Instituto Tecnológico Autónomo de México



EGOBETS, UN SISTEMA COMPUTACIONAL DE ASESORÍA DE APUESTAS DE FUTBOL

TESIS QUE PARA OBTENER LOS TÍTULOS DE

Ingeniero en Computación y Licenciado en Matemáticas Aplicadas

PRESENTA

Bruno Medina Bolaños Cacho

ASESORES:

Dr. Osvaldo Cairó Battistuti Dr. Alguien de Matemáticas

México, D.F.

2014

"Con fundamento en los artículos 21 y 27 de la Ley Federal del Derecho de Autor y como titular de los derechos moral y patrimonial de la obra titulada "EGOBETS, UN SISTEMA COMPUTACIONAL DE ASESORÍA DE APUESTAS DE FUTBOL", otorgo de manera gratuita y permanente al Instituto Tecnológico Autónomo de México y a la Biblioteca Raúl Bailléres Jr., la autorización para que fijen la obra en cualquier medio, incluido el electrónico, y la divulguen entre sus usuarios, profesores, estudiantes o terceras personas, sin que pueda percibir por tal divulgación una contraprestación".

Bruno Medina Bolaños Cacho

1 Boill
FIRMA

 $A\ mis\ padres$

Agradecimientos

A mis amigos por todo el apoyo que me han dado para terminar este arduo proyecto. Sin ustedes, no sería quien soy hoy en día, gracias por todas sus enseñanzas y correcciones.

Índice general

Li	sta d	le figuras	IX
1.	Intr	roducción	1
2.	Mai	rco teórico	5
	2.1.	La Industria de las Apuestas	5
		2.1.1. La fascinación por los juegos de azar	5
		2.1.2. La casa siempre gana	8
		2.1.3. La fascinación por predecir eventos aleatorios	8
	2.2.	Internet	9
		2.2.1. Computación en la Nube	10
		2.2.2. Ingeniería de Software	12
	2.3.	Ligas europeas de futbol	12
		2.3.1. Bundesliga (Alemania)	12
		2.3.2. Liga BBVA (España)	14
		2.3.3. Ligue 1 (Francia)	17
		2.3.4. Premier (Inglaterra)	17
		2.3.5. Serie A (Italia)	17
3.	Teji	endo la teoría Matemática	19
	3.1.		19
	3.2.		23
	3.3.	Ahorro precaucional	28

3.4.	Evolución de la cantidad a Apostar
4. Bac	ck Office
4.1.	Descripción General
4.2.	Sistema de recopilación de información y estadísticas de
	los partidos
	4.2.1. Diseño de la solución
	4.2.2. Recuperación de fechas de partidos próximos
	4.2.3. Recuperación de información de partidos jugados.
	4.2.4. Generación de archivos con resultados
	4.2.5. Sistema de estimación de probabilidades
4.3.	Portal administrativo
	4.3.1. Inicio de Sesión
	4.3.2. Ingesta
	4.3.3. Usuarios
	4.3.4. Pagos
	4.3.5. Estadísticas
	4.3.6. Correos
5. Poi	rtal público
5.1.	Perfil de usuario
5.2.	
5.3.	Ahorro precaucional
5.4.	Sugerencia de apuestas
5.5.	Pagos en línea
5.6.	Power ranking
6. Co	nclusiones
A. Lis	tado de los equipos
	. Alemania
	. España
	Francia

	A.4.	Inglat	erra		•	•		•	•					•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	64
	A.5.	Italia																								65
ъ	-		_															_			_	_				
в.	Fori	\mathbf{matos}	de a	ırch	iίν	OS	\mathbf{p}	ar	a.	la	in	\mathbf{ge}	sta	a (en	е	ı.	P	or	ta	ıl	d	le	P	\ d−	
в.		matos istrati		ırch	iίν	OS	s р	ar	a.	la	in	ge	sta	a (en	е	el .	P	or	ta	al	d	le	F	\ d−	67
в.	min		ivo				-					_														67

Índice de figuras

2.1.	Astrágalos, los predecesores de los dados 6
2.2.	Miles de millones de dólares en apuestas
3.1.	Decidir por quién apostar
3.2.	Decidir si apostar o no apostar
3.3.	Decidir si apostar en función de una utilidad 21
3.4.	Árbol de probabilidad 4
4.1.	Diagrama de sistemas y usuarios
4.2.	Diagrama de flujo de información
4.3.	Ejemplo de equipos de la liga española 40
4.4.	Recuperación de próximos partidos 41
4.5.	Recuperación de resultados de partidos ya jugados 42
4.6.	Login
4.7.	Ingreso de datos
4.8.	Cerrar Sesión
4.9.	Subir y procesar archivos
	Partidos procesados por el sistema
	Actualizando datos de los equipos
	Actualizar resultados Anteriores
	Listado de Usuarios
	Vista del detalle de usuario 50
	Confirmar la eliminación de un usuario 51

4.16. Listado con los últimos pagos realizados	51
4.17. Ganancias y pérdidas de los usuarios	52
4.18. Usuarios recién inscritos	53
4.19. Datos estadísticos de los usuarios	54
4.20. Pagos más recientes	54
4.21. Partidos acertados	54
4.22. Comunicación con los usuarios	55

Capítulo 1

Introducción

Desde sus orígenes, las apuestas en los partidos de futbol han sido un controversial tema de interés. Vencer a las casas de apuestas se ha vuelto una fascinación Hollywoodense. Muchos supuestos "oráculos" han utilizado los métodos menos ortodoxos para la obtención de los marcadores, e incluso se han llevado a cabo acciones fraudulentas para asegurar que se cumplan sus predicciones. Sin embargo, en la actualidad, las matemáticas y la computación ofrecen un paradigma menos esotérico pero igual de fascinante: la predicción de resultados de partidos de futbol a través de modelos matemáticos.

En este trabajo se describe cómo funciona Egobets, una aplicación computacional de las matemáticas al estudio de las apuestas de futbol. Egobets proveee asesoría de apuestas personalizadas para partidos de futbol de las siguientes ligas europeas: alemana, española, francesa, inglesa e italiana. Su objetivo es, dado un perfil de riesgo, indicar al usuario la cantidad de dinero y las apuestas que debe realizar para buscar tener ganancias al final de la temporada. Para tal fin, se combinan un conjunto de modelos matemáticos en un sistema robusto computacional.

El sistema Egobets es interesante e innovador ya que no sólo predice el resultado de un partido de futbol, sino que además utiliza la información de todas las ligas europeas para ofrecer una estrategia que maximice la cantidad de dinero a ganar del usuario tomando en cuenta su perfil de riesgo. Adicionalmente, el sistema le sugiere al usuario conservar un porcentaje de su dinero para apostar más agresivamente en caso de perder todas la apuestas de la jornada; garantizando así una mayor cantidad de apuestas durante la temporada y con esto, asegurar una mayor probabilidad de obtener ganancias.

Sólo las Matemáticas son tan arriesgadas como para concebir modelos de fenómenos tan particulares como los partidos de futbol. Y su labor no termina ahí, también proveen las herramientas necesarias para encontrar el conjunto de apuestas a realizar en la jornada, con el fin de maximizar la cantidad de dinero a ganar. Por otro lado, gracias a los sistemas computacionales y las nuevas tecnologías, se pueden crear las piezas de software de este sistema para ofrecer resultados reales de estas abstracciones matemáticas. Este ecosistema de modelos, aplicaciones y programas funcionan de manera armoniosa presentando resultados al usuario en una interfaz elegante, funcional, simple y fácil de usar.

El alcance de este trabajo es el de describir el sistema desarrollado para asesoría de apuestas Egobets. Se explicarán los distintos programas y sistemas que conforman el desarrollo, así como las teorías matemáticas que dan sustento al mismo. El documento cuenta con un capítulo para el marco teórico más tres capítulos que describen el proyecto realizado.

En el siguiente capítulo, se dan a conocer datos generales de las apuestas que ayudan al lector a comprender la relevancia del sistema a nivel mundial; también, se marca la pauta de las teorías y estudios que buscan cubrir el tema desde un punto de vista más teórico. Finalmente, se dan a conocer las ligas que se estarán analizando y los motivos por lo que fueron elegidas.

Bajo los supuestos de que en función a su adversidad al riesgo, el jugador promedio busca obtener mayores ganancias de sus apuestas y, que apostar siempre es mejor a no hacerlo; en la primera parte del presente trabajo se describe cómo encontrar la mejor apuesta para cada partido. Sin embargo, durante una jornada se juegan múltiples partidos, por lo que posteriormente se resuelve la siguiente pregunta: ¿a qué partidos y

a qué equipos el usuario le debería de apostar? Para complicar más las cosas y debido a que una temporada tiene más de una jornada, la persona necesita garantizar la posibilidad de apuesta en cada una de ellas. En virtud de los anterior, se expone la evolución de su dinero buscando maximizar las ganancias al final de la temporada.

En el segundo apartado del estudio, se habla del conjunto de módulos que conforman el Back Office: sistema de recopilación de información y estadísticas de los partidos, sistema de estimación de probabilidades de los partidos y portal administrativo. Se describe cómo el sistema de recolección de información descarga los datos de las ligas, partidos por jugar y estadísticas de los ya jugados. Se comienza detallando el funcionamiento del sistema recolector de datos, desde la ingestión de los equipos participantes en la temporada vigente, hasta la recolección de los tiros realizados en cada partido por cada jugador. Después, con toda la información obtenida de los desempeños de los equipos en los últimos partidos, se describen las simulaciones Montecarlo. Éstas utilizan miles de variables para estimar los resultados de los partidos de futbol, obteniendo con estos datos las probabilidades de ganar, perder o empatar de cada partido. Posteriormente, se exhibe cómo en el portal administrativo se ingresan estas probabilidades junto con los datos de los próximos partidos a jugar. También se detalla cómo este portal, a través de su interfaz gráfica, permite gestionar usuarios, partidos y probabilidades.

En la tercer sección de este estudio, se describirá exhaustivamente cómo se adaptaron las ideas del primer apartado y la información generada por el Back Office (descrito en el segundo apartado de este estudio) para el diseño y desarrollo del portal público. Se describe cómo este portal también ofrece al usuario revisar y actualizar su perfil, retomar la encuesta de riesgo, revisar los últimos resultados de los partidos, ver la tabla de "Power Ranking", que presenta los equipos listados en lo que se considera el orden al final de la temporada, y la función de pago de suscripciones a este sistema a través de una plataforma de pagos.

En el último capítulo, se concluye que se puede llevar un apuesta simple a un portafolio de inversión. De igual manera se observa que aunque un jugador tuviera en su poder las probabilidades verdaderas de los resultados de los partidos no podría hacer nada con ellas, por lo que es necesario un enfoque de un problema de optimización. Y finalmente que teniendo un sistema metódico que decida las apuestas, remueve la emoción de la apuesta y lo convierte en un riesgo calculado. Al igual, se enumeran los distintos campos al que este sistema se podría extender: mayores ligas, diferentes deportes, elecciones y cualquier otro fenómeno probabilístico de varianza moderada.

Capítulo 2

Marco teórico

2.1. La Industria de las Apuestas

2.1.1. La fascinación por los juegos de azar

Nadie conoce el origen de las apuestas, algunos dicen que todo comenzó con un anónimo paleolítico que rodó unos cuantos huesos y tomó acción gracias al lado resultante. Más adelante, los antiguos Griegos y Etruscos contarían con adivinos llamados "Arúspices" que leían el futuro en las entrañas (particularmente el hígado) de las bestias sacrificadas. Siglos después, los romanos usarían los huesos astrágalos de animales como precursores a los dados.[11]

Hoy en día, las apuestas representan uno de los negocios más redituables del mundo. En 2013 se estima que las ganancias brutas de la industria sumaron cuatroscientos cuarenta mil millones de dólares¹ (Ver figura 2.2)

Estados Unidos encabeza la lista como el país que más gasta en apuestas, seguido por China. En la gráfica también se puede observar que los residentes de Australia y Singapur apuestan mucho más agresi-

 $^{^1\}mathrm{Acorde}$ a la empresa de Inteligencia de Mercado "H2 Gambling Capital" [1]

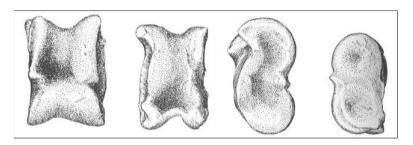


Figura 2.1: Astrágalos, los predecesores de los dados

vamente que cualquier otro. Finalmente, la predicción de que ofrece la firma, propone un gran crecimiento en los casinos y un estimado de más de quinientos mil millones de dólares gastados en apuestas para el 2018.

Con estos datos, la importancia de la industria de las apuestas en el mundo se vuelve evidente. De la misma forma, en el ámbito de apuestas en línea, la firma KPMG[7] presenta datos más focalizados; a pesar de la falta de regulación y las leyes en contra de los casinos en línea, el mercado global de apuestas en línea creció un cuarenta y dos por ciento de 2008 (Veintún mil doscientos millones de dólares) a 2012 (Treinta mil millones de dólares), este crecimiento es notablemente superior al quince por ciento que se propuso para el crecimiento del total de la industria de apuestas para el mismo periodo.

Específicamente en Estados Unidos, Goldman Sachs valoró en 2009 que el mercado de apuestas en línea en caso de ser legalizado² podría valer hasta doce mil millones de dólares[10].

En este mismo documento de KPMG[7], México se propone como un mercado potencialmente lucrativo. Una de las principales razones es la legislación que permite el juego en línea³. La otra razón, el mercado

²Actualmente se les prohíbe procesar cargos relacionados a casinos en línea a los bancos y a las compañías de tarjetas de credito. Gracias al"Unlawful Internet Gambling Enforcement Act of 2006" (UIGEA)

 $^{^3{\}rm En}$ 2004, la Ley Federal de Juegos con Apuestas y Sorteos permitió y reguló los Juegos en Línea

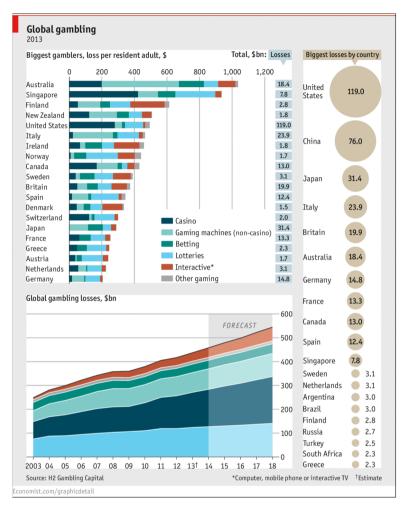


Figura 2.2: Miles de millones de dólares en apuestas

mexicano del juego en línea se estima en cuatro mil seiscientos millones de dólares[13].

2.1.2. La casa siempre gana

"No hay proposición más cierta en matemáticas que la siguiente: Entre más boletos [de lotería] compre, más probabilidades tiene de ser un perdedor. Compre todos los boletos de la lotería y pierda con certeza; cuanto más boletos compre, más cerca estará de esta certeza"

– Adam Smith, Filósofo

El principio básico detrás de un casino es muy sencillo, la casa siempre gana por las matemáticas que sustentan cada uno de los juegos. Y es que al final del día, los casinos siempre calculan una ventaja porcentual sobre los jugadores; esta ventaja y la ley de los grandes números garantizan a largo plazo que los casinos tengan suficientes ganancias para subsistir, mantener su operación y generar utilidades. Sin embargo, no hay que olvidar que los fenomenos estudiados siguen siendo producto del azar, por lo una buena racha de algunos "Apostadores Temerarios" podría llegar sorprender e incluso asustar a los dueños de los casinos[5].

Según Hannum[5] hay dos grandes razones por las que la gente apuesta:

- 1. Entretenimiento.
- 2. Cambio de Vida.

Inferencia Estadística

Teoría de la Información

2.1.3. La fascinación por predecir eventos aleatorios

Sistemas de Predicción

Las apuestas han sido por siempre favorecidas en el estudio de las Matemáticas especialmente en áreas tan relacionadas como la probabilidad y la estadística. Problemas famosos como *La Ruina del Jugador* [9,

p. 95-99] han sido estudiado desde tiempos de Christian Huygens y Fermat. Gracias a estudios como estos, se hace claro que la casa siempre gana; pero también se puede calcular un tiempo promedio de la duración de los juegos.

Kelly

2.2. Internet

La era de la información nos golpeo tan fuerte, que ahora es imposible la vida sin nuestros sistemas de información y nuestros dispositivos de conexión. Gracias a las computadoras y las redes, hemos redefinido nuestra imaginación, hemos creado un espacio que expande nuestra mente y nuestra capacidad, nuestras barreras se han alejado más y ahora nuestra conciencia como especie humana, crece en tasas inimaginables. Los monopolios de la información se han ido disolviendo, permitiendo a la sociedad una mayor participación y voz.

Internet es un organismo vivo y hambriento, con el que convivimos de manera simbiótica y nos une como especie. Es un espacio de comunicación y entendimiento. Nunca pudo haber existido algo más majestuoso y poderoso. La verdadera trascendencia del ser, vendrá con la evolución de la conciencia de la sociedad.

Con esta idea en mente fue diseñado y desarrollado Egobets, un sistema que aporta a la comunidad en internet información últil para la toma de mejores decisiones. Y a su vez, esta información, proviene del procesamiento de varias fuentes de información que otros aportan al internet. El ideal detrás: un conjunto de círculos virtuosos que pongan al alcance de cualquier persona la información más precisa y útil acerca de cualquier tema que se pueda pensar.

2.2.1. Computación en la Nube

El sistema usa la nube para ofrecer sus servicio a los usuarios, se puede decir que el software corre en un esquema tipo "SaaS"⁴, esto implica que el usuario simplemente ingresa a su cuenta en un navegador de internet y puede ver las asesorías para sus apuestas. Del artículo "Cómputo en Nube: Ventajas y Desventajas" de Martínez y Gutiérrez[8] se retoman las siguentes ventajas de este paradigma:

- Costos. Podría ser la ventaja más atractiva que presenta el cómputo en la nube, y si no lo es, al menos es la más evidente de todas las que ofrece esta tecnología. Al dejar la responsabilidad de la implementación de la infraestructura al proveedor, el cliente no tiene que preocuparse por comprar equipos de cómputo, capacitar personal para la configuración y mantenimiento de éstos, y en algunos casos, por el desarrollo del software. Además el usuario de estos servicios únicamente paga por los recursos que utiliza, permitiéndole diseñar un plan de pago normalmente a partir del tiempo en que éste se utiliza (memoria, procesamiento, almacenamiento).
- Competitividad. Al no tener que adquirir equipos costosos, las pequeñas empresas pueden tener acceso a las más nuevas tecnologías a precios a su alcance pagando únicamente por consumo. De este modo las organizaciones de cualquier tipo podrían competir en igualdad de condiciones en áreas de TI con empresas de cualquier tamaño. La ventaja competitiva no está en aquel que tiene los recursos de cómputo sino en quien los emplea mejor.

⁴Software as a Service. "Es el más conocido de los niveles de cómputo en la nube. El SaaS es un modelo de distribución de software que proporciona a los clientes el acceso a éste a través de la red (generalmente Internet). De esta forma, ellos no tienen que preocuparse de la configuración, implementación o mantenimiento de las aplicaciones, ya que todas estas labores se vuelven responsabilidad del proveedor. Las aplicaciones distribuidas a través de un modelo de Software como Servicio pueden llegar a cualquier empresa sin importar su tamaño o ubicación geográfica."[8]

- Disponibilidad. El proveedor está obligado a garantizar que el servicio siempre esté disponible para el cliente. En este sentido, la virtualización juega un papel fundamental, ya que el proveedor puede hacer uso de esta tecnología para diseñar una infraestructura redundante que le permita ofrecer un servicio constante de acuerdo a las especificaciones del cliente.
- Abstracción de la parte técnica. Como se mencionó al hablar de costos, el cómputo en la nube permite al cliente la posibilidad de olvidarse de la implementación, configuración y mantenimiento de equipos; transfiriendo esta responsabilidad al proveedor del servicio.
- Acceso desde cualquier punto geográfico. El uso de las aplicaciones diseñadas sobre el paradigma del cómputo en la nube puede ser accesible desde cualquier equipo de cómputo en el mundo que esté conectado a Internet. El acceso normalmente se hace desde un navegador web, lo que permite a la aplicación ser utilizada no únicamente desde una computadora de escritorio o una computadora portátil, sino que va más allá, permitiendo al usuario hacer uso de la aplicación incluso desde dispositivos móviles como smartphones.
- Escalabilidad. El cliente no tiene que preocuparse por actualizar el equipo de cómputo sobre el que se está corriendo la aplicación que utiliza, ni tampoco por la actualización de sistemas operativos o instalación de parches de seguridad, ya que es obligación del proveedor del servicio realizar este tipo de actualizaciones. Además, éstas son transparentes para el cliente, por lo que la aplicación debe de continuar disponible para el usuario en todo momento aún cuando se esté realizando el proceso de actualización del lado del proveedor. Las actualizaciones y nuevas funcionalidades son instaladas prácticamente de manera inmediata.

Disponibilidad. El proveedor está obligado a garantizar que el servicio siempre esté disponible para el cliente. En este sentido, la virtualización juega un papel fundamental, ya que el proveedor puede hacer uso de esta tecnología para diseñar una infraestructura redundante que le permita ofrecer un servicio constante de acuerdo a las especificaciones del cliente.

2.2.2. Ingeniería de Software

2.3. Ligas europeas de futbol

El nivel de juego de los clubes europeos es sorprendente, tanto en la cancha como fuera de ella los Clubes de futbol de las ligas europeas hacen las cosas mejor que ningún otro. Ofrecen partidos de alta calidad, con jugadas complejas y rápidas que proveen de un espectáculo como ningún otro. Además de que la infraestructura, adminsitración y los recursos financieros con los que cuentan son envidiables. Y es por estos motivos que sus niveles de audiencia y la cantidad de sus fanáticos han llegado a niveles impresionantes. Las ligas europeas son en el mundo del futbol: El modelo a sequir.

Además de todas las cualidades con las que cuentan estas ligas, se tiene una premisa muy interesante incita el enfoque en ellas: La consistencia que tienen los equipos más populares de cada liga para conseguir victorias sobre los equipos más modestos y su habilidad para siempre permanecer en los mejores lugares de la tabla de posiciones.

2.3.1. Bundesliga (Alemania)

Fundada el 28 de Julio de 1962 en la convención anual de la *DFL Deutsche Fußball Liga GmbH*, la primer temporada se jugó en 1963. La liga evolucionó en función de la reunificación de Alemania y la integración de la liga del Este[6] Hoy en día la *Bundesliga* es conocida como una de las ligas con mayor afluencia en sus partidos, en la tempora-

da 2011/12 hubo un promedio de 44,293 espectadores por partido. Se vendieron 18.8 millones de entradas en total.



"El fútbol es un deporte que inventaron los ingleses, que lo saben jugar los brasileños y en el que siempre ganan los alemanes."

- Gary Lineker, ex-futbolista inglés.

La *DFL* se encarga de la operación de las ligas de futbol: *Bundesliga* y 2. *Bundesliga*; que son las más importantes de Alemania. Cuenta con treinta y seis clubs de futbol los cuales juegan se dividen en ambas divisiones (Ver appendix A.1) Todos miembros de la Asociación de la Liga cuentan con una licencia⁵ para poder jugar y deben seguir los sistemas de entrenamiento y procedimientos disciplinarios.

Dieciocho equipos juegan en cada división, cada equipo juega una vez de local y otra de visitante contra cada uno de los otros diecisiete equipos de la liga. Esto significa que al ser n=18 equipos se tienen $\sum_{i=1}^{n-1} i = \sum_{i=1}^{17} i = 153 \text{ partidos en una temporada. Al término de estos partidos se calculan los puntos que cada equipo tiene y se hace la tabla de posiciones, los dos peores equipos de la <math>Bundesliga$ son intercambiados

⁵Cada temportada todos los clubs deben cumplir los criterios deportivos, legales, administrativos, financieros y de infraestructura del Lizenzierungsordnung (LO) y sus respectivos apéndices

con los dos mejores de la 2. Bundesliga. Mientras que el tercer mejor equipo de la 2. Bundesliga disputa un partido con el tercer peor equipo de la Bundesliga para decidir quien se queda en la primera división. Análogamente, el equipo con más puntos se vuelve el campeón de la liga.

Los puntos de la tabla son dados por las victorias de cada equipo, una victoria suma tres puntos a la tabla; las derrotas o empates no suman nada. Si en la tabla hay equipos con la misma cantidad de puntos, para el desempate se deben consideran criterios como: diferencias de goles, cantidad de goles anotados en la temporada, diferencia de goles que resulten de los partidos jugados entre ellos y la cantidad de goles como visitantes. Si todos estos criterios no deciden el desempate, se deberá jugar un partido en una cancha neutral para decidir su posición en la tabla.

La regulación de la cantidad de jugadores extranjeros en los equipos sigue la regulación de la UEFA desde el 21 de Diciembre del 2005. Actualmente hay 977 jugadores con un contrato profesional, 503 en la Bundesliga y 474 en la 2. Bundesliga. El cuarenta y siete por ciento de la primera división son extranjeros (234 jugadores) y el treinta y seis por ciento en la segunda liga (171 jugadores)

En total, 43 clubs han ganado la Bundesliga desde su fundación. Los tres equipos con más campeonatos son: FC Bayern Munich con 23 títulos, BFC Dynamo Berlin con 10 y 1. FC Nürnberg con 9. Los tres máximos goleadores de la liga son: Ger Müller (1965-1979) con 365 goles, Klaus Fischer (1968-1988) con 268 y Jupp Heynckes con 220.[4]

2.3.2. Liga BBVA (España)

La Primera División de España comenzó a disputarse en la temporada 1928-29, siendo el FC. Barcelona el primer equipo que se proclamó Campeón. Hasta ese momento, el fútbol español se organizaba en torno al Campeonato de España. Las primeras temporadas se disputaron con los primeros campeones y subcampeones del Campeonato de España.

Conocida hoy en día como la $Liga~BBVA^6$ (por motivos de patrocinio, es considerada hoy en día como la liga de más fuerte del mundo y de mayor importancia.[2]



La Liga de Fútbol Profesional (LFP) se fundó el 26 de julio de 1984. Es una asociación deportiva integrada por todas las sociedades anónimas deportivas y clubes de fútbol de Primera y Segunda División que participan en competiciones oficiales profesionales de España. La LFP forma parte de la Real Federación Española de Fútbol pero tiene autonomía jurídica en su organización y funcionamiento.

En la actualidad, la Liga de Fútbol Profesional está formada por un total de 42 equipos: 20 en Primera División y 22 en Segunda División (Ver appendix A.2). Igual que la liga Alemana, cada equipo juega una vez de local y otra de visitante contra cada uno de los otros diecinueve equipos de la liga. Esto significa que al ser n=19 equipos se tienen 190 partidos en una temporada. Con estas 38 jornadas los equipos suman puntos en la tabla de posiciones, los primeros 3 entran a la fase de grupos de la Liga de Campeones de la UEFA. Los últimos tres equipos en la tabla de posiciones descienden a la Liga Adelante, mientras que los mejoes 2 de la Segunda División suben a Primera. El tercer ascenso a Liga BBVA es el ganador de un mini torneo entre el tercer vs quinto y cuarto vs sexto mejor clasificados.

Cada victoria suma tres puntos al Club vencedor, en caso de empate ambos equipos se llevan un punto. Las reglas de desempate son las siguientes:

■ El que tenga una mayor diferencia entre goles a favor y en contra

⁶Nombre proveniente del patrocinio del Banco Bilbao Vizcaya Argentaria. Segunda División ahora se conoce como la *Liga Adelante*. Curiosamente la Segunda División solía tener el nombre de *Liga BBVA*

según el resultado de los partidos jugados entre ellos.

- El que tenga la mayor diferencia de goles a favor teniendo en cuenta todos los obtenidos y recibidos en el transcurso de la competición.
- El club que haya marcado más goles.

En caso de que haya tres equipos o más empatados se siguen los siguientes criterios para el desmpate:

- La mejor puntuación de la que a cada uno corresponda a tenor de los resultados de los partidos jugados entre sí por los clubes implicados.
- La mayor diferencia de goles a favor y en contra, considerando únicamente los partidos jugados entre sí por los clubes implicados.
- La mayor diferencia de goles a favor y en contra teniendo en cuenta todos los encuentros del campeonato.
- El mayor número de goles a favor teniendo en cuenta todos los encuentros del campeonato.
- El club mejor clasificado con arreglo a los baremos de fair play.

Se inscriben 25 jugadores cada temporada a cada Club, de los que 3 pueden ser ajenos a la Unión Europea. Sin embargo, todos aquellos que se puedan nacionalizar por sus lazos familiares pueden jugar en el equipo sin ocupar una plaza de extracomunitaria.

59 equipos han jugado en esta ligas desde su comienzo. Los únicos 3 que nunca han descendido son: Athletic Club, FC Barcelona y Real Madrid CF. Los campeones máximos son Real Madrid CF con 32 títulos, FC Barcelona con 22 y Club Atlético Madrid con 10. Loa goleadores más prolíficos son: Telmo Zarra (1921-2006) con 251 goles, Lionel Messi (1987) con 250 y Hugo Sánchez (1958) con 234.[3]

2.3.3. Ligue 1 (Francia)

Fundada el 11 de septiembre de 1932 bajo el nombre de National que después cambió a $Division\ 1$



2.3.4. Premier (Inglaterra)

La DFL Deutsche Fußball Liga GmbH se encarga de la operación de la Bundesliga y 2. Bundesliga, las más importantes ligas de futbol de alemania. Cuenta con treinta y seis clubs

2.3.5. Serie A (Italia)

La DFL Deutsche Fußball Liga GmbH se encarga de la operación de la Bundesliga y 2. Bundesliga, las más importantes ligas de futbol de alemania. Cuenta con treinta y seis clubs

Capítulo 3

Tejiendo la teoría Matemática

3.1. Decidir a favor de quien apuestas

(a) Sean p_L , p_z , p_v las probabilidades de que gane local, empaten o gane visitante, respectivamente. Sean μ_L , μ_z y μ_v los momios respectivos. El problema de decisión de apostar \$1 en esta situación es:

$$E_p[U(\delta_i)] = p_i \mu_i; \quad i = L, Z, V$$

Sol: Se escoge
$$\rho_i \cdot \ni \cdot E_p[U(\delta_i)] = max\{p_L\mu_L, p_z\mu_z, p_v\mu_v, 1\}$$

(b) Se quiere decidir si apostar o no en la ocurrencia de un evento: Sea p = p(E) y f_p densidad de p. Sea μ el momio en el caso de ocurrencia. El problema de decisión asociado es el siguiente:

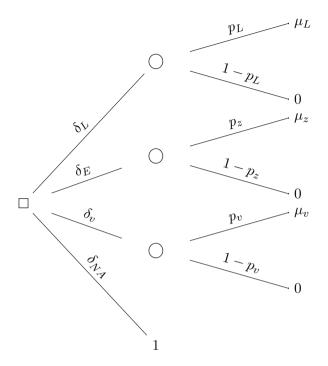


Figura 3.1: Decidir por quién apostar

Apuestas si $E_{f_p}(P) \cdot \mu \geq 1$

(c) Mismo problema que el caso anterior, sólo que la utilidad depende de p y μ : $U: \Re \times [0,1] \to \Re$ $(U(0,p)=0 \quad \forall p).$

Se apuesta si:

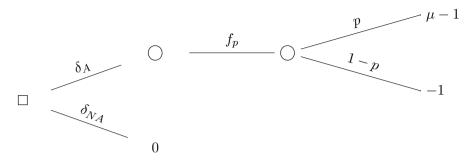


Figura 3.2: Decidir si apostar o no apostar

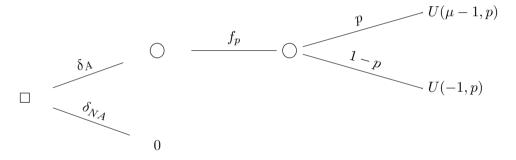


Figura 3.3: Decidir si apostar en función de una utilidad

$$E_p(U(\delta_A)) = E_p[pU(\mu - 1, p) + (1 - p)U(-1, p)] \ge 0$$

Algunas funciones de utilidad posibles:

•
$$U_{\mu}(x,p) = x(\frac{1}{\mu} - p)^2$$

Notese que: $p U_{\mu}(\mu - 1, p) + (1 - p)U_{\mu}(-1, p)$

$$(\hat{p} = \frac{1}{\mu}) = (\hat{p} - p)^2 (p\mu - 1)$$

Me duele más mientras más alejado esté de un trato beneficioso y me produce mayor placer mientras mayor sea el beneficio del trato.

$$U_{\mu,a}(x,p) = \begin{cases} ax(\hat{p}-p)^2 & si \quad p \leq \hat{p} \\ x(\hat{p}-p)^2 & si \quad p > \hat{p} \end{cases}$$

Notese que:

$$U_{\mu} = U_{\mu,1}$$

$$p\,U_{\mu,a}(\mu-1,p) + (1-p)U_{\mu}(-1,p) = \left\{ \begin{array}{ll} a(\hat{p}-p)^2(p\mu-1) & si & p \leq \hat{p} \\ \\ (\hat{p}-p)^2(p\mu-1) & si & p > \hat{p} \end{array} \right.$$

Me duele "a" veces más un trato perjudicial que un trato beneficioso si me encuentro a la mis ma distancia que \hat{p} .

•
$$U_{\mu,a,b} = U_{\frac{\mu}{1+\mu b},a}$$

y considerar el problema de decisión con $\mu' = \frac{\mu}{1+\mu b}$.

Si
$$\mu' = \frac{\mu}{1 + \mu b} \to \hat{p}' = \hat{p} + b$$
.

Los tratos empiezan a ser beneficiosos hasta que el menos sea $b\,\%$ más probable que ocurra el evento de lo que sería justo.

Nota: En un problema de decisión sin aversión a la distribución de probabilidades (o con probabilidades fijas) si se desea apostar en apuestas con un mínimo de ganancias esperadas igual a b% se debe comparar μ_p con 1+b (i.e. apostar $\leftrightarrow \mu_p \ge 1+b$).

3.2. Decidir la cantidad de dinero a apostar

Supongamos que $\mu_p \ge 1$ y que existen 2 funciones de utilidad:

$$U_1: \Re^+ \to \Re^+$$

$$U_2: \Re^+ \to \Re^+$$

La primera es la función de utilidad del dinero para las ganancias y la segunda es la utilidad del dinero para las pérdidas monetarias.

Se harán las siguientes supuestos:

- (I) $U_1(0) = U_2(0) = 0$. U_1 , U_2 no decrecientes, una vez cont. dif.
- (II) $U_1'(0) > U_2'(0)$ (por lo tanto convendrá apostar).

(III)
$$\forall M>0$$
 fija $\lim_{x\to\infty}\frac{U_1(\mu x)}{U_2(x)}=0.$ (Perder duele muchisimo más que ganar).

El problema de decisión asociado a determinar la cantidad óptima a postar es:(con $0 fija y <math>\mu$ momio)

$$\Box \quad \stackrel{\delta_x}{=} \quad \bigcirc \quad \stackrel{\mathcal{V}}{\underbrace{\hspace{1cm}}} U_1((\mu-1)x)$$

Figura 3.4: Árbol de probabilidad 4

$$\rightarrow E_p[U(\delta x)] = pU_1((\mu - 1)x) - (1 - p)U_2(x)$$

Sea
$$f(x) = E_p[U(\delta x)]$$

Encontrar el óptimo es encontrar $x \geq 0$ que resuelva el problema: $\max_{x \geq 0} f(x)$

$$f'(x) = p(\mu - 1)U_1'((\mu - 1)x) - (1 - p)U_2'(x) = 0$$
$$\frac{p(\mu - 1)}{(1 - p)} = \frac{U_2'(x)}{U_1'((\mu - 1)x)}$$

P.d.

$$\exists \quad x^* \quad \cdot \ni \cdot \quad \frac{p(\mu - 1)}{1 - p} = \frac{U_2'(x)}{U_1'(\mu x)}$$

(I)
$$f'(0) = p(\mu - 1)U_1'(0) - (1 - p)U_2'(0) > p(\mu - 1)U_2'(0) - (1 - p)U_2'(0)$$

= $U_2'(0)(p\mu - 1) > 0$

Con $U'_2(0) \ge 0$ y $p\mu \ge 0$ Por tanto f'(0) > 0

(II)
$$f(0) = 0$$

(III)
$$\frac{f(x)}{U_2(x)} = p \frac{U_1((\mu - 1)x)}{U_2(x)} - (1 - p)$$

$$\to \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{U_2(x)} = -(1 - p)$$

$$\to \exists x \cdot \ni \frac{f(x)}{U_2(x)} = -(1 + p) + \varepsilon < 0$$

$$\rightarrow \exists x \cdot \ni \cdot f(x) < 0$$

■ Por
$$T.V.M. \exists x' \in (0, x) \cdot \ni \cdot xf'(x') = f(x) - f(0) = f(x) < 0$$

 $\rightarrow f'(x') < 0$

■ T.V.I.
$$\exists x^* \in (0, x') \cdot \ni f'(x^*) = 0$$
. i.e. $\frac{p(\mu - 1)}{1 - p} = \frac{U'_2(x)}{U'_1(\mu x)}$

Como f es primero creciente y en algún punto decreciente: $\rightarrow x \cdot \ni f'(x) = 0$ es un maximizador.

Algunas funciones a considerar:

$$U_{1,\alpha}(x) = x^{\alpha}$$
 $0 < \alpha < 1$
$$U_2(x) = x$$

Comprobemos los supuestos:

(I)
$$U_{1,\alpha}(0) = 0 = U_2(0)$$
, son crecientes y una vez dif.

(II)
$$U'_{1,\alpha}(0) = +\infty$$
, $U'_2(0) = 1$ $\therefore U'_{1,\alpha}(0) > U'_2(0)$

(III)
$$\forall \mu > 0$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{U_{1,\alpha}(\mu x)}{U_2(x)} = \mu^{\alpha} \lim_{x \to +\infty} \frac{x^{\alpha}}{x} = \mu^{\alpha} \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x^{1-\alpha}} = 0$$

Para una apuesta con probabilidad p y momio μ el óptimo se da en:

$$\frac{p(\mu-1)}{(1-p)} = \frac{U_2'(x)}{U_1' \cdot ((\mu-1)x)} = \frac{1}{\alpha((\mu-1)x)^{\alpha-1}} = \frac{1}{\alpha}(\mu-1)^{1-\alpha}x^{1-\alpha}$$

$$\rightarrow \left(\frac{\alpha p}{(1-p)}\right)(\mu-1)^{\alpha} = x^{1-\alpha} \rightarrow x^* = \left(\frac{\alpha p}{1-p}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}(\mu-1)^{\alpha/1-\alpha}$$

$$U_{1,\alpha}(x) = x^{\alpha}$$
 $0 < \alpha < 1$
 $U_{2,\beta}(x) = x^{\beta}$ $\beta \le 1$

Es fácil revisar los supuestos. Para una apuesta con probabilidad p y momio μ el óptimo se da en:

$$\frac{p(\mu-1)}{(1-p)} = \frac{\beta x^{\beta-1}}{\alpha(\mu-1)^{\alpha-1}x^{\alpha-1}} = \frac{\beta}{\alpha}(\mu-1)^{1-\alpha}x^{\beta-\alpha}$$

$$\to \left(\frac{\alpha p}{\beta(1-p)}\right)(\mu-1)^{\alpha} = x^{\beta-\alpha} \to x^* = \left(\frac{\alpha p}{\beta(1-p)}\right)^{1/\beta-\alpha}(\mu-1)^{\alpha/\beta-\alpha}$$

 $U_1(x) = \ln(x)$ $U_2(x) = x$

Es fácil revisar los supuestos. Para una apuesta con probabilidad p y momio μ el óptimo se da en:

$$\frac{p(\mu-1)}{(1-p)} = \frac{1}{(\frac{1}{(\mu-1)x})} = (\mu-1)x \to x^* = \frac{p}{1-p}$$

$$U_{1,\alpha}(x) = 1 - e^{-\alpha x} \qquad \alpha \ge 1$$

$$U_2(x) = x$$

Es fácil revisar los supuestos. Para una apuesta con probabilidad p y momio μ el óptimo se da en:

$$\frac{p(\mu-1)}{1-p} = \frac{1}{\alpha e^{-\alpha(\mu-1)x}} \to \ln\left(\frac{\alpha p(\mu-1)}{(1-p)}\right) = \alpha(\mu-1)x$$

$$\to x^* = \frac{1}{\alpha(\mu-1)}\ln\left(\frac{\alpha p(\mu-1)}{(1-p)}\right)$$

Otras tres funciones de utilidad a considerar:

$$U_{1,\alpha}(x) = \alpha x$$

$$U_{2}(x) = e^{x} - 1$$

$$\alpha \ge 1$$

$$\rightarrow \frac{p(\mu - 1)}{1 - n} = \frac{e^x}{2}$$

$$\to x^* = \ln\left(\frac{p(\mu - 1)}{1 - p}\right) + \ln(\alpha)$$

$$U_1(x) = \ln(x)$$

$$U_2(x) = x^{\alpha}$$

$$\alpha \ge 1$$

$$\rightarrow \frac{p(\mu - 1)}{1 - p} = \frac{\alpha x^{\alpha - 1}}{\frac{1}{(\mu - 1)x}} = \alpha(\mu - 1)x^{\alpha}$$

$$\to x^* = \left(\frac{p}{\alpha(1-p)}\right)^{1/\alpha}$$

$$U_{1,\alpha}(x) = \tan^{-1}(x)$$

$$U_{2,\alpha}(x) = \alpha x \qquad 0 < \alpha \le 1$$

$$\frac{p(\mu - 1)}{2} = \alpha(1 + (\mu - 1)^2 x^2)$$

$$\to \frac{p(\mu - 1)}{1 - p} = \alpha (1 + (\mu - 1)^2 x^2)$$

$$\Rightarrow \frac{p\mu - p - \alpha(1 - p)}{1 - p} = \alpha(\mu - 1)^2 x^2$$

$$\Rightarrow p\mu - (1 - \alpha)p - \alpha = \alpha(\mu - 1)^2 x^2$$

equivalentemente:
$$x^* = \frac{1}{\mu - 1} \left(\frac{p\mu - (1 - \alpha)p - \alpha}{1 - p} \right)^{1/2}$$

Basta probar que $p\mu - (1 - \alpha)p - \alpha \ge 0$

$$p\mu - (1 - \alpha)p - \alpha \ge p\mu - (1 - \alpha) - \alpha = p\mu - 1 > 0$$

 x^* está bien definido.

3.3. Ahorro precaucional

Supongamos $F_1, ..., F_n$ distribuciones y la siguiente sucesión de Variables aleatorias $(x_1^t)_{t=1}^{\infty}, ..., (x_n^t)_{t=n}^{\infty}$ independientes $x_j^t \sim F_j \, \forall \, t \in \mathbb{N}$.

Sean $\alpha_1, ..., \alpha_n \in \Re^+ \cdot \ni \cdot \sum_{j=1}^n \alpha_j = 1$, definimos:

$$z_1 = \sum_{j=1}^n \alpha_j x_j'$$

$$z_{t+1} = \sum_{j=1}^{n} \alpha_j x_j^{t+1} + z_t$$

Supongamos que $E[x_i^t] > 1 \ \forall t \in \mathbb{N} \to E[z_t] = tE[z_1] = t\mu > 1$

Problema:

Encontrar $y \cdot \ni \cdot (1 - ty) + yz_t \ge y \ \forall t \in \mathbb{N}$ con probabilidad $(1 - \alpha) \times 100 \%$. $(y \in [0, 1])$.

equivalentemente: Encontrar $k \leq 0 \cdot \exists \cdot z_t \geq t + k \ \forall t \in \mathbb{N}$ con probabilidad $(1 - \alpha) \times 100 \%$.

Sol:

Sea $\mu = E[z_1], \, \sigma^2 = Var[z_1]$

Usando el T.C.L.: $z_t \to N(t\mu, t\sigma^2) \ \forall t \in \mathbb{N}$

(I)
$$p(z_1 \ge 1+k) = p\left(\frac{z_1 - \mu}{\sigma} \ge \frac{(1+k) - \mu}{\sigma}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{k - (\mu - 1)}{\sqrt{t}\sigma}\right)$$

(II)
$$p(z_{t+1} \ge (t+1) + k | z_t \ge t + k) = \frac{p(z_{t+1} \ge (t+1) + k, z_t \ge t + k)}{p(z_t \ge t + k)}$$

$$p(z_t \ge t + k) = p\left(\frac{z_t - t\mu}{\sqrt{t}\sigma} \ge \frac{k - t(\mu - 1)}{\sqrt{t}\sigma}\right)$$
$$= 1 - \Phi\left(\frac{k - t(\mu - 1)}{\sqrt{t}\sigma}\right)$$

• $z_{t+1} = y_t + z_t \text{ con } y_t \sim (\mu, \sigma^2), \ y_t, z_t \text{ independientes}$ $z_t \sim (t\mu, t\sigma^2)$

$$f(y_t, z_t) \simeq \frac{1}{2\pi\sqrt{t}\sigma^2} \exp\{-\frac{1}{2\sigma^2}[(y_t - \mu)^2 + \frac{1}{t}(z_t - t\mu)^2]\}$$

Sea

$$\omega_t = y_t + z_t \qquad y_t = \omega_t - v_t$$

$$v_t = z_t \qquad z_t = v_t$$

$$\to J = \begin{pmatrix} 1 - 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \to |det(J)| = 1$$

$$f(z_{t+1}z_t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{t}\sigma^2} \exp\{-\frac{1}{2\sigma^2}[(z_{t+1} - z_t - \mu)^2 + \frac{1}{t}(z_t - t\mu)^2]\}$$

$$\rightarrow p(z_{t+1}) \ge (t+1) + k, z_t \ge t + k$$

$$= \int_{t+h}^{\infty} \int_{t+1+h}^{\infty} \frac{1}{2\pi\sqrt{t}\sigma^2} \exp\{-\frac{1}{2\sigma^2}[(z_{t+1}-z_t-\mu)^2 + \frac{1}{t}(z_t-t\mu)^2]\} dz_{t+1} dz_t$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{t}\sigma^2} \int_{t+k}^{\infty} \exp\{-\frac{1}{2\sigma^2 t} (z_t - t\mu)^2\} \int_{t+1+k}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\{-\frac{1}{2\sigma^2} [(z_{t+1} - z_t - \mu)^2\} dz_t$$

$$^{1} = \frac{1}{2\pi\sqrt{t}\sigma^{2}} \int_{t+k}^{\infty} \exp\{-\frac{1}{2\sigma^{2}t}(z_{t} - t\mu)^{2}\} \left[1 - \Phi\left(\frac{k + t - z_{t} - (\mu - 1)}{\sigma}\right)\right]$$

$$\overline{z_t} = \frac{1}{t}z_t, \ d\overline{z_t} = \frac{1}{t}dz_t, \ (\overline{z_t})_0 = 1 + \frac{k}{t}, \ (\overline{z_t})_1 = \infty$$

$$= \frac{\sqrt{t}}{2\pi\sqrt{t}\sigma^2} \int_{1+k/t}^{\infty} \exp\{-\frac{t}{2\sigma^2} (\overline{z}_t - \mu)^2\} \left[1 - \Phi\left(\frac{k + t(1 - \overline{z}_t) - (\mu - 1)}{\sigma}\right) \right] d\overline{z}_t$$

Por tanto:

$$p(z_{t+1}) > (t+1) + k, z_t > t+k$$

$$\simeq \frac{\sqrt{t} \int_{1+k/t}^{\infty} \exp\{-\frac{t}{2\sigma^2} (\overline{z}_t - \mu)^2\} \left[1 - \Phi\left(\frac{k + t(1 - \overline{z}_t) - (\mu - 1)}{\sigma}\right)\right] d\overline{z}_t}{\sqrt{2\pi} \sigma\left(1 - \Phi\left(\frac{k - t(\mu - 1)}{\sqrt{t}\sigma}\right)\right)}$$

Para calcular k se resuelve la siguiente ecuación:

$$\log(1-\alpha) = \log(p|z_1 \ge 1+k) + \sum_{t=1}^{\infty} \log(p(z_{t+1}) \ge (t+1) + k, \ z_t \ge t+k)$$

$$y = \frac{1}{1-k}$$

Se realizó una muestra $y_1,...,y_n,$ donde:

$$y_1 = CA(p_i, \mu_i, \sigma_i)$$

Donde:

¹Ver Apéndice A

- ullet p_i : Un valor de probabilidad deseado.
- M_i : Un valor de $E[z_1]$ dado.
- δ_i : Un valorde $Var(z_i)^{1/2}$.
- CA: La función que se define implícitamente de resolver las ecuaciones para calcular la cantidad de apostar.

A tales datos se les ajustó el siguiente modelo lineal:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 p_i + \beta_2 \mu_i + \beta_3 \sigma_i + \varepsilon_i$$

El ajuste es el siguiente:

$$\beta_0 = 0.2925$$

$$\beta_1 = -0.9975$$

$$\beta_2 = 1.3772$$

$$\beta_3 = -1.1127$$

Con
$$R^2 = 0.95$$
.

En adelante, se tomará como aproximación lo siguiente:

$$CA(p, \mu, \sigma) \simeq 0.2925 - 0.9975p + 1.3772\mu - 1.1127\sigma$$

3.4. Evolución de la cantidad a Apostar

Problema: Decidir p de manera óptima.

Sea x la cantidad de ingresos restantes ($o \ge x \ge 1$, en porcentaje), y μ , σ la media y la desviación estandar de apostar en un periodo dados.

Supongamos $U_1, U_2 : \Re^+ \to \Re^+$ funciones de utilidad del dinero. (U_1 ganancias, $-U_2$ pérdidas) $\cdot \ni \cdot$ son no decrecientes y una vez continuamente diferenciables. Considerese la siguiente función:

$$f(p; x, \mu, \sigma) = [beneficio] - [costo]$$

$$f(p; x, \mu, \sigma) = [pU_1(y(p, \mu, \sigma)\mu x)] - [(1-p)U_2(x)]$$

Suponiendo $y(p, \mu, \sigma) = a_0 - a_1 p + a_2 \mu - a_3 \sigma$ se obtiene:

$$a_i \ge 0, \ i = 0, ..., 3$$

$$f = pU_1((a_0 - a_1p + a_2\mu - a_3\sigma)\mu x) - (1-p)U_2(x)$$

El problema es:

max f

Sol:

$$f'(p) = -pU_1'((a_0 - a_1p + a_2\mu - a_3\sigma)\mu x)a_1\mu x$$
$$+U_1((a_0 - a_1p + a_2\mu - a_3\sigma)\mu x) + U_2(x) = 0$$

Si U_1 es cóncava $\to p^*$ es un maximizador.

Forma aproximada de obtener p:

$$y = a_0 - a_1 p + a_2 \mu - a_3 \sigma$$

 \rightarrow Sea $b=a_1\mu x,\,p_0$ una aproximación de p. Definimos:

$$\omega = y\mu x, \quad \omega_0 = y(p_0, \mu, \sigma)\mu x$$

$$\to U_1(\omega) = U_1(\omega_0) + U_1'(\omega_0)(\omega - \omega_0) + O((\omega - \omega_0))$$
$$= U_1(\omega_0) + bU_1'(\omega_0)(\omega_0)(p - p_0) + O((\omega - \omega_0))$$

Podemos aproximar f por:

$$f(p) \simeq p[U_1(\omega_0) + bU_1'(\omega_0)(\omega_0)(p - p_0)] - (1 - p)U_2(x)$$

$$\Rightarrow f'(p) \simeq U_1(\omega_0) - 2bU_1'(\omega_0)p + bU_1'(\omega_0)p_0 + U_2(x) = 0$$

$$\Rightarrow p \simeq \frac{1}{2bU_{*}'(\omega_{0})}[U_{1}(\omega_{0}) + U_{2}(x)] + \frac{1}{2}p_{0}$$

Supongamos $U_1: \Re^+ \to \Re^+$ dada por $U(\omega) = \omega^{\alpha}$ $(0 < \alpha \le 1)$ y $U_2(x) = \beta x$

Notese que:

$$\bullet \ \frac{\omega_0}{b} = \frac{a_0 - a_1 p + a_2 \mu - a_3 \sigma}{a_1}$$

$$\Rightarrow p \simeq \frac{1}{2\alpha a_1} [a_0 + a_2\mu - a_3\sigma + \frac{\beta}{\mu} [(a_0 - a_1p_0 + a_2\mu - a_3\sigma)\mu x]^{1-\alpha}] + \frac{1}{2} (1 - \frac{1}{\alpha})p_0$$

Supongamos ahora que f es de la siguiente forma:

$$f(p) = pU_1(y(p, \mu, \sigma) \cdot \mu x) - (1 - p)U_2(x) - pU_3(\theta(k\sigma - \mu))$$

i.e. Hay pérdidas potenciales por el riesgo de la inversión considerar

$$U_3(\theta(k\sigma-\mu))U_2(\theta(k\sigma-\mu)x)I(\theta(k\sigma-\mu)\geq 0)$$

 \Rightarrow De manera análoga se obtiene:

$$p \simeq \frac{1}{2bU'(\omega_0)} [U_1(\omega_0) + U_2(x) + U_2(\theta(k\sigma - \mu)xI_{\{m \ge 0\}}] + \frac{1}{2}p_0$$

Si tomamos $U_1(\omega)0\omega^{\alpha}$, $U_2(x) = \beta x$

$$p \simeq \frac{1}{2\alpha a_1} \{ (a_0 + a_2\mu - a_3\sigma) + \frac{\beta_1}{\mu} [1 + (\beta_2\sigma - \beta_3\mu)I_{\{m \ge 0\}}] [(a_0 - a_1p + a_2\mu - a_3\sigma)\mu x]^{1-\alpha} \} + \frac{1}{2} (1 - \frac{1}{\alpha})p_0$$

Capítulo 4

Back Office

4.1. Descripción General

El ecosistema de Egobets consiste principalmente de cuatro piezas de software. Ver la figura 4.1. En este capítulo se describirán las tres piezas que el usuario adminstrativo debe usar para poder a echar a andar toda la maquinaria detrás del sistema. A todo este conjunto de herramientas y programas que el usuario necesita para esta tarea se le conocerá como *Back Office*.

El Sistema de recopilación de información y estadísiticas de los partidos (Sistema de recopilación), el Portal administrativo y el Portal público corren bajo una arquitectura cliente servidor; mientras que el Sistema de estimación de probabilidades (Sistema de estimación) corre en un ordenador personal.

Grosso modo el proceso que se lleva a cabo en el *Back Office* para alimentar el *Portal público* (Ver la figura 4.2), se puede describir de la siguiente manera:

1. A través del *Sistema de recopilación* los administradores descargan de la página de Internet de ESPN los resultados de todos los partidos de la temporada junto con la información de los próximos

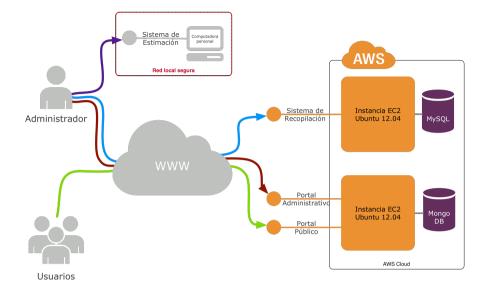


Figura 4.1: Diagrama de sistemas y usuarios

partidos por jugar de cada una de las ligas Europeas.

- Los datos recopilados permiten a los administradores generar un conjunto de archivos de texto con toda la información de los resultados de los últimos partidos y las fechas de los próximos partidos.
- 3. Los administradores usan estos archivos para alimentar el *Sistema de estimación* y calcular los pronósticos de los próximos partidos y las probabilidades de los resultados.
- 4. Se obtienen los archivos que contienen la información de los próximos partidos así como la información de los equipos por liga y su desempeño en la temporada en curso.
- 5. En el *Portal administrativo* se ingestan los archivos obtenidos con la información de los próximos partidos, resultados de partidos

anteriores y las estadísticas de los equipos en la temporada en curso.

6. Finalmente, con la nueva información ingresada, los usuarios podrán disfrutar en el *Portal público* sus recomendaciones peronalizadas de apuestas.



Figura 4.2: Diagrama de flujo de información

4.2. Sistema de recopilación de información y estadísticas de los partidos

A grandes rasgos el sistema de recopilación recupera todos los partidos que se juegan por temporada en cada una de las ligas¹. Para esto se dividirá este Sistema en los siguientes módulos:

- 1. Recuperación de fechas de partidos próximos.
- 2. Recuperación de información de partidos jugados.
- 3. Generación de archivos con resultados.

 $^{^{1}\}mathrm{Egobets}$ se enfoca en las ligas: alemana, españona, francesa, inglesa e italiana

Adicionalmente en esta sección se describirá el funcionamiento del Sistema de Estimación. Sin embargo, al ser un conjunto de programas en *Fortran* que son ajenos al autor, no se profundizará en los detalles del desarrollo del mismo.

Para poder comenzar la recuperación de información, es importante contar con los equipos que estén jugando esta temporada. Dependiendo de los resultados de la temporada anterior, los equipos que hayan quedado hasta abajo en la tabla de posición descienden a ligas menores y a su vez suben los mejores de estas ligas. Ver figura 4.3

Al ingresar al Sistema de recopilación se tienen

4.2.1. Diseño de la solución

[12]

Los Equipos			
Barcelona	83	Activo	<i> ▶</i> Editar
Real Madrid	86	Activo	<i> </i>
Valencia	94	Activo	
Tenerife	245	⊘ Inactivo	

Figura 4.3: Ejemplo de equipos de la liga española²

²Es importante mencionar que se usan aproximadamente los últimos quinientos partidos para la generación de los archivos, esto implica que se deben tener en base de datos los equipos que participaron en las pasadas dos temporadas de juegos. Por este motivo de pueden encontrar equipos que se encuentran en el sistema con la bandera de inactivos.

4.2.2. Recuperación de fechas de partidos próximos.



Figura 4.4: Recuperación de próximos partidos

4.2.3. Recuperación de información de partidos jugados.

	artidos pasados.	e acaban de obtener			
Detalles de los res		0.000000			
e encontraron 4 partidos en la página de	e results				
 Hoy 12:00 hrs	Malaga	Rayo Vallecano	ID: 402546	No, ya lo tienes	
 Hoy 12:00 hrs	👸 Espanyol	Deportivo La Coruña	ID: 402542	Nel, ya lo tienes	
 Hoy 12:00 hrs	₩Sevilla FC	🐞 Villarreal	ID: 402548	Nel, ya lo tienes	
 Hoy 12:00 hrs	(g)Getafe	Atletico Madrid	ID: 402540	Tiros: 0 Nel, ya lo tienes	
son insertables					

Figura 4.5: Recuperación de resultados de partidos ya jugados

4.2.4. Generación de archivos con resultados.

4.2.5. Sistema de estimación de probabilidades

4.3. Portal administrativo

4.3.1. Inicio de Sesión

Se ingresa al sistema a través la dirección de internet:

${\bf https://admin.egobets.com}$

Se presenta la pantalla de inicio de sesión donde se introcue el nombre de usuario y contraseña. Véase las figuras $4.6~\mathrm{y}~4.7$





Figura 4.6: Login

Figura 4.7: Ingreso de datos

Al dar click en el botón de <u>Entrar</u>, se habrá iniciado sesión, y se está habilitado para comenzar a trabajar.

Una vez que se haya terminado de usar el sistema, se debe cerrar la sesión, lo cual se puede hacer dando click sobre el botón de Salir. Véase figura 4.8



Figura 4.8: Cerrar Sesión

Al hacerlo, se terminará de manera segura la sesión .

4.3.2. Ingesta

A través de este módulo se alimenta el sistema con la información necesaria para que la aplicación trabaje correctamente.

Lo elementos que se ingresan en este módulo son:

- Próximos partidos
- Resultados de partidos anteriores
- Estadísticas de los equipos en la temporada

Al entrar a esta sección, se encuentra un campo para seleccionar el tipo de ingesta que se quiere realizar, en este caso hay dos opciones:

- Partidos
- Equipos

Véase figura 4.9



Figura 4.9: Subir archivos y procesarlos³

 $^{^3\}mathrm{Toda}$ la información referente a los archivos que se deben subir se encuentra en el appendix B

Partidos



Figura 4.10: Partidos procesados por el sistema

Para subir la información de los partidos de la jornada que comienza, se selecciona del menú la opción de **Partidos**, y se presiona el botón <u>Seleccionar archivo</u> donde se elige el archivo correspondiente. Una vez seleccionado el archivo a ingestar y el tipo de datos que contiene, se oprime el botón de Procesar, lo cual comienza el proceso de ingesta.⁴

Con el archivo ya procesado, se puede verificar la interpretación que el sistema realizó del archivo. Se pueden observar en pantalla los siguientes datos:

- Identificador único y nombre del equipo local
- Identificador único y nombre del equipo visitante
- Marcadores de equipo local y visitante

⁴Una vez que comenzado el proceso de ingesta (ya sea de equipos ó partidos), se tienen sólo 10 minutos para verificar que los datos sean correctos. De no hacerlo, el sistema no procesará el archivo hasta que se suba nuevamente

- Probabilidades de local, empate y visitante
- Fecha en la que se llevará a cabo el partido

Si hay algún error en la información se puede presionar <u>Cancelar</u> e intentarlo nuevamente, si la información es la correcta se oprime el botón de Aceptar.

Equipos



Figura 4.11: Actualizando datos de los equipos

Para la ingesta de datos de los equipos se selecciona la pestaña de Equipos en la pestaña y luego se presiona el botón **Seleccionar archivo**. Una vez que se seleccione el archivo a ingestar y el tipo de datos que contiene, se oprime el botón de <u>Procesar</u>, para comenzar el proceso de ingesta. Cuando el archivo termina de ser procesado el sistema presentará la interpretación del archivo, donde se podrán verificar los siguientes datos:

- Nombre del equipo
- Indicadores de ataque y promedio de ataques:
 - Medio Centro

- Delanteros
- Definición
- Indicadores de defensa y promedio de defensas:
 - Medio centro,
 - Defensa
 - Portero
 - Posesión

Si hay algún error en la información se puede presionar <u>Cancelar</u> e intentarlo nuevamente, si la información es la correcta se oprime el botón de Aceptar.

Resultados Anteriores

Al dar clic en el botón de <u>Resultados Anteriores</u> se pueden ver y modificar los resultados de los partidos de la semana pasada. En esta pantalla se actualizan los marcadores, al terminar se da click en Guardar Resultados.

Si el marcador de un partido que ya tenía resultado se deja en blanco no será modificado al guardar y se mostrará el resultado que tenía previamente.



Figura 4.12: Actualizando marcadores de la liga italiana

4.3.3. Usuarios

Se muestran de quince en quince todos los usuarios inscritos a Egobets, para ver los siguientes quince usuarios se da click en el botón Siguiente. Cada usuario tiene un botón de Detalles y Eliminar.

Detalles de Usuario

El botón Detalles en el listado presenta la información más detallada del usuario. Aquí se puede ver su información y preferencias:

- Historial. Indica las últimas ganancias y pérdidas por jornada
- **Perfil de riesgo.** Despendiendo de la encuesta realizada por usuario se tiene su adversidad al riesgo.
- Casas de apuesta. En el sistema se tienen varias Casas que proporcionan distintos momios para los partidos.



Figura 4.13: Listado de Usuarios

- Favoritos. Los equipos favoritos del usuario
- Transacciones realizadas. Los últimos pagos realizados.
- Usuario desde. Tiempo que lleva como usuario de Egobets.
- Estatus de actividad. Al ser un sistema de paga los usuarios pagan por jornada para recibir la asesoría de apuestas.
 - Activo: el usuarios está recibiendo recomendaciones.
 - Inactivo: el usuario no está recibiendo recomendaciones.

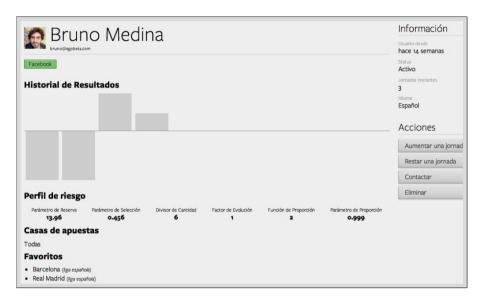


Figura 4.14: Vista del detalle de usuario

- Jornadas restantes. La cantidad de Jornadas que el usuario va seguir recibiendo asesorías.
- Idioma. En que lenguaje lee el portal el usuario (Inglés o Español)

Acciones Administrativas

- Aumentar/Restar una Jornada. Una jornada le permite al usuario recibir la asesoría de los siguientes partidos. Los administradores del sistema le pueden otorgar o quitar a los usuarios jornadas con tan solo click en el botón.
- Contactar. Permite al administrador enviar un correo desde su progama predeterminado de correo al usuario.
- Eliminar. Todos los datos del usuario son eliminados del sistema.

 $^{^5\}mathrm{La}$ información de los usuarios eliminados no podrá ser rescatada.



Figura 4.15: Confirmar la eliminación de un usuario⁵

4.3.4. Pagos

Los pagos de los usuarios se cambian por la sugerencia de apuestas de una jornada. En esta sección se muestra un listado de las transacciones monetarias más recientes y su información general.



Figura 4.16: Listado con los últimos pagos realizados

Los detalles de las transacciones son:

- Fecha en la que la transacción se inicio.
- Número de transacción en la cuenta de PayPal de Egobets.
- Nombre y el correo del usuario que realiza la transacción, al dar clic sobre su nombre seremos dirigidos a la información detallada de dicho usuario
- Cantidad de jornadas por las que se realiza la transacción

- Cantidad monetaria por la que se realiza la transacción
- Estatus de la transacción:
 - Pendiente: se ha iniciado la transacción para la compra de jornadas, sin embargo aun no ha concluido.
 - Pagada: se realizó exitosamente y las jornadas han sido agregadas al usuario.

4.3.5. Estadísticas

Esta sección muestra las estadísticas y gráficas a los usuarios administrativos con información relevante de: ganancias y pérdidas de los usuarios, resultados de las predicciones, preferencias de los usuarios, pagos y partidos.

Resultados Netos

Indica el promedio de las ganancias y pérdidas de todos los usuarios en las últimas cinco jornadas, esta información se puede ver de manera porcentual o en cantidad neta. Véase figura 4.17



Figura 4.17: Ganancias y pérdidas de los usuarios

Mayor Pérdida. Indica la mayor pérdida porcentual que se ha dado en la última jornada y al dar click presenta el perfil de dicho usuario.

Mayor Ganancia. Indica la ganancia porcentual mayor que se ha dado en la última jornada y al dar click presenta el perfil de dicho usuario.

Usuarios y sus Datos

Total. Número total de usuarios registrados y al dar click presenta la sección de Usuarios.

Nuevos. Número de usuarios registrados recientemente y al dar click presenta la sección de <u>Usuarios</u>.

Véase figura 4.18



Figura 4.18: Usuarios recién inscritos

Además, el sistema muestra la siguiente información general, porcentaje de usuarios que:

- Usan Facebook para conectarse a Egobets
- Usan apuestas dobles
- Usan reserva
- Ven Egobets en inglés
- Se encuentran activos.

Véase figura 4.19

Pagos Recibidos

Última Semana. Se representan las ganancias monetarias que obtenidas durante la última semana. Al dar click se muestra la sección de **Pagos**.

Transacciones en total. Indica el número de transacciones que se han realizado durante todo el tiempo del sistema.

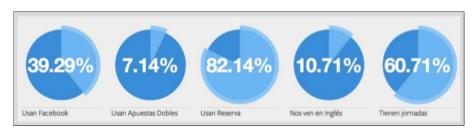


Figura 4.19: Datos estadísticos de los usuarios



Figura 4.20: Pagos más recientes

Partidos y Predicciones

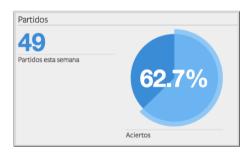


Figura 4.21: Partidos acertados

Aciertos Presenta la cantidad de partidos de esta semana y al dar clic nos lleva a la sección de Ingesta.

Aciertos Representan con una gráfica la cantidad de aciertos obtenidos en las predicciones hechas en partidos pasados. Al presionarla se

dirige el navegador a los Resultados Anteriores dentro de la sección de Ingesta.

4.3.6. Correos

En esta sección se puede enviar correos a un subconjunto de usuarios registrados en Egobets. Los mensajes deberán ser escritos en Español y en Inglés para que el correo recibido dependa del lenguaje elegido por el usuario al crear su cuenta. Los grupos de usuarios con los que nos se puede comunicar son:

- Todos los usuarios
- Usuarios activos: aquellos que tienen jornadas pagadas
- Usuarios inactivos: aquellos que ya no tienen jornadas pagadas
- Usuarios registrados: aquellos que se registraron pero no han confirmado su correo

Véase figura 4.22



Figura 4.22: Comunicación con los usuarios

Para redactar los textos, se debe usar la sintaxis de Markdown⁶. Se pueden usar textos de reemplazo cuándo se quieran personalizar los mensajes, para esto basta con utilizar las palabras clave: {nombre}, {correo} y {id}, las cuales el sistema sustituirá, al momento de mandar el correo, por los valores correspondientes para cada usuario.

 $^{^6}$ El hipervínculo de $\underline{\text{Markdown}}$ redirige a una página dónde se puede aprender sobre el uso de esta sintaxis.

Capítulo 5

Portal público

- 5.1. Perfil de usuario
- 5.2. Encuesta de adversidad al riesgo
- 5.3. Ahorro precaucional
- 5.4. Sugerencia de apuestas
- 5.5. Pagos en línea
- 5.6. Power ranking

Capítulo 6

Conclusiones

Apéndice A

Listado de los equipos

Se presenta por país los Clubs de Futbol que tienen permitido participar en las ligas nacionales más importantes.

A.1. Alemania

- 1. FC Kaiserslautern
- 1. FC Köln GmbH & Co.KGaA
- 1. FC Nürnberg
- 1. FSV Mainz 05
- Bayer 04 Leverkusen Fußball GmbH
- Borussia Dortmund GmbH & Co. KGaA
- Borussia VfL 1900 Mönchengladbach GmbH
- DSC Arminia Bielefeld GmbH & Co. KGaA

- Eintracht Frankfurt Fußball AG
- FC Augsburg 07
- FC Bayern München AG
- FC Carl Zeiss Jena e.V.
- FC Energie Cottbus
- FC Erzgebirge AueFC Hansa Rostock
- FC Schalke 04
- FC St. Pauli
- Hamburger SV
- Hannover 96 GmbH & Co. KGaA

- Hertha BSC Berlin KGmbH aA
- Karlsruher SC
- MSV Duisburg GmbH & Co.KGaA
- Offenbacher Fußballclubs Kickers 1901 e.V.
- SC Freiburg
- SC Paderborn 07 e.V.
- SpVgg. Greuther Fürth GmbH & Co. KG
- SV Wehen 1926 Wiesbaden

- TSG Hoffenheim
- TSV Alemannia Aachen
- TSV München von 1860 GmbH & Co. KGaA
- TuS Koblenz 1911 e.V.
- VfB Stuttgart 1893 e.V.
- VfL Bochum
- VfL Osnabrück
- VfL Wolfsburg-Fußball
 GmbH
- Werder Bremen GmbH & Co. KGaA

A.2. España

- Alavés
- Albacete
- Alcorcón
- Almería
- Athletic
- Atlético
- Celta
- Córdoba
- Deportivo
- Eibar
- Elche
- Espanyol
- FC Barcelona
- FC Barcelona B
- Getafe

- Girona
- Granada
- Las Palmas
- Leganés
- Levante
- Llagostera
- Lugo
- Málaga
- Mallorca
- Mirandés
- Will all aco
- Numancia
- Osasuna
- R. Betis
- R. Madrid

Ponferradina

- R. Sociedad
- Racing
- Rayo
- Recreativo
- Sabadell
- Sevilla

A.3. Francia

- AC Ajaccio
- AC Arles Avignon
- AJ Auxerre
- Amiens SC
- Angers SCO
- AS Beauvais
- AS Cannes
- AS Monaco
- AS Nancy-Lorraine
- AS Red Star 93
- AS Saint-Etienne
- ASOA Valence
- Besancon RC
- CA Bastia
- Chamois Niortais
- Châteauroux
- Clermont Foot
- CS Louhans-Cuiseaux
- CS Sedan
- Dijon FCO
- EA Guingamp

- Sporting
- Tenerife
- Valencia
- Valladolid
- Villarreal
- Zaragoza
- ES Wasquehal
- ESTAC Troyes
- Evian TG FC
- FC Gueugnon
- FC Libourne Saint Seurin
 - FC Lorient
 - FC Martigues
 - FC Metz
 - FC Mulhouse
 - FC Nantes
 - FC Rouen 1899
 - FC Sète 34
 - FC Sochaux-Montbéliard
 - GF38
 - GFC Ajaccio
 - Girondins de Bordeaux
 - Havre AC
 - Le Mans FC
 - LOSC Lille
 - Montpellier Hérault SC
 - Nîmes Olympique

- OGC Nice
- Olympique d'Alès
- Olympique de Charleville
- Olympique de Marseille
- Olympique Lyonnais
- Paris Saint-Germain
- Perpignan FC
- RC Lens
- RC Strasbourg
- SA Epinal
- SC Toulon
- SM Caen
- Stade Brestois 29

- Stade Briochin
- Stade de Reims
- Stade Lavallois
- Stade Poitevin
- Stade Rennais FC
- Toulouse FC
- Tours FC
- US Boulogne CO
- US Créteil-Lusitanos
- US Dunkerque
- US Orléans
- Valenciennes FC
- Vannes OC

A.4. Inglaterra

- Arsenal
- Aston Villa
- Barnsley
- Birmingham City
- Blackburn Rovers
- Blackpool
- Bolton Wanderers
- Bradford City
- Burnley
- Cardiff City
- Charlton Athletic
- Chelsea
- Coventry City
- Crystal Palace

- Derby County
- Everton
- Fulham
- Hull City
- Ipswich Town
- Leeds United
- Leicester City
- Liverpool
- Manchester City
- Manchester United
- Middlesbrough
- Newcastle United
- Norwich City
- Nottingham Forest

- Oldham Athletic
- Portsmouth
- Queens Park Rangers
- Reading

- Sheffield United
- Sheffield Wednesday
- Southampton

A.5. Italia

- AC Milan
- AS Roma
- Atalanta
- Cagliari
- Cesena
- Chievo Verona
- Empoli
- Fiorentina
- Genoa
- Verona

- Inter Milan
- Juventus
- Lazio
- Napoli
- Palermo
- Parma
- Sampdoria
- Sassuolo
- Torino
- Udinese

Apéndice B

Formatos de archivos para la ingesta en el Portal de Administrativo

Los tipos de archivos que el sistema procesa son archivos de texto plano, en codificación UTF-8 con ó sin BOM, en formato CSV, en el que la separación de valores se logra mediante tabulaciones, ó el caracter "\t", y cada línea se termina con el caracter de nueva línea de Unix, es decir "\n"; el archivo debe contener todos los campos y estar en el orden indicado.

Con esto en mente, todas las variables presentadas aquí deberán ser escritas en el mismo renglón separadas por comas. Se ordenan en dos columnas únicamente para el ahorro de espacio.

B.1. Formato de archivo para Partidos

- 1. Identificador único del equipo local,
- 2. Identificador único del equi-
- po visitante,
- 3. Marcador local,
- 4. Marcador visitante,

- 5. Probabilidad local,
- 6. Probabilidad empate,
- 7. Probabilidad visitante,

 Fecha del partido, expresada en segundos desde la época Unix (1 de enero de 1970) en UTC.

B.2. Formato de archivo para Equipos

- Identificador único del equipo,
- 2. Variable local 1,
- 3. Variable local 2,
- 4. Variable local 3,
- 5. Variable local 4,
- 6. Variable local 5,
- 7. Variable local 6,
- 8. Variable local 7,
- 9. Variable de ataque 1-1,
- 10. Variable de ataque 1-2,
- 11. Variable de ataque 1-3,
- 11. Variable de ataque 1-3,
- 12. Variable de ataque 1-4,13. Variable de ataque 1-5,
- 14. Variable de ataque 1-6,
- 15. Variable de ataque 1-1,
- 16. Variable de ataque 1-2,
- 17. Variable de ataque 1-3,
- 18. Variable de ataque 1-4,
- 19. Variable de ataque 1-5,
- 20. Variable de ataque 1-6,
- 21. Variable de ataque 2-1,
- 22. Variable de ataque 2-2,
- 23. Variable de ataque 2-3,

- 24. Variable de ataque 2-4,
- 25. Variable de ataque 2-5,
- 26. Variable de ataque 2-6,
- 27. Variable de ataque 3-1,
- 28. Variable de ataque 3-2,
- 29. Variable de ataque 3-3,
- 30. Variable de ataque 3-4, 31. Variable de ataque 3-5,
- 32. Variable de ataque 3-6,
- 52. Variable de ataque 5-0,
- 33. Variable de defensa 1-1,
- 34. Variable de defensa 1-2,
- 35. Variable de defensa 1-3,
- 36. Variable de defensa 1-4, 37. Variable de defensa 1-5.
- 38. Variable de defensa 1-6,
- 39. Variable de defensa 1-1,
- 40. Variable de defensa 1-2,
- 41. Variable de defensa 1-3,
- 42. Variable de defensa 1-4,
- 43. Variable de defensa 1-5,
- 44. Variable de defensa 1-6, 45. Variable de defensa 2-1,
- 46. Variable de defensa 2-2,
- 47. Variable de defensa 2-3,

- 48. Variable de defensa 2-4,
- 49. Variable de defensa 2-5,
- 50. Variable de defensa 2-6,
- 51. Variable de defensa 3-1,
- 52. Variable de defensa 3-2,
- 53. Variable de defensa 3-3,
- 54. Variable de defensa 3-4,
- 55. Variable de defensa 3-5,
- 56. Variable de defensa 3-6,
- 57. Variable de posesión

Bibliografía

- [1] The Economist. The house wins. http://www.economist.com/blogs/graphicdetail/2014/02/daily-chart-0. [eGaming Review]. 2014.
- [2] International Federetion of Football History y Statistics. La liga más fuerte del mundo. http://www.iffhs.de/the-strongest-national-league-of-the-world/. [En línea; visto el 30 de Octubre del 2014]. 2014.
- [3] Liga de Futbol Profesional. Página oficial de la Liga BBVA. http: //www.ligabbva.com/. [En línea; visto el 30 de Octubre del 2014]. 2014.
- [4] Deutsche Fußball Liga GmbH. *Página oficial de la Bundesliga*. http://www.bundesliga.com/. [En línea; visto el 30 de Octubre del 2014]. 2014.
- [5] Robert C Hannum y Anthony N Cabot. *Practical casino math*. Institute for the study of gambling y commercial gaming, College of business administration, University of Nevada, 2005.
- [6] Ulrich Hesse-Lichtenberger. Tor!: The Story of German Football. WSC Books Limited, 2003.
- [7] KPMG International. Online Gaming A Gamble or a Sure Bet? http://www.kpmg.com/EU/en/Documents/Online-Gaming.pdf. [En línea; visto el 12 de Diciembre del 2014]. 2010.

- [8] Francisco Carlos Martínez Godínez y Beatriz Verónica Gutiérrez Galán. "Cómputo en Nube: Ventajas y Desventajas". En: *Revista . Seguridad, Defensa Digita. UNAM* 08 (2010). [En línea; visto el 12 de Diciembre del 2014].
- [9] Sheldon Ross. A First Course in Probability 7th Edition. Pearson, 2006.
- [10] Goldman Sachs. PartyGaming, 888, Playtech, bwin to Surve on Legal U.S. eGaming. [En línea; visto el 12 de Diciembre del 2014]. 2009.
- [11] David G Schwartz. "Roll the bones: The history of gambling". En: (2013).
- [12] Alfredo Weitzenfeld. Ingeniería de software orientada a objetos con UML, JAVA e INTERNET. Thomson Editors SA, 2005.
- [13] Yogonet. Online Gambling in Mexico: A Safe Bet. 2007.