Egobets, un sistema computacional de asesoría en apuestas de futbol

Bruno Medina Bolaños Cacho

17 de octubre de 2014

Capítulo 1

Introducción

Desde sus orígenes, las apuestas en los partidos de futbol han sido un controversial tema de interés. Vencer a las casas de apuestas se ha vuelto una fascinación Hollywoodense. Muchos supuestos "oráculos" han utilizado los métodos menos ortodoxos para la obtención de los marcadores, e incluso se han llevado a cabo acciones fraudulentas para asegurar que se cumplan sus predicciones. Sin embargo, en la actualidad, las matemáticas y la computación ofrecen un paradigma menos esotérico pero igual de fascinante: la predicción de resultados de partidos de futbol a través de modelos matemáticos.

En este trabajo se describe cómo funciona Egobets, una aplicación computacional de las matemáticas al estudio de las apuestas de futbol. Egobets proveee asesoría de apuestas personalizadas para partidos de futbol de las siguientes ligas europeas: alemana, española, francesa, inglesa e italiana. Su objetivo es, dado un perfil de riesgo, indicar al usuario la cantidad de dinero y las apuestas que debe realizar para buscar tener ganancias al final de la temporada. Para tal fin, se combinan un conjunto de modelos matemáticos en un sistema robusto computacional.

El sistema Egobets es interesante e innovador ya que no sólo predice el resultado de un partido de futbol, sino que además utiliza la información de todas las ligas europeas para ofrecer una estrategia financiera que maximice la cantidad de dinero a ganar del usuario tomando en cuenta su perfil de riesgo. Adicionalmente, el sistema le sugiere al usuario conservar un porcentaje de su dinero para apostar más agresivamente en caso de perder todas la apuestas de la jornada; garantizando así una mayor cantidad de apuestas durante la temporada y con esto, asegurar una mayor probabilidad de obtener ganancias.

Sólo las Matemáticas son tan arriesgadas como para concebir modelos de fenómenos tan particulares como los partidos de futbol. Y su labor no termina ahí, también proveen las herramientas necesarias para encontrar el conjunto de apuestas a realizar en la jornada, con el fin de maximizar la cantidad de dinero a ganar. Por otro lado, gracias a los sistemas computacionales y las nuevas tecnologías, se pueden crear las piezas de software de este sistema para ofrecer resultados reales de estas abstracciones matemáticas. Este ecosistema de modelos, aplicaciones y programas funcionan de manera armoniosa presentando resultados al usuario en una interfaz elegante, funcional, simple y fácil de usar.

El alcance de este trabajo es el de describir el sistema desarrollado para asesoría de apuestas Egobets. Se explicarán los distintos programas y sistemas que conforman el desarrollo, así como las teorías matemáticas que dan sustento al mismo. El documento divide el sistema en tres capítulos.

Bajo los supuestos de que en función a su adversidad al riesgo, el jugador promedio busca obtener mayores ganancias de sus apuestas y, que apostar siempre es mejor a no hacerlo; en la primera parte del presente trabajo se describe cómo encontrar la mejor apuesta para cada partido. Sin embargo, durante una jornada se juegan múltiples partidos, por lo que posteriormente se resuelve la siguiente pregunta: ¿a qué partidos y a qué equipos el usuario le debería de apostar? Para complicar más las cosas y debido a que una temporada tiene más de una jornada, la persona necesita garantizar la posibilidad de apuesta en cada una de ellas. En virtud de los anterior, se expone la evolución de su dinero buscando maximizar las ganancias al final de la temporada.

En el segundo apartado del estudio, se habla del conjunto de módulos que conforman el Back Office: sistema de recopilación de información y estadísticas de los partidos, sistema de estimación de probabilidades de los partidos y portal administrativo. Se describe cómo el sistema de recolección de información descarga los datos de las ligas, partidos por jugar y estadísticas de los ya jugados. Se comienza detallando el funcionamiento del sistema recolector de datos, desde la ingestión de los equipos participantes en la temporada vigente, hasta la recolección de los tiros realizados en cada partido por cada jugador. Después, con toda la información obtenida de los desempeños de los equipos en los últimos partidos, se describen las simulaciones Montecarlo. Éstas utilizan miles de variables para estimar los resultados de los partidos de futbol, obteniendo con estos datos las probabilidades de ganar, perder o empatar de cada partido. Posteriormente, se exhibe cómo en el portal administrativo se ingresan estas probabilidades junto con los datos de los próximos partidos a jugar. También se detalla cómo este portal, a través de su interfaz gráfica, permite gestionar usuarios, partidos y probabilidades.

En la tercer sección de este estudio, se describirá exhaustivamente cómo se adaptaron las ideas del primer apartado y la información generada por el Back Office (descrito en el segundo apartado de este estudio) para el diseño y desarrollo del portal público. Se describe cómo este portal también ofrece al usuario revisar y actualizar su perfil, retomar la encuesta de riesgo, revisar los últimos resultados de los partidos, ver la tabla de "Power Ranking", que presenta los equipos listados en lo que se considera el orden al final de la temporada, y la función de pago de suscripciones a este sistema a través de una plataforma de pagos.

En el último capítulo, se concluye que se puede llevar un apuesta simple a un portafolio de inversión. De igual manera se observa que aunque un jugador tuviera en su poder las probabilidades verdaderas de los resultados de los partidos no podría hacer nada con ellas, por lo que es necesario un enfoque de un problema de optimización. Y finalmente que teniendo un sistema metódico que decida las apuestas, remueve la emoción de la apuesta y lo convierte en un riesgo calculado. Al igual, se enumeran los distintos campos al que este sistema se podría extender: mayores ligas, diferentes deportes, elecciones y cualquier otro fenómeno probabilístico de varianza moderada.

Capítulo 2

Marco teórico

2.1. ¿Por qué apostar?

2.2. Decidir a favor de quién apuestas

2.3. Decidir la cantidad de dinero a apostar

2.4. Ahorro precaucional

2.5. Evolución de la cantidad a apostar

2.5.1. Decidir a favor de quien apuestas

(a) Sean p_L, p_z, p_v las probabilidades de que gane local, empaten o gane visitante, respectivamente. Sean μ_L, μ_z y μ_v los momios respectivos. El problema de decisión de apostar \$ 1 en esta situación es:

$$E_p[U(\delta_i)] = p_i\mu_i; \quad i = L, Z, V$$

Sol: Se escoge $\rho_i \cdot \ni \cdot E_p[U(\delta_i)] = max\{p_L\mu_L, p_z\mu_z, p_v\mu_v, 1\}$

(b) Se quiere decidir si apostar o no en la ocurrencia de un evento: Sea $p = p(E)$ y f_p densidad de p. Sea μ el momio en el caso de ocurrencia. El problema de decisión asociado es el siguiente:

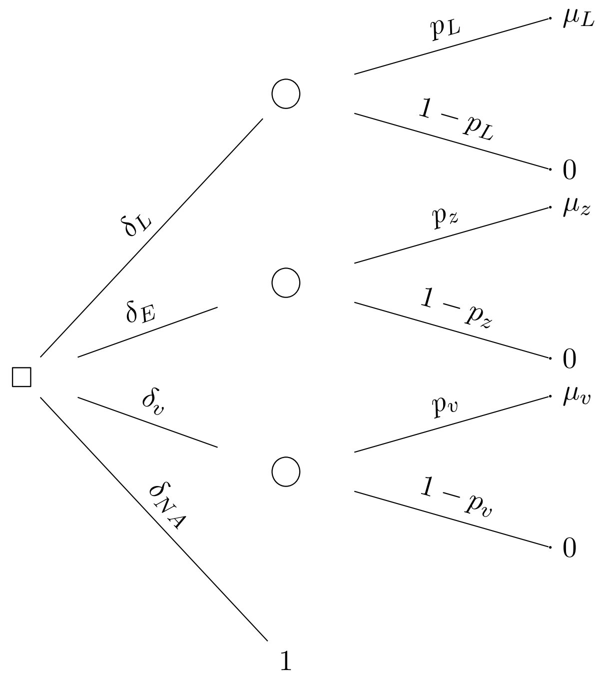

Figura 2.1: Árbol de probabilidad 1

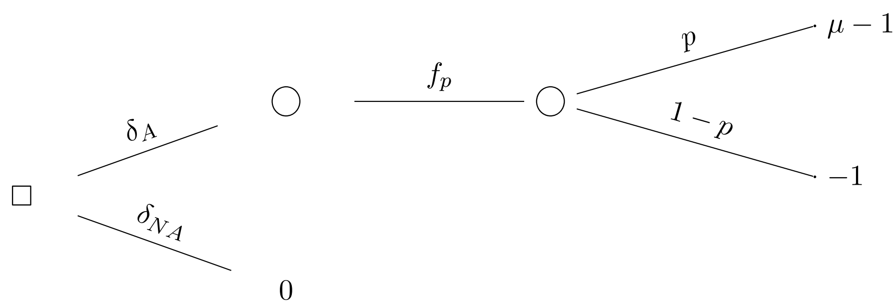

Figura 2.2: Árbol de probabilidad 2

$$\begin{aligned}
&\rightarrow E_p[U(\delta_A)] = E_{f_p}[p(\mu-1)-(1-p)] \\
&= E_{f_p}[p(\mu)-1] \\
&= E_{f_p}(p)\mu - 1
\end{aligned}$$

Apuestas si $E_{f_p}(P)\cdot\mu \geq 1$

(c) Mismo problema que el caso anterior, sólo que la utilidad depende de p y μ: U :

$\Re \times [0,1] \to \Re$
$(U(0,p) = 0 \quad \forall p)$.

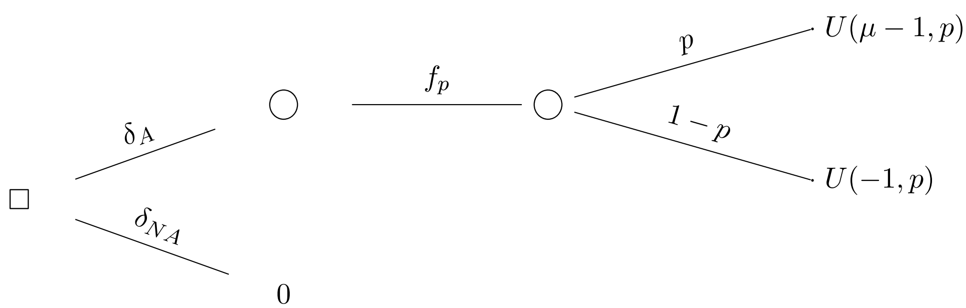

Figura 2.3: Árbol de probabilidad 3

Se apuesta si:
$E_p(U(\delta_A)) = E_p[p\,U(\mu-1,p) + (1-p)U(-1,p)] \geq 0$

Algunas funciones de utilidad posibles:

- $U_\mu(x,p) = x(\frac{1}{\mu} - p)^2$

  Notese que: $p\,U_\mu(\mu-1,p) + (1-p)U_\mu(-1,p)$

  $(\hat{p} = \frac{1}{\mu}) = (\hat{p}-p)^2(p\mu-1)$

  Me duele más mientras más alejado esté de un trato beneficioso y me produce mayor placer mientras mayor sea el beneficio del trato.

- $U_{\mu,a}(x,p) = \begin{cases} ax(\hat{p}-p)^2 & si \quad p \leq \hat{p} \\ x(\hat{p}-p)^2 & si \quad p > \hat{p} \end{cases}$

  Notese que:

$$U_\mu = U_{\mu,1}$$

$$p\,U_{\mu,a}(\mu-1,p) + (1-p)U_\mu(-1,p) = \begin{cases} a(\hat{p}-p)^2(p\mu-1) & si \quad p \leq \hat{p} \\ (\hat{p}-p)^2(p\mu-1) & si \quad p > \hat{p} \end{cases}$$

Me duele "a" veces más un trato perjudicial que un trato beneficioso si me encuentro a la mis ma distancia que $\hat{p}$.

- $U_{\mu,a,b} = U_{\frac{\mu}{1+\mu b},a}$

  y considerar el problema de decisión con $\mu' = \frac{\mu}{1+\mu b}$.

  Si $\mu' = \frac{\mu}{1+\mu b} \to \hat{p}' = \hat{p} + b$.

  Los tratos empiezan a ser beneficiosos hasta que el menos sea $b\,\%$ más probable que ocurra el evento de lo que sería justo.

  Nota: En un problema de decisión sin aversión a la distribución de probabilidades (o con probabilidades fijas) si se desea apostar en apuestas con un mínimo de ganancias esperadas igual a $b\,\%$ se debe comparar μ_p con $1 + b$ (i.e. apostar $\leftrightarrow \mu_p \geq 1 + b$).

2.5.2. Decidir la cantidad de dinero a apostar

Supongamos que $\mu_p \geq 1$ y que existen 2 funciones de utilidad:

$$U_1 : \Re^+ \to \Re^+$$

$$U_2 : \Re^+ \to \Re^+$$

La primera es la función de utilidad del dinero para las ganancias y la segunda es la utilidad del dinero para las pérdidas monetarias.

Se harán las siguientes supuestos:

(I) $U_1(0) = U_2(0) = 0$. U_1, U_2 no decrecientes, una vez cont. dif.

(II) $U_1'(0) > U_2'(0)$ (por lo tanto convendrá apostar).

(III) $\forall M > 0$ fija $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{U_1(\mu x)}{U_2(x)} = 0$.
(Perder duele muchisimo más que ganar).

El problema de decisión asociado a determinar la cantidad óptima a postar es:(con $0 < p < 1$ fija y μ momio)

$$\to E_p[U(\delta x)] = pU_1((\mu - 1)x) - (1 - p)U_2(x)$$

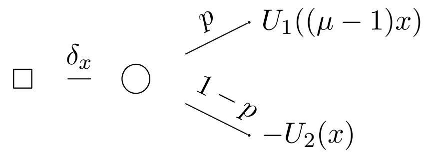

Figura 2.4: Árbol de probabilidad 4

Sea $f(x) = E_p[U(\delta x)]$

Encontrar el óptimo es encontrar $x \geq 0$ que resuelva el problema: $\max\limits_{x \geq 0} f(x)$

$$f'(x) = p(\mu-1)U_1'((\mu-1)x) - (1-p)U_2'(x) = 0$$

$$\frac{p(\mu-1)}{(1-p)} = \frac{U_2'(x)}{U_1'((\mu-1)x)}$$

P.d.

$$\exists \quad x^* \quad \cdot \ni \cdot \quad \frac{p(\mu-1)}{1-p} = \frac{U_2'(x)}{U_1'(\mu x)}$$

(I) $f'(0) = p(\mu-1)U_1'(0) - (1-p)U_2'(0) > p(\mu-1)U_2'(0) - (1-p)U_2'(0)$

$$= U_2'(0)(p\,\mu - 1) \geq 0$$

Con $U_2'(0) \geq 0$ y $p\mu \geq 0$
Por tanto $f'(0) > 0$

(II) $f(0) = 0$

(III) $\dfrac{f(x)}{U_2(x)} = p\dfrac{U_1((\mu-1)x)}{U_2(x)} - (1-p)$

$\rightarrow \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{U_2(x)} = -(1-p)$

$\rightarrow \exists\, x \cdot \ni \cdot \dfrac{f(x)}{U_2(x)} = -(1+p) + \varepsilon < 0$

$\rightarrow \exists\, x \cdot \ni \cdot f(x) < 0$

- Por *T.V.M.* $\exists\, x' \in (0,x) \cdot \ni \cdot x f'(x') = f(x) - f(0) = f(x) < 0$
  $\rightarrow f'(x') < 0$

- T.V.I. $\exists\, x^* \in (0, x') \cdot \ni \cdot\, f'(x^*) = 0$. i.e. $\dfrac{p(\mu-1)}{1-p} = \dfrac{U_2'(x)}{U_1'(\mu x)}$

  Como f es primero creciente y en algún punto decreciente:
  $\rightarrow x \cdot \ni \cdot\, f'(x) = 0$ es un maximizador.

Algunas funciones a considerar:

- $U_{1,\alpha}(x) = x^\alpha \qquad 0 < \alpha < 1$
  $U_2(x) = x$

  Comprobemos los supuestos:

  (I) $U_{1,\alpha}(0) = 0 = U_2(0)$, son crecientes y una vez dif.

  (II) $U'_{1,\alpha}(0) = +\infty$, $U'_2(0) = 1 \qquad \therefore\ U'_{1,\alpha}(0) > U'_2(0)$

  (III) $\forall\ \mu > 0$

  $$\lim_{x\to+\infty} \frac{U_{1,\alpha}(\mu x)}{U_2(x)} = \mu^\alpha \lim_{x\to+\infty} \frac{x^\alpha}{x} = \mu^\alpha \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x^{1-\alpha}} = 0$$

  Para una apuesta con probabilidad p y momio μ el óptimo se da en:

  $$\frac{p(\mu-1)}{(1-p)} = \frac{U_2'(x)}{U'_{1,\alpha}((\mu-1)x)} = \frac{1}{\alpha((\mu-1)x)^{\alpha-1}} = \frac{1}{\alpha}(\mu-1)^{1-\alpha}x^{1-\alpha}$$

  $$\rightarrow \left(\frac{\alpha p}{(1-p)}\right)(\mu-1)^\alpha = x^{1-\alpha} \rightarrow x^* = \left(\frac{\alpha p}{1-p}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} (\mu-1)^{\alpha/1-\alpha}$$

- $U_{1,\alpha}(x) = x^\alpha \qquad 0 < \alpha < 1$
  $U_{2,\beta}(x) = x^\beta \qquad \beta \leq 1$

  Es fácil revisar los supuestos. Para una apuesta con probabilidad p y momio μ el óptimo se da en:

  $$\frac{p(\mu-1)}{(1-p)} = \frac{\beta x^{\beta-1}}{\alpha(\mu-1)^{\alpha-1}x^{\alpha-1}} = \frac{\beta}{\alpha}(\mu-1)^{1-\alpha}x^{\beta-\alpha}$$

  $$\rightarrow \left(\frac{\alpha p}{\beta(1-p)}\right)(\mu-1)^\alpha = x^{\beta-\alpha} \rightarrow x^* = \left(\frac{\alpha p}{\beta(1-p)}\right)^{1/\beta-\alpha} (\mu-1)^{\alpha/\beta-\alpha}$$

- $U_1(x) = \ln(x)$
  $U_2(x) = x$

  Es fácil revisar los supuestos. Para una apuesta con probabilidad p y momio μ el óptimo se da en:

  $$\frac{p(\mu-1)}{(1-p)} = \frac{1}{(\frac{1}{(\mu-1)x})} = (\mu-1)x \to x^* = \frac{p}{1-p}$$

- $U_{1,\alpha}(x) = 1 - e^{-\alpha x} \qquad \alpha \geq 1$
  $U_2(x) = x$

  Es fácil revisar los supuestos. Para una apuesta con probabilidad p y momio μ el óptimo se da en:

  $$\frac{p(\mu-1)}{1-p} = \frac{1}{\alpha e^{-\alpha(\mu-1)x}} \;\to\; \ln\left(\frac{\alpha p(\mu-1)}{(1-p)}\right) = \alpha(\mu-1)x$$
  $$\to\; x^* = \frac{1}{\alpha(\mu-1)} \ln\left(\frac{\alpha p(\mu-1)}{(1-p)}\right)$$

Otras tres funciones de utilidad a considerar:

- $U_{1,\alpha}(x) = \alpha x \qquad \alpha \geq 1$
  $U_2(x) = e^x - 1$

  $$\to \frac{p(\mu-1)}{1-p} = \frac{e^x}{\alpha}$$

  $$\to x^* = \ln\left(\frac{p(\mu-1)}{1-p}\right) + \ln(\alpha)$$

- $U_1(x) = \ln(x) \qquad \alpha \geq 1$
  $U_2(x) = x^\alpha$

  $$\to \frac{p(\mu-1)}{1-p} = \frac{\alpha x^{\alpha-1}}{\frac{1}{(\mu-1)x}} = \alpha(\mu-1)x^\alpha$$

  $$\to x^* = \left(\frac{p}{\alpha(1-p)}\right)^{1/\alpha}$$

- $U_{1,\alpha}(x) = \tan^{-1}(x)$
  $U_{2,\alpha}(x) = \alpha x \qquad 0 < \alpha \leq 1$

  $$\rightarrow \frac{p(\mu-1)}{1-p} = \alpha(1 + (\mu-1)^2 x^2)$$

  $$\rightarrow \frac{p\mu - p - \alpha(1-p)}{1-p} = \alpha(\mu-1)^2 x^2$$

  $$\rightarrow \frac{p\mu - (1-\alpha)p - \alpha}{1-p} = \alpha(\mu-1)^2 x^2$$

  $$\rightarrow x^* = \frac{1}{\sqrt{\alpha}(\mu-1)} \left(\frac{p\mu - (1-\alpha)p - \alpha}{1-p} \right)^{1/2}$$

  equivalentemente: $x^* = \dfrac{1}{\mu-1} \left(\dfrac{p\mu - (1-\alpha)p - \alpha}{1-p} \right)^{1/2}$

  Basta probar que $p\mu - (1-\alpha)p - \alpha \geq 0$

  $p\mu - (1-\alpha)p - \alpha \geq p\mu - (1-\alpha) - \alpha = p\mu - 1 > 0$

  x^* está bien definido.

2.5.3. Ahorro precaucional

Supongamos $F_1, ..., F_n$ distribuciones y la siguiente sucesión de Variables aleatorias $(x_1^t)_{t=1}^{\infty}, ..., (x_n^t)_{t=n}^{\infty}$ independientes $x_j^t \sim F_j \, \forall \, t \, \in \, \mathbb{N}$.

Sean $\alpha_1, ..., \alpha_n \, \in \, \Re^+ \cdot \ni \cdot \, \sum_{j=1}^{n} \alpha_j = 1$, definimos:

- $z_1 = \sum_{j=1}^{n} \alpha_j x_j'$
- $z_{t+1} = \sum_{j=1}^{n} \alpha_j x_j^{t+1} + z_t$

Supongamos que $E[x_j^t] > 1 \, \forall \, t \, \in \, \mathbb{N} \rightarrow E[z_t] = tE[z_1] = t\mu > 1$

Problema:
Encontrar $y \cdot \ni \cdot (1 - ty) + yz_t \geq y \, \forall \, t \, \in \mathbb{N}$ con probabilidad $(1-\alpha) \times 100\,\%$. $(y \in [0,1])$.

$$\rightarrow yz_t \geq (t+1)y - 1 \quad \rightarrow \quad z_t \geq (t+1) - \frac{1}{y}$$

$$\rightarrow z_t \geq t + k(con \;\; k = 1 - \frac{1}{y})$$

equivalentemente: Encontrar $k \leq 0 \cdot \ni \cdot z_t \geq t + k \; \forall \, t \in \mathbb{N}$ con probabilidad $(1-\alpha) \times 100\,\%$.

Sol:
Sea $\mu = E[z_1]$, $\sigma^2 = Var[z_1]$

$$\begin{aligned}
\rightarrow (1-\alpha) = p(z_t) \geq t + k \;\forall\; \in \mathbb{N} \\
&= p(z_1 \geq 1+k) \cdot p(z_2 \geq 2 + k \;| z_1 \geq 1 + k) \cdots \\
&= p(z_1 \geq 1+k) \cdot \prod_{t=1}^{\infty} p(z_{t+1} \geq (t+1) + k \,| z_t \geq t + k)
\end{aligned}$$

Usando el T.C.L.: $z_t \rightarrow N(t\mu,\, t\sigma^2) \;\forall\, t \in \mathbb{N}$

(I) $p(z_1 \geq 1 + k) = p\left(\dfrac{z_1 - \mu}{\sigma} \geq \dfrac{(1+k)-\mu}{\sigma}\right) = 1 - \Phi\left(\dfrac{k-(\mu-1)}{\sqrt{t}\sigma}\right)$

(II) $p(z_{t+1} \geq (t+1) + k \,| z_t \geq t + k) = \dfrac{p(z_{t+1} \geq (t+1) + k,\; z_t \geq t+k)}{p(z_t \geq t+k)}$

- $$\begin{aligned} p(z_t \geq t + k) &= p\left(\frac{z_t - t\mu}{\sqrt{t}\sigma} \geq \frac{k - t(\mu-1)}{\sqrt{t}\sigma}\right) \\ &= 1 - \Phi\left(\frac{k - t(\mu-1)}{\sqrt{t}\sigma}\right) \end{aligned}$$

- $z_{t+1} = y_t + z_t$ con $y_t \sim (\mu, \sigma^2)$, $\;y_t, z_t$ independientes
  $z_t \sim (t\mu, t\sigma^2)$

$$\rightarrow f(y_t, z_t) \simeq \frac{1}{2\pi\sqrt{t}\sigma^2} \exp\{-\frac{1}{2\sigma^2}[(y_t-\mu)^2 + \frac{1}{t}(z_t - t\mu)^2]\}$$

Sea

$$\begin{aligned} \omega_t &= y_t + z_t & \qquad y_t &= \omega_t - v_t \\ v_t &= z_t & \qquad z_t &= v_t \end{aligned}$$

$$\rightarrow J = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow |det(J)| = 1$$

$$f(z_{t+1}z_t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{t}\sigma^2}\exp\{-\frac{1}{2\sigma^2}[(z_{t+1} - z_t - \mu)^2 + \frac{1}{t}(z_t - t\mu)^2]\}$$

$\rightarrow p(z_{t+1}) \geq (t+1) + k,\ z_t \geq t + k$

$$= \int_{t+k}^{\infty}\int_{t+1+k}^{\infty} \frac{1}{2\pi\sqrt{t}\sigma^2}\exp\{-\frac{1}{2\sigma^2}[(z_{t+1} - z_t - \mu)^2 + \frac{1}{t}(z_t - t\mu)^2]\}dz_{t+1}dz_t$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{t}\sigma^2}\int_{t+k}^{\infty}\exp\{-\frac{1}{2\sigma^2 t}(z_t - t\mu)^2\}\int_{t+1+k}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\{-\frac{1}{2\sigma^2}[(z_{t+1} - z_t - \mu)^2\}dz_{t+1}dz_t$$

[1] $$= \frac{1}{2\pi\sqrt{t}\sigma^2} \int_{t+k}^{\infty} \exp\{-\frac{1}{2\sigma^2 t}(z_t - t\mu)^2\} \left[1 - \Phi\left(\frac{k + t - z_t - (\mu - 1)}{\sigma}\right)\right]$$

$$\overline{z_t} = \frac{1}{t} z_t, \quad d\overline{z_t} = \frac{1}{t} dz_t, \quad (\overline{z_t})_0 = 1 + \frac{k}{t}, \quad (\overline{z_t})_1 = \infty$$

$$= \frac{\sqrt{t}}{2\pi\sqrt{t}\sigma^2} \int_{1+k/t}^{\infty} \exp\{-\frac{t}{2\sigma^2}(\overline{z}_t - \mu)^2\} \left[1 - \Phi\left(\frac{k + t(1 - \overline{z}_t) - (\mu - 1)}{\sigma}\right)\right] d\overline{z}_t$$

Por tanto:

$p(z_{t+1}) \geq (t+1) + k, \; z_t \geq t + k$

$$\simeq \frac{\sqrt{t} \int_{1+k/t}^{\infty} \exp\{-\frac{t}{2\sigma^2}(\overline{z}_t - \mu)^2\} \left[1 - \Phi\left(\frac{k+t(1-\overline{z}_t)-(\mu-1)}{\sigma}\right)\right] d\overline{z}_t}{\sqrt{2\pi}\sigma\left(1 - \Phi\left(\frac{k-t(\mu-1)}{\sqrt{t}\sigma}\right)\right)}$$

Para calcular k se resuelve la siguiente ecuación:

$$\log(1 - \alpha) = \log(p|z_1 \geq 1 + k) + \sum_{t=1}^{\infty} \log(p(z_{t+1}) \geq (t+1) + k, \; z_t \geq t + k)$$

$$y = \frac{1}{1 - k}$$

Se realizó una muestra $y_1, ..., y_n$, donde:

$$y_1 = CA(p_i, \mu_i, \sigma_i)$$

Donde:

- p_i: Un valor de probabilidad deseado.
- M_i: Un valor de $E[z_1]$ dado.
- δ_i: Un valorde $Var(z_i)^{1/2}$.
- CA: La función que se define implícitamente de resolver las ecuaciones para calcular la cantidad de apostar.

A tales datos se les ajustó el siguiente modelo lineal:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 p_i + \beta_2 \mu_i + \beta_3 \sigma_i + \varepsilon_i$$

---

[1]Ver Apéndice A

El ajuste es el siguiente:

- $\beta_0 = 0.2925$
- $\beta_1 = -0.9975$
- $\beta_2 = 1.3772$
- $\beta_3 = -1.1127$

Con $R^2 = 0.95$.

En adelante, se tomará como aproximación lo siguiente:

$$CA(p, \mu, \sigma) \simeq 0.2925 - 0.9975p + 1.3772\mu - 1.1127\sigma$$

2.5.4. Evolución de la cantidad a Apostar

Problema: Decidir p de manera óptima.

Sea x la cantidad de ingresos restantes ($o \geq x \geq 1$, en porcentaje), y μ, σ la media y la desviación estandar de apostar en un periodo dados.

Supongamos $U_1, U_2 : \Re^+ \to \Re^+$ funciones de utilidad del dinero. (U_1 ganancias, $-U_2$ pérdidas) $\cdot \ni \cdot$ son no decrecientes y una vez continuamente diferenciables. Considerese la siguiente función:

$$f(p; x, \mu, \sigma) = [beneficio] - [costo]$$

$$f(p; x, \mu, \sigma) = [pU_1(y(p, \mu, \sigma)\mu x)] - [(1 - p)U_2(x)]$$

Suponiendo $y(p, \mu, \sigma) = a_0 - a_1 p + a_2 \mu - a_3 \sigma$ se obtiene:

$a_i \geq 0,\ i = 0, ..., 3$

$$f = pU_1((a_0 - a_1 p + a_2 \mu - a_3 \sigma)\mu x) - (1 - p)U_2(x)$$

El problema es:

$max\ f$

Sol:

$$f'(p) = -pU_1'((a_0 - a_1p + a_2\mu - a_3\sigma)\mu x)a_1\mu x$$

$$+U_1((a_0 - a_1p + a_2\mu - a_3\sigma)\mu x) + U_2(x) = 0$$

Si U_1 es cóncava $\rightarrow p^*$ es un maximizador.

Forma aproximada de obtener p :

$$y = a_0 - a_1p + a_2\mu - a_3\sigma$$

$\rightarrow$ Sea $b = a_1\mu x$, p_0 una aproximación de p. Definimos:

$$\omega = y\mu x, \quad \omega_0 = y(p_0, \mu, \sigma)\mu x$$

$$\rightarrow U_1(\omega) = U_1(\omega_0) + U_1'(\omega_0)(\omega - \omega_0) + O((\omega - \omega_0))$$

$$= U_1(\omega_0) + bU_1'(\omega_0)(\omega_0)(p - p_0) + O((\omega - \omega_0))$$

Podemos aproximar f por:

$$f(p) \simeq p[U_1(\omega_0) + bU_1'(\omega_0)(\omega_0)(p - p_0)] - (1 - p)U_2(x)$$

$$\Rightarrow f'(p) \simeq U_1(\omega_0) - 2bU_1'(\omega_0)p + bU_1'(\omega_0)p_0 + U_2(x) = 0$$

$$\Rightarrow p \simeq \frac{1}{2bU_1'(\omega_0)}[U_1(\omega_0) + U_2(x)] + \frac{1}{2}p_0$$

Supongamos $U_1 : \Re^+ \rightarrow \Re^+$ dada por $U(\omega) = \omega^\alpha \qquad (0 < \alpha \leq 1)$ y $U_2(x) = \beta x$

Notese que:

- $\dfrac{U_1(\omega_0)}{U_1'(\omega_0)} = \dfrac{\omega_0}{\alpha}$
- $\dfrac{\omega_0}{b} = \dfrac{a_0 - a_1p + a_2\mu - a_3\sigma}{a_1}$

$$\Rightarrow p \simeq \frac{1}{2\alpha a_1}[a_0 + a_2\mu - a_3\sigma + \frac{\beta}{\mu}[(a_0 - a_1 p_0 + a_2\mu - a_3\sigma)\mu x]^{1-\alpha}] + \frac{1}{2}(1 - \frac{1}{\alpha})p_0$$

Supongamos ahora que f es de la siguiente forma:

$$f(p) = pU_1(y(p, \mu, \sigma) \cdot \mu x) - (1 - p)U_2(x) - pU_3(\theta(k\sigma - \mu))$$

i.e. Hay pérdidas potenciales por el riesgo de la inversión considerar

$$U_3(\theta(k\sigma - \mu))U_2(\theta(k\sigma - \mu)x)I(\theta(k\sigma - \mu) \geq 0)$$

$\Rightarrow$ De manera análoga se obtiene:

$$p \simeq \frac{1}{2bU'(\omega_0)}[U_1(\omega_0) + U_2(x) + U_2(\theta(k\sigma - \mu)xI_{\{m\geq 0\}}] + \frac{1}{2}p_0$$

Si tomamos $U_1(\omega)0\omega^{\alpha}$, $U_2(x) = \beta x$

$$p \simeq \tfrac{1}{2\alpha a_1}\{(a_0 + a_2\mu - a_3\sigma)$$
$$+\frac{\beta_1}{\mu}[1 + (\beta_2\sigma - \beta_3\mu)I_{\{m\geq 0\}}][(a_0 - a_1 p + a_2\mu - a_3\sigma)\mu x]^{1-\alpha}\} + \frac{1}{2}(1 - \frac{1}{\alpha})p_0$$

Capítulo 3

Back Office

3.1. Sistema de recopilación de información y estadísticas de los partidos

3.2. Sistema de estimación de probabilidades

3.3. Portal administrativo

Capítulo 4

Portal público

4.1. Perfil de usuario

4.2. Encuesta de adversidad al riesgo

4.3. Ahorro precaucional

4.4. Sugerencia de apuestas

4.5. Pagos en línea

4.6. Power ranking

Capítulo 5

Conclusiones