	1,66%	1,51%	1,36%	
3,16%	3,01%	2,86%	2,71%	2,56%	2,41%	2,26%	2,11%	1,96%	1,81%	1,66%	1,51%	1,36%	
3,16%	3,01%	2,86%	2,71%	2,56%	2,41%	2,26%	2,11%	1,96%	1,81%	1,66%	1,51%	1,36%	
3,01%	2,86%	2,71%	2,56%	2,41%	2,26%	2,11%	1,96%	1,81%	1,66%	1,51%	1,36%	1,21%	
4,56%	4,41%	4,26%	4,11%	3,96%	3,81%	3,66%	3,51%	3,36%	3,21%	3,06%	2,91%	2,76%	
3,50%	3,35%	3,20%	3,05%	2,90%	2,75%	2,60%	2,45%	2,30%	2,15%	2,00%	1,85%	1,70%	
4,16%	4,01%	3,86%	3,71%	3,56%	3,41%	3,26%	3,11%	2,96%	2,81%	2,66%	2,51%	2,36%	
4,16%	4,01%	3,86%	3,71%	3,56%	3,41%	3,26%	3,11%	2,96%	2,81%	2,66%	2,51%	2,36%	
4,01%	3,86%	3,71%	3,56%	3,41%	3,26%	3,11%	2,96%	2,81%	2,66%	2,51%	2,36%	2,21%	
4,56%	4,41%	4,26%	4,11%	3,96%	3,81%	3,66%	3,51%	3,36%	3,21%	3,06%	2,91%	2,76%	
4,56%	4,41%	4,26%	4,11%	3,96%	3,81%	3,66%	3,51%	3,36%	3,21%	3,06%	2,91%	2,76%	
12,42%	12,27%	12,12%	11,97%	11,82%	11,67%	11,52%	11,37%	11,22%	11,07%</				

E1	E2	Diferencia	Aumento Proporcional en Rentabilidad	Máxima Rentabilidad (Arbitraje 0%)	Máxima Rentabilidad (Arbitraje 1.2%)	Máxima Rentabilidad (Arbitraje 1.5%)	Máxima Rentabilidad (Arbitraje 1.8%)
0,01%	0,01%	0,003%	22,26%	0,01%	-1,19%	-1,49%	-1,79%
0,01%	0,01%	0,001%	7,81%	0,01%	-1,19%	-1,49%	-1,79%
0,02%	0,03%	0,014%	88,54%	0,03%	-1,17%	-1,47%	-1,77%
0,02%	0,04%	0,023%	141,97%	0,04%	-1,16%	-1,46%	-1,76%
0,02%	0,03%	0,004%	14,83%	0,03%	-1,17%	-1,47%	-1,77%
0,02%	0,03%	0,004%	14,83%	0,03%	-1,17%	-1,47%	-1,77%
0,08%	0,09%	0,013%	15,96%	0,09%	-1,11%	-1,41%	-1,71%
0,16%	0,18%	0,028%	17,81%	0,18%	-1,02%	-1,32%	-1,62%
0,19%	0,24%	0,042%	21,79%	0,24%	-0,96%	-1,26%	-1,56%
0,19%	0,23%	0,038%	19,75%	0,23%	-0,97%	-1,27%	-1,57%
0,21%	0,29%	0,078%	36,69%	0,29%	-0,91%	-1,21%	-1,51%
0,25%	0,42%	0,163%	64,56%	0,42%	-0,78%	-1,08%	-1,38%
0,26%	0,58%	0,322%	124,39%	0,58%	-0,62%	-0,92%	-1,22%
0,27%	0,34%	0,076%	28,66%	0,34%	-0,86%	-1,16%	-1,46%
0,30%	1,43%	1,130%	378,58%	1,43%	0,23%	-0,07%	-0,37%
0,30%	0,36%	0,052%	17,13%	0,36%	-0,84%	-1,14%	-1,44%
0,31%	0,81%	0,498%	161,67%	0,81%	-0,39%	-0,69%	-0,99%
0,31%	0,44%	0,125%	40,07%	0,44%	-0,76%	-1,06%	-1,36%
0,35%	0,77%	0,418%	119,22%	0,77%	-0,43%	-0,73%	-1,03%
0,36%	0,39%	0,024%	6,61%	0,39%	-0,81%	-1,11%	-1,41%
0,36%	0,39%	0,024%	6,61%	0,39%	-0,81%	-1,11%	-1,41%
0,37%	0,81%	0,439%	118,37%	0,81%	-0,39%	-0,69%	-0,99%
0,40%	0,46%	0,062%	15,53%	0,46%	-0,74%	-1,04%	-1,34%
0,41%	1,25%	0,842%	206,22%	1,25%	0,05%	-0,25%	-0,55%
0,43%	0,91%	0,474%	109,08%	0,91%	-0,29%	-0,59%	-0,89%
0,45%	0,52%	0,074%	16,47%	0,52%	-0,68%	-0,98%	-1,28%
0,47%	0,63%	0,160%	34,38%	0,63%	-0,57%	-0,87%	-1,17%
0,48%	0,48%	0,007%	1,52%	0,48%	-0,72%	-1,02%	-1,32%
0,48%	0,60%	0,117%	24,40%	0,60%	-0,60%	-0,90%	-1,20%
0,49%	1,39%	0,902%	183,62%	1,39%	0,19%	-0,11%	-0,41%
0,51%	1,14%	0,638%	126,37%	1,14%	-0,06%	-0,36%	-0,66%
0,51%	1,14%	0,638%	126,37%	1,14%	-0,06%	-0,36%	-0,66%
0,54%	0,71%	0,171%	31,80%	0,71%	-0,49%	-0,79%	-1,09%
0,55%	1,86%	1,313%	238,12%	1,86%	0,66%	0,36%	0,06%
0,59%	1,50%	0,914%	156,02%	1,50%	0,30%	0,00%	-0,30%
0,66%	1,00%	0,342%	52,00%	1,00%	-0,20%	-0,50%	-0,80%
0,69%	1,38%	0,694%	101,11%	1,38%	0,18%	-0,12%	-0,42%
0,71%	0,86%	0,153%	21,64%	0,86%	-0,34%	-0,64%	-0,94%
0,74%	1,21%	0,470%	63,80%	1,21%	0,01%	-0,29%	-0,59%
0,74%	1,21%	0,470%	63,80%	1,21%	0,01%	-0,29%	-0,59%
0,80%	1,43%	0,629%	78,57%	1,43%	0,23%	-0,07%	-0,37%
0,83%	4,50%	3,679%	445,47%	4,50%	3,30%	3,00%	2,70%
0,84%	0,88%	0,035%	4,12%	0,88%	-0,32%	-0,62%	-0,92%
0,88%	1,07%	0,185%	20,93%	1,07%	-0,13%	-0,43%	-0,73%
0,91%	0,94%	0,028%	3,06%	0,94%	-0,26%	-0,56%	-0,86%
0,91%	1,15%	0,240%	26,35%	1,15%	-0,05%	-0,35%	-0,65%
0,94%	1,21%	0,271%	28,78%	1,21%	0,01%	-0,29%	-0,59%
1,05%	3,33%	2,281%	216,68%	3,33%	2,13%	1,83%	1,53%
1,10%	1,27%	0,173%	15,73%	1,27%	0,07%	-0,23%	-0,53%
1,12%	1,25%	0,132%	11,75%	1,25%	0,05%	-0,25%	-0,55%
1,12%	1,25%	0,132%	11,75%	1,25%	0,05%	-0,25%	-0,55%
1,25%	2,50%	1,250%	100,00%	2,50%	1,30%	1,00%	0,70%
1,28%	1,49%	0,205%	16,01%	1,49%	0,29%	-0,01%	-0,31%
1,32%	1,46%	0,139%	10,54%	1,46%	0,26%	-0,04%	-0,34%
1,36%	1,79%	0,436%	32,21%	1,79%	0,59%	0,29%	-0,01%
1,36%	3,08%	1,721%	126,93%	3,08%	1,88%	1,58%	1,28%
1,38%	1,75%	0,376%	27,25%	1,75%	0,55%	0,25%	-0,05%
1,42%	1,64%	0,218%	15,36%	1,64%	0,44%	0,14%	-0,16%
1,48%	1,85%	0,372%	25,15%	1,85%	0,65%	0,35%	0,05%
1,49%	2,94%	1,449%	97,06%	2,94%	1,74%	1,44%	1,14%
1,52%	2,62%	1,101%	72,38%	2,62%	1,42%	1,12%	0,82%
1,60%	1,81%	0,211%	13,19%	1,81%	0,61%	0,31%	0,01%
1,65%	1,75%	0,103%	6,25%	1,75%	0,55%	0,25%	-0,05%
1,65%	2,76%	1,109%	67,24%	2,76%	1,56%	1,26%	0,96%
1,69%	2,16%	0,469%	27,84%	2,16%	0,96%	0,66%	0,36%
1,69%	2,70%	1,011%	59,80%	2,70%	1,50%	1,20%	0,90%
1,70%	2,46%	0,760%	44,77%	2,46%	1,26%	0,96%	0,66%
1,79%	2,08%	0,285%	15,92%	2,08%	0,88%	0,58%	0,28%
1,91%	2,16%	0,246%	12,84%	2,16%	0,96%	0,66%	0,36%
1,99%	2,56%	0,566%	28,44%	2,56%	1,36%	1,06%	0,76%
1,99%	3,03%	1,035%	51,98%	3,03%	1,83%	1,53%	1,23%
2,00%	5,65%	3,642%	181,85%	5,65%	4,45%	4,15%	3,85%
2,04%	2,95%	0,909%	44,55%	2,95%	1,75%	1,45%	1,15%
2,11%	2,67%	0,556%	26,33%	2,67%	1,47%	1,17%	0,87%
2,12%	2,34%	0,216%	10,16%	2,34%	1,14%	0,84%	0,54%
2,18%	2,24%	0,060%	2,77%	2,24%	1,04%	0,74%	0,44%
2,23%	2,64%	0,409%	18,36%	2,64%	1,44%	1,14%	0,84%
2,24%	2,41%	0,170%	7,59%	2,41%	1,21%	0,91%	0,61%
2,36%	3,02%	0,661%	27,98%	3,02%	1,82%	1,52%	1,22%
2,44%	3,16%	0,717%	29,34%	3,16%	1,96%	1,66%	1,36%
2,59%	3,16%	0,567%	21,84%	3,16%	1,96%	1,66%	1,36%
2,59%	3,16%	0,567%	21,84%	3,16%	1,96%	1,66%	1,36%
2,81%	3,01%	0,196%	7,00%	3,01%	1,81%	1,51%	1,21%
2,98%	4,56%	1,578%	52,94%	4,56%	3,36%	3,06%	2,76%
3,14%	3,50%	0,361%	11,50%	3,50%	2,30%	2,00%	1,70%
3,18%	4,16%	0,981%	30,84%	4,16%	2,96%	2,66%	2,36%
3,18%	4,16%	0,981%	30,84%	4,16%	2,96%	2,66%	2,36%
3,26%	4,01%	0,750%	22,99%	4,01%	2,81%	2,51%	2,21%
3,27%	4,56%	1,290%	39,44%	4,56%	3,36%	3,06%	2,76%
3,27%	4,56%	1,290%	39,44%	4,56%	3,36%	3,06%	2,76%
3,43%	12,42%	8,985%	261,83%	12,42%	11,22%	10,92%	10,62%
3,49%	3,52%	0,034%	0,98%	3,52%	2,32%	2,02%	1,72%
3,52%	6,38%	2,858%	81,12%	6,38%	5,18%	4,88%	4,58%
3,94%	5,12%	1,178%	29,88%	5,12%	3,92%	3,62%	3,32%
4,49%	11,82%	7,330%	163,18%	11,82%	10,62%	10,32%	10,02%
5,62%	7,98%	2,360%	42,02%	7,98%	6,78%	6,48%	6,18%
6,16%	8,13%	1,965%	31,87%	8,13%	6,93%	6,63%	6,33%
8,22%	38,95%	30,722%	373,55%	38,95%	37,75%	37,45%	37,15%
8,74%	8,84%	0,102%	1,16%	8,84%	7,64%	7,34%	7,04%
8,92%	12,28%	3,364%	37,72%	12,28%	11,08%	10,78%	10,48%
12,05%	12,58%	0,532%	4,42%	12,58%	11,38%	11,08%	10,78%
13,46%	31,74%	18,275%	135,76%	31,74%	30,54%	30,24%	29,94%
13,87%	90,47%	76,600%	552,20%	90,47%	89,27%	88,97%	88,67%
25,69%	25,69%	0,000%	0,00%	25,69%	24,49%	24,19%	23,89%
28,00%	28,11%	0,110%	0,39%	28,11%	26,91%	26,61%	26,31%

[illegible]