

INSTITUTO TECNOLÓGICO AUTÓNOMO DE MÉXICO



**EGOBETS, UN SISTEMA COMPUTACIONAL DE  
ASESORÍA DE APUESTAS DE FUTBOL**

TESIS  
QUE PARA OBTENER LOS TÍTULOS DE

INGENIERO EN COMPUTACIÓN Y LICENCIADO EN MATEMÁTICAS  
APLICADAS

PRESENTA

BRUNO MEDINA BOLAÑOS CACHO

ASEORES:  
Dr. OSVALDO CAIRÓ BATTISTUTI  
Dr. ADOLFO J. DE UNÁNUE TISCAREÑO

MÉXICO, D.F.

2014

“Con fundamento en los artículos 21 y 27 de la Ley Federal del Derecho de Autor y como titular de los derechos moral y patrimonial de la obra titulada **“EGOBETS, UN SISTEMA COMPUTACIONAL DE ASESORÍA DE APUESTAS DE FUTBOL”**, otorgo de manera gratuita y permanente al Instituto Tecnológico Autónomo de México y a la Biblioteca Raúl Baillères Jr., la autorización para que fijen la obra en cualquier medio, incluido el electrónico, y la divulguen entre sus usuarios, profesores, estudiantes o terceras personas, sin que pueda percibir por tal divulgación una contraprestación”.

BRUNO MEDINA BOLAÑOS CACHO

---

FECHA

---

FIRMA

*A mis padres*



# Agradecimientos

A mis amigos por todo el apoyo que me han dado para terminar este arduo proyecto. Sin ustedes, no sería quien soy hoy en día, gracias por todas sus enseñanzas y correcciones.



# Índice general

<b>Lista de figuras</b>	<b>IX</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Panorama general de las apuestas</b>	<b>5</b>
2.1. La fascinación por los juegos de azar . . . . .	5
2.2. La casa siempre gana . . . . .	8
2.3. Mercados de apuestas deportivas . . . . .	12
2.4. Bookies y momios . . . . .	15
<b>3. Las matemáticas detrás de Egobets.com</b>	<b>21</b>
3.1. Modelo de un partido de futbol . . . . .	21
3.1.1. Modelo de Poisson bivariada . . . . .	24
3.1.2. Verificando el modelo . . . . .	25
3.2. Reserva un poco para después . . . . .	26
3.3. Proceso para la selección de apuestas . . . . .	26
3.3.1. Variables necesarias . . . . .	27
3.3.2. Funciones de utilidad . . . . .	28
3.3.3. Paso 1 - Determinación de apuestas redituables .	31
3.3.4. Paso 2 - Selección de apuestas . . . . .	34
3.3.5. Paso 3 - Calcular cuento dinero a cada apuesta .	34
3.3.6. Paso 4 - Determinar nivel de reservas . . . . .	35
3.3.7. Paso 5 - Presentando la recomendación . . . . .	39

<b>4. Sistema de Egobets.com</b>	<b>41</b>
4.1. Diseño y arquitectura . . . . .	41
4.2. Servicios . . . . .	42
4.2.1. Encuesta . . . . .	44
4.2.2. Tablero de apuestas . . . . .	45
4.2.3. Pronósticos . . . . .	46
4.2.4. Estadísticas . . . . .	46
4.3. Alimentando el sistema . . . . .	47
4.3.1. Próximos partidos . . . . .	50
4.3.2. Resultados finales . . . . .	50
<b>5. Conclusiones</b>	<b>51</b>
<b>A. La ruina del jugador</b>	<b>55</b>
A.1. Demostración de la ruina del jugador . . . . .	55
A.2. Decidir a favor de quien apostar . . . . .	56
A.3. Decidir la cantidad de dinero a apostar . . . . .	60
A.3.1. Ahorro precaucional . . . . .	65
A.3.2. Evolución del dinero en el tiempo . . . . .	70
<b>B. Ligas europeas de futbol</b>	<b>75</b>
B.1. Bundesliga (Alemania) . . . . .	75
B.1.1. Equipos Alemanes . . . . .	77
B.2. Liga BBVA (España) . . . . .	78
B.2.1. Equipos Españoles . . . . .	80
B.3. Ligue 1 (Francia) . . . . .	81
B.3.1. Equipos Franceses . . . . .	81
B.4. Premier (Inglaterra) . . . . .	83
B.4.1. Equipos Ingleses . . . . .	83
B.5. Serie A (Italia) . . . . .	84
B.5.1. Equipos Italianos . . . . .	84

<b>C. Bases de datos</b>	<b>85</b>
C.1. Dump BD Egobets.com . . . . .	85
C.1.1. Casas de apuestas . . . . .	85
C.1.2. Administradores . . . . .	85
C.1.3. Equipos . . . . .	86
C.1.4. Usuario . . . . .	89
C.1.5. Mailing . . . . .	90
C.1.6. partidos . . . . .	90
C.1.7. Resultados . . . . .	90
C.1.8. system.indexes . . . . .	91
C.1.9. usuarios . . . . .	91
<b>D. Manual de uso del portal administrativo</b>	<b>93</b>
D.1. Inicio de Sesión . . . . .	93
D.2. Ingesta . . . . .	95
D.3. Usuarios . . . . .	98
D.4. Pagos . . . . .	102
D.5. Estadísticas . . . . .	103
D.6. Correos . . . . .	105



# Índice de figuras

2.1. Astrágalos, los predecesores de los datos . . . . .	6
2.2. Miles de millones de dólares en apuestas . . . . .	7
4.1. Arquitectura Cliente Servidor sobre Nube de AWS . . . . .	42
4.2. Representación UML de las colecciones de la base de datos de Egobets . . . . .	43
4.3. Diagrama de sistemas y usuarios . . . . .	48
4.4. Diagrama de entidad-relación de la BD del recopilador . . . . .	49
4.5. Proceso de alimentación del sistema . . . . .	49
A.1. Decidir por quién apostar . . . . .	57
A.2. Decidir si apostar o no apostar . . . . .	58
A.3. Decidir si apostar en función de una utilidad . . . . .	58
A.4. Árbol de probabilidad 4 . . . . .	60
D.1. Login . . . . .	94
D.2. Ingreso de datos . . . . .	94
D.3. Cerrar Sesión . . . . .	94
D.4. Subir y procesar archivos . . . . .	95
D.5. Partidos procesados por el sistema . . . . .	96
D.6. Actualizando datos de los equipos . . . . .	97
D.7. Actualizar resultados Anteriores . . . . .	99
D.8. Listado de Usuarios . . . . .	100
D.9. Vista del detalle de usuario . . . . .	101

D.10.Confirmar la eliminación de un usuario . . . . .	101
D.11.Listado con los últimos pagos realizados . . . . .	102
D.12.Ganancias y pérdidas de los usuarios . . . . .	103
D.13.Usuarios recién inscritos . . . . .	104
D.14.Datos estadísticos de los usuarios . . . . .	104
D.15.Pagos más recientes . . . . .	105
D.16.Partidos acertados . . . . .	105
D.17.Comunicación con los usuarios . . . . .	106

# Capítulo 1

## Introducción

Desde sus orígenes, las apuestas en los partidos de futbol han sido un controversial tema de interés [41]. Predecir los resultados de los partidos y vencer a las casas de apuestas se ha vuelto una fascinación Hollywoodense<sup>1</sup>. Muchos supuestos “oráculos” han utilizado los métodos menos ortodoxos para la predicción de los marcadores [31], e incluso se han llevado a cabo acciones fraudulentas para asegurar los marcadores finales de los partidos<sup>2</sup>. Sin embargo, en la actualidad, las matemáticas y la computación ofrecen un paradigma menos esotérico pero igual de fascinante: la predicción de resultados de partidos de futbol a través de modelos matemáticos.

En este trabajo se describe cómo funciona “**Egobets**”, una aplicación computacional de las matemáticas al estudio de las apuestas de

---

<sup>1</sup>En la película “*Moneyball*” [27] un equipo de béisbol logra resultados sorprendentes al resolver un problema de optimización con fuertes restricciones monetarias. Mientras que en el filme “*21*” [25], basado en el libro “*Bringing Down the House*” [28], un grupo de estudiantes del MIT (Massachusetts Institute of Technology) utiliza una estrategia de conteo infalible para ganar cientos de miles de dólares en el juego de cartas “Black Jack”.

<sup>2</sup>Por ejemplo, en 2006 se suscitó uno de los mayores escándalos en la historia del futbol: “*Calciopoli*”. Se descubrió que varios equipos de la liga italiana conspiraron para influenciar los resultados de los partidos de la temporada 2004/05 [5].

futbol. Egobets provee asesoría de apuestas personalizadas para partidos de futbol de las siguientes ligas europeas: alemana, española, francesa, inglesa e italiana. Su objetivo es, dado un perfil de riesgo, indicar al usuario la cantidad de dinero y las apuestas que debe realizar para buscar tener ganancias al final de la temporada. Para tal fin, se combinan un conjunto de modelos matemáticos en un sistema robusto computacional.

El sistema Egobets es interesante e innovador ya que no sólo predice el resultado de un partido de futbol, sino que además utiliza la información de todas las ligas europeas para ofrecer una estrategia que maximice la cantidad de dinero a ganar del usuario tomando en cuenta su perfil de riesgo. Adicionalmente, el sistema le sugiere al usuario conservar un porcentaje de su dinero para apostar más agresivamente en caso de perder todas las apuestas de la jornada; garantizando así una mayor cantidad de apuestas durante la temporada y con esto, asegurar una mayor probabilidad de obtener ganancias.

Gracias a las Matemáticas se pueden desarrollar modelos de fenómenos tan particulares como lo son los partidos de futbol [14]. Además, como se verá en este documento, proveen las herramientas necesarias para encontrar el conjunto de apuestas a realizar en cada jornada, diversificando el riesgo sobre las apuestas que prometen mayores ganancias. Por otro lado, gracias a los sistemas computacionales y las nuevas tecnologías, se pueden crear las piezas de software de este sistema para ofrecer resultados reales de estas abstracciones matemáticas. Este ecosistema de modelos, aplicaciones y programas funcionan de manera armoniosa presentando resultados al usuario en una interfaz elegante, funcional, simple y fácil de usar.

El alcance de este trabajo es el de describir el sistema desarrollado para asesoría de apuestas Egobets. Se explicarán los distintos programas y sistemas que conforman el desarrollo, así como las teorías matemáticas que dan sustento al mismo. El documento cuenta con un capítulo para el marco teórico más tres capítulos que describen el proyecto realizado.

En el siguiente capítulo, se dan a conocer datos generales de las apuestas que ayudan al lector a comprender la relevancia del sistema

en la industria de las apuestas y en el ámbito científico; también, se revisan las teorías relacionadas más destacadas y los estudios previos más sobresalientes. Finalmente, se dan a conocer las ligas que se estarán analizando y los motivos por las que fueron elegidas.

En el tercer capítulo, partiendo de los siguientes dos supuestos: a) un jugador promedio busca maximizar las ganancias de sus apuestas en función de su adversidad al riesgo y, b) apostar siempre conviene más que no apostar. Se plantea una manera de encontrar la apuesta óptima para un partido. Con base en este planteamiento se sigue el análisis a una jornada: ¿A qué partidos de la jornada el usuario le debería apostar? Finalmente, considerando que el usuario busca apostar en todas las jornadas de la temporada, se ataca el problema de la evolución del dinero a apostar durante toda la temporada.

En el siguiente apartado del estudio, se habla del conjunto de módulos que conforman el Back Office: sistema de recopilación de información y estadísticas de los partidos, sistema de estimación de probabilidades de los partidos y portal administrativo. Se describe cómo el sistema de recolección de información descarga los datos de las ligas, partidos por jugar y estadísticas de los ya jugados. Se comienza detallando el funcionamiento del sistema recolector de datos, desde la ingestión de los equipos participantes en la temporada vigente, hasta la recolección de los tiros realizados en cada partido por cada jugador. Después, con toda la información obtenida de los desempeños de los equipos en los últimos partidos, se describen las ideas detrás de la predicción de las probabilidades de los resultados de los partidos de fútbol. Posteriormente, se exhibe cómo en el portal administrativo se ingresan estas probabilidades junto con los datos de los próximos partidos a jugar. También se detalla cómo este portal, a través de su interfaz gráfica, permite gestionar usuarios, partidos y probabilidades.

En la quinta sección de este estudio, se utilizan las teorías y propuestas de los primeros apartados de esta tesis para el diseño y desarrollo del portal público. Se describe cómo este portal también ofrece al usuario revisar y actualizar su perfil, retomar la encuesta de riesgo, revisar los

últimos resultados de los partidos, ver la tabla de “Power Ranking”<sup>3</sup> y obtener la asesoría de apuestas para la jornada en curso.

---

<sup>3</sup>Una tabla que presenta a los equipos del más fuerte al más débil de la temporada.

## Capítulo 2

# Panorama general de las apuestas

En este capítulo, se explora el panorama general de las apuestas para auxiliar al lector en la comprensión de la relevancia de Egobets en la industria de las apuestas y en el ámbito científico; también, se revisan las teorías relacionadas más destacadas y los estudios previos más sobresalientes. Finalmente, se dan a conocer las ligas que se estarán analizando y los motivos por los que fueron elegidas.

### 2.1. La fascinación por los juegos de azar

Nadie conoce el origen de las apuestas, algunos dicen que todo comenzó con un anónimo paleolítico que rodó unos cuantos huesos para decidir hacia qué dirección ir a cazar [38]. Más adelante, tanto los antiguos griegos como los etruscos examinarían la forma y las características del hígado de una oveja para tomar las mejores decisiones para su futuro<sup>1</sup>. Siglos después, los romanos usarían los huesos astrágalos (Ver

---

<sup>1</sup>Los adivinos llamados “Arúspices” eran los encargados de llevar la tarea de predecir el futuro en función de la examinación de las entrañas de varias bestias.

figura 2.1) de animales como precursores a los dados [38].

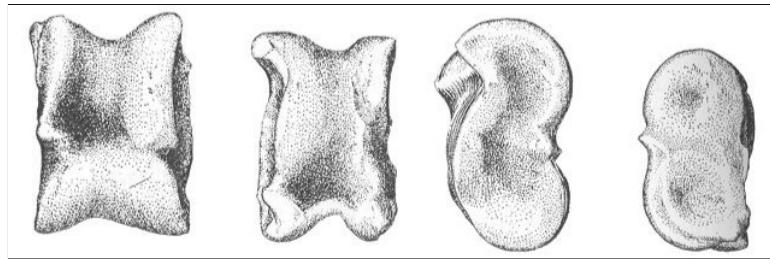


Figura 2.1: Astrágalos, los predecesores de los dados

Hoy en día, las apuestas representan uno de los negocios más rentables del mundo. En 2013, se estimó que las ganancias brutas de esta industria sumaron más de cuatrocientos cuarenta mil millones de dólares<sup>2</sup>. Como se puede observar en la figura 2.2, Estados Unidos encabeza la lista como el país que más gasta en apuestas, seguido por China. También se advierte que los residentes de Australia y Singapur apuestan mucho más agresivamente que los de cualquier otro país. Para terminar, en esta misma gráfica se estima que para el 2018 el gasto en apuestas será de más de quinientos mil millones de dólares.

Con estos datos, la relevancia de la industria de las apuestas en el mundo se vuelve evidente. Por otra parte, con respecto a las apuestas en línea, la firma KPMG [18] reporta que el mercado global de apuestas en línea creció un cuarenta y dos por ciento de Veintún mil doscientos millones de dólares en 2008 a Treinta mil millones de dólares en 2012. Este porcentaje es notablemente superior al quince por ciento esperado para el crecimiento del total de la industria de apuestas para el mismo periodo.

Específicamente en Estados Unidos, Goldman Sachs valoró en 2009 que el mercado de apuestas en línea en caso de ser legalizado<sup>3</sup> podría

---

<sup>2</sup>Acorde a la empresa de Inteligencia de Mercado “H2 Gambling Capital” [7].

<sup>3</sup>El “Unlawful Internet Gambling Enforcement Act of 2006” (UIGEA) prohíbe a los

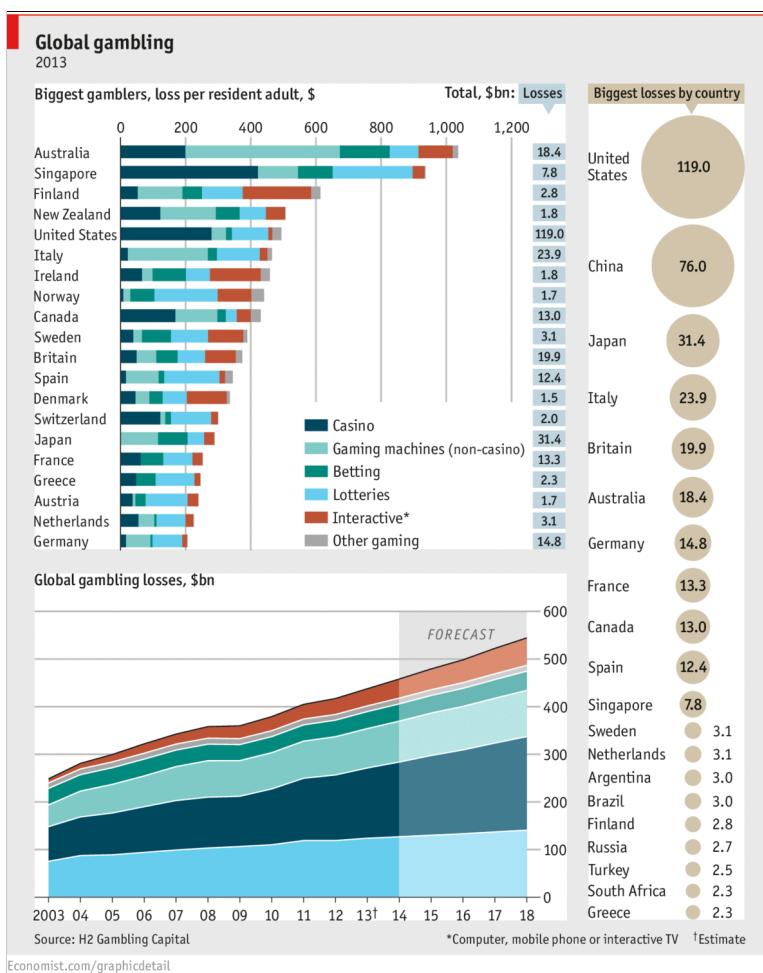


Figura 2.2: Miles de millones de dólares en apuestas

bancos y a las compañías de tarjetas de crédito procesar cargos relacionados a casinos en línea. Según Alexander, G. [1] las cuatro preocupaciones federales principales detrás de este acto son: Primero, el internet provee un acceso fácil a las apuestas, esto

valer hasta doce mil millones de dólares [36]. En este mismo documento de KPMG [18], México se propone como un mercado potencialmente lucrativo. Una de las principales razones es la legislación que permite el juego en línea<sup>4</sup>. La otra razón, el valor del mercado mexicano del juego en línea se estima en cuatro mil seiscientos millones de dólares [44].

## 2.2. La casa siempre gana

*“No hay proposición más cierta en matemáticas que la siguiente: Entre más boletos [de lotería] compre, más probabilidades tiene de ser un perdedor. Compre todos los boletos de la lotería y pierda con certeza; cuanto más boletos compre, más cerca estará de esta certeza”*

– Adam Smith, *Filósofo* [40]

El principio básico detrás de un casino es muy sencillo: *la ventaja de la casa*. Cada uno de los juegos que ofrece el casino tiene detrás un robusto sustento matemático, de manera que a pesar de aparentar ser un juego justo, le confiere a la casa una ventaja porcentual sobre el conjunto de jugadores. Al final del día, esta ventaja y la ley de los grandes números, le garantizan a los casinos que a largo plazo tendrán suficientes ganancias para subsistir, mantener su operación y gozar de utilidades sorprendentes. Sin embargo, no hay que olvidar que los fenómenos estudiados siguen siendo producto del azar, por lo que una buena racha de

---

podría exacerbar las tentaciones que enfrentan los apostadores compulsivos. Segundo, es muy complicado verificar la mayoría de edad a través de un sitio de apuestas. Tercero, los casinos en linea tienen un incentivo para defraudar a los usuarios gracias a la falta de regulación de la industria. Y cuarto, dado el volumen, la velocidad, el alcance internacional de las transacciones realizadas en internet y el alto nivel de anonimidad que tienen los operadores de casinos electrónicos; los oficiales federales creen que las apuestas en línea son particularmente susceptibles al lavado de dinero.

<sup>4</sup>En 2004, la Ley Federal de Juegos con Apuestas y Sorteos permitió y reguló los Juegos en Línea.

algunos “Grandes Apostadores” podría llegar a asustar aun a los dueños más racionales de casinos [15].

Según Hannum [15] hay dos grandes razones por las que la gente apuesta:

1. **Entretenimiento.** Un individuo podría utilizar mil pesos para ir a un casino o a un concierto. Si la ventaja de la casa es muy grande y la persona pierde su dinero rápidamente, entonces la experiencia del entretenimiento del casino no sería apreciada por el jugador. Por el otro lado, si el casino logra entretener a la persona por una tarde mientras le regala bebidas y comida, entonces puede que este individuo repita la experiencia y nunca más asista a un concierto.
2. **Cambio de Vida.** Si una persona ahorrara cien pesos semanalmente, al final del un año tendría cinco mil doscientos pesos. Pero si ese dinero lo gastara para comprar boletos de lotería, tendría la posibilidad de ganarse cuarenta millones de pesos. Claramente la probabilidad es muy cercana a cero; sin embargo, este gasto podría ser visto por esta persona como una única oportunidad para cambiar su vida.

*La ventaja de la casa,* se puede entender mejor analizando cada uno de los juegos que ofrece el casino y las probabilidades de ganar que tienen los jugadores. Tómese por ejemplo el juego de la ruleta americana<sup>5</sup>: Cuando un jugador apuesta sobre el color negro (i.e. que la pelotita caiga sobre alguna de las casillas negras) entonces se tiene que la probabilidad de que el jugador gane la apuesta es de:

$$p\{\text{La pelotita caiga en casilla negra}\} = \frac{\# \text{ casillas negras}}{\# \text{ casillas totales}} = \frac{18}{38}$$

---

<sup>5</sup>El juego de la ruleta americana consiste en 38 casillas que alternan 18 casillas rojas, 18 casillas negras y 2 casillas verdes. Cuando el crupier hace girar la ruleta, de manera aleatoria cae una pelotita en una de las casillas. Los jugadores apuestan sobre la posición final de la pelotita.

Afortunadamente para la casa, hay 2 casillas que no son color negro ni rojo, por lo que de las 38 casillas sólo 36 tienen estos colores. Por lo tanto, la probabilidad de que la pelotita caiga en una casilla verde es la siguiente:

$$\begin{aligned} p\{\text{La pelotita no caiga ni en casillas rojas ni en negras}\} &= \\ \frac{\# \text{ casillas totales} - (\# \text{ casillas rojas} + \# \text{ casillas negras})}{\# \text{ casillas totales}} &= \\ \frac{38 - 18 - 18}{38} &= \frac{2}{38} \end{aligned}$$

Estos  $\frac{2}{38}$  son la ventaja de la casa, ya que cuando un jugador apuesta al color negro en la ruleta y acierta, recibe la misma cantidad de dinero que podría perder. Sin embargo, apostó a ganar con una probabilidad de  $\frac{18}{38}$ , pero la probabilidad de perder la apuesta es igual a  $1 - \frac{18}{38} = \frac{20}{38}$ . Este detalle hace importante ver el valor esperado que tiene esta apuesta para el jugador:

$$E[\text{Apostar } k \text{ pesos al color negro}] = k \cdot p\{\text{La pelotita caiga en casilla negra}\}$$

$$-k \cdot p\{\text{La pelotita no caiga en casilla negra}\} = k \cdot \frac{18 - 20}{38} = -k \cdot \frac{2}{38}$$

Dado que siempre que se apuesta  $k > 0$ , esto implica que:

$$E[\text{Apostar } k \text{ pesos al color negro}] = -k \cdot \frac{2}{38} < 0; \forall k \in \mathbb{N}$$

Este resultado quiere decir que a la larga el jugador **siempre** va a terminar perdiendo dinero. En un principio,  $\frac{2}{38}$  de probabilidad pareciera poco, pero al multiplicarlo por la gran cantidad de jugadores y apuestas que se realizan en los casinos el monto final se vuelve exorbitante.

Este sencillo ejercicio ejemplifica como todos los juegos que se tienen en los casinos ofrecen una ventaja para la casa. Es interesante mencionar, que además de los juegos de azar como la ruleta, hay juegos que obligan al jugador a tener cierta habilidad para no perder su dinero tan rápidamente, este es el caso de juegos como el Blackjack que le dan a la casa ventajas más pequeñas al enfrentarse a jugadores expertos. La ventaja de la casa sustenta las ganancias del casino, sin embargo calcular esta ventaja puede llegar a ser complicado y requerir un análisis matemático mucho más sofisticado e incluso se puede llegar a necesitar programar el juego para correr simulaciones y estimar estas probabilidades.

Juego	Ventaja de la Casa
Ruleta (con doble cero)	5.3 %
Dados (pass/come)	1.4 %
Dados (pass/come con momios dobles)	0.6 %
Blackjack - jugador promedio	2.0 %
Blackjack - 6 barajas, estrategia básica	0.5 %
Blackjack - una baraja, estrategia básica	0.0 %
Baccarat (sin apuestas de empate)	1.2 %
Caribbean Stud	5.2 %
Let It Ride	3.5 %
Poker de tres cartas	3.4 %
Pai Gow Poker (ante/play)	2.5 %
Tragamonedas	5 % - 10 %
Video Poker	0.5 % - 3 %
Keno (promedio)	27.0 %

Tabla 2.1: Ventajas de la casa para juegos populares de casino [15]

Finalmente, aun sin la ventaja de la casa se deber recordar que existe un famoso problema y su corolario que garantizan que la casa siempre gane: *La ruina del Jugador* [34, p. 95-99]. Este problema enfrentado por

varios famosos matemáticos<sup>6</sup> deja la siguiente lección: La probabilidad de que un jugador pierda todo su dinero es igual a  $p_1 = \frac{n_2}{n_1+n_2}$  donde  $p_1$  es la probabilidad de ganar del jugador 1 y  $n_i$  es la cantidad de dinero que va a apostar el jugador  $i$ . Desafortunadamente, usualmente la casa tendrá más dinero para apostar que cualquier jugador, por lo que con esta fórmula la casa siempre gana<sup>7</sup>.

### 2.3. Mercados de apuestas deportivas

A diferencia de las máquinas tragamonedas y los juegos de mesa de los casinos, las apuestas deportivas tienen una gran ventaja para los apostadores: los resultados de los encuentros deportivos **no son completamente aleatorios**, ya que dependen en cierta medida del nivel de juego que tienen los equipos participantes. Hannum menciona en su libro [15] : “*La ventaja de la casa existe para casi todas las apuestas en un casino (ignorando las salas de Poker y las apuestas deportivas donde algunos pocos profesionales pueden vivir de las apuestas)*”

Existen dos grandes mercados en esta rama de las apuestas [3]:

- *Bookies.*<sup>8</sup> El corredor de apuestas analiza los diferentes resultados de un encuentro deportivo en función de los participantes. Con base en este análisis, el bookie publica un número (llamado “*momio*”) para cada uno de los posibles desenlaces del partido. Este “momio” representa la cantidad potencial de retorno de esa apuesta (incluida la cantidad de dinero arriesgada)<sup>9</sup>. El bookie recibe

---

<sup>6</sup>Se dice que Blaise Pascal se lo planteó a Pierre Fermat en 1656 [8]. Después Fermat se lo replanteó a Christian Huygens en 1657 y finalmente James Bernoulli lo resolvió en su forma general como el problema de la “Duración de Juego”. Fue publicado ocho años después de la muerte de Bernoulli en 1713 [34, p. 98].

<sup>7</sup>Ver demostración en el apéndice D.

<sup>8</sup>“Bookie” proviene de la palabra en inglés “bookmakers” que en español se utiliza como: “Corredor de apuestas”.

<sup>9</sup>Por ejemplo, supongase que se apuestan cien dólares a favor del empate de un partido con un momio igual a 3.640. En caso de que se ganara la apuesta, el jugador

apuestas sobre estos momios y cobra una comisión por cada operación recibida.

- *Sistema parimutual.* En este mercado no existen corredores, ni momios. El pago que reciben los jugadores depende de la cantidad de dinero recopilada por todas las apuestas recibidas. Por lo tanto, las ganancias de los jugadores no están determinadas hasta que todas las apuestas se reciben<sup>10</sup>.

Aunque la eficiencia<sup>11</sup> de estos mercados no es un tema que se aborda a profundidad en esta tesis, es interesante mencionar que ha sido muy cuestionada. Sauer [37] y Williams [43] critican varias de sus anomalías; por ejemplo hay un problema interesante en la eficiencia del mercado de las apuestas de los bookies conocido como: Sesgo del “*favorite - long shot*”. Estos autores explican que las apuestas a los equipos favoritos generan un mayor retorno de dinero en comparación con el retorno generado por las apuestas a equipos cuyas probabilidades de ganar son mucho menores (“*longshot bets*”). Incluso se han realizado varios estudios proponiendo un nuevo mercado de tipo “doble subasta” que consiste en tener compradores y vendedores proponiendo los precios de la apuesta, cuando dos de ellos coinciden, se lleva acabo la transacción. Referirse a Ozgit[30].

El mercado pertinente para este trabajo es el de los “bookies” o corredores de apuestas. Sin embargo, bajo las condiciones adecuadas la asesoría de apuestas podría ayudar a los jugadores en el mercado parimutual. Por ejemplo, en una apuesta entre compañeros del trabajo el usuario del sistema podría indagar la apuesta realizada por cada uno de los participantes y conocer la cantidad de retorno que tiene de cada uno de los resultados. Si el sistema de Egobets le recomendara realizar

---

recibiría la cantidad de  $(100)(3.640) = 364$  dólares. Sustrayendo los cien dólares que apostó, su ganancia neta sería de 264 dólares.

<sup>10</sup>Las afamadas “quinielas” son un tipo de apuesta de mercado parimutual.

<sup>11</sup>Fama, E [9] sugiere que la eficiencia de mercado es cuando los precios reflejan completamente toda la información disponible de una acción en particular.

esta apuesta en particular, bastaría verificar que el retorno del pago sea mejor que el pago que realizan las casas de apuestas en general. Realizando esta acción sistemáticamente, se podrían conseguir mejores ganancias que las ofrecidas por el mercado.

Sin importar el mercado, es importante tomar en cuenta el hecho de que las probabilidades reales que tienen los distintos resultados de cualquier partido **son desconocidas**. Por lo que los “bookies” contratan a empresas consultoras, o designan un área de la compañía para calcular los momios que se publican en el mercado. Este punto es básico en la creación de sistemas como Egobets, ya que el hecho de que las probabilidades sean desconocidas permite que Egobets busque estimar probabilidades mucho más cercanas a las reales. Al minimizar el error de estimación que tienen las probabilidades sugeridas por las casas de apuestas, se pueden encontrar apuestas cuyo retorno sería mayor al que realmente debería ser. Y como se verá en la siguiente sección, este error de estimación siempre existirá, debido a que los momios publicados por las casas de apuestas no buscan reflejar las probabilidades reales de los resultados de los partidos.

Una ventaja con la que cuentan los apostadores de eventos deportivos: si los bookies establecen mal sus momios<sup>12</sup>, entonces ciertos jugadores pueden llegar a tener valores esperados positivos en sus apuestas y con esto la casa podría llegar a perder mucho dinero, incluso a largo plazo (como se verá en la siguiente sección). Procédase a la siguiente sección para conocer los orígenes de los momios y las condiciones que permiten a los bookies ganar dinero con ellos.

---

<sup>12</sup>La cantidad de dinero que pagan las apuestas a eventos completamente aleatorios, como los juegos dentro de los casinos, se puede calcular explícitamente. Por lo que la única manera de que una de estas apuestas tuviera valor esperado positivo sería si se cometieron errores en los cálculos.

## 2.4. Bookies y momios

Ya que el objeto de estudio central de esta tesis toma lugar en el deporte del futbol, analícese la pregunta más recurrente de un partido de futbol: *¿Qué equipo va a ganar este partido?*

La respuesta tiene 3 posibilidades:

1. El partido lo gana el equipo de casa.
2. Es un empate.
3. El partido lo gana el equipo visitante.

En un principio se pudiera pensar que los tres eventos son equiprobables, pero como se mencionó en la sección anterior esto resulta imposible por muchísimas razones, como por ejemplo: ser el equipo visitante lleva una desventaja importante en el desempeño del partido (Ver [33]), o la desventaja de tener a los jugadores estrella lesionados; incluso las condiciones climáticas (altitud, tipo de pasto, lluvia) durante el partido pueden ser determinantes para el resultado final. En un caso extremo, imagínese el escenario donde ambos equipos fueran igual de buenos en todos los aspectos. En este escenario, la probabilidad de empate sería mayor que las otras dos. Sin embargo, estas razones no son (tampoco) suficientes para calcular los resultados de los partidos de manera determinística. Gracias a estas particularidades es que el estudio de este mercado de apuestas se vuelve tan interesante.

Anteriormente se definió un momio como el número que indica la cantidad de dinero que obtiene un jugador al ganar una apuesta. Sin embargo, para generar los momios, las casas de apuesta realizan estudios minuciosos de mercado y de los deportes en sí mismos. Las probabilidades de cada resultado de un partido no son, de lejos, los únicos factores a considerar por el bookie a la hora de generar los momios.

Levitt [24] menciona tres escenarios que permitirían a los bookies generar ganancias:

1. **Encontrar el precio de equilibrio.** Los bookies buscan predecir los momios<sup>13</sup> que igualen el precio de equilibrio del mercado de apuestas. Es decir, se buscan los momios que equilibran la cantidad de dinero en cada lado de la apuesta. Esto implica que la diferencia de dinero entre todas las apuestas es igual a cero. Por lo que sin importar quien gane el partido, el bookie cobrará su comisión de las apuestas intacta y no tendrá deudas en ninguna de las apuestas.
2. **Predecir los resultados del partido.** Si el bookie fuera sistemáticamente mejor en predecir los resultados de los partidos, entonces podría publicar el momio “correcto” del partido (i.e. el momio que equilibra la probabilidad de que una apuesta en cualquiera de los resultados gane). Aunque la cantidad de dinero no estaría equilibrada, en promedio el bookie ganaría la comisión cobrada a los jugadores. Nótese que a diferencia del primer escenario, en este esquema existe un riesgo enorme al que se exponen las casas de apuestas. Si llegaran a fijar un momio muy alejado del precio de equilibrio del mercado, entonces podría darse el caso de que la cantidad de dinero a pagar a los ganadores de la apuesta sea mayor a la cantidad de dinero recaudada por las apuestas complementarias, lo que podría significar pérdidas millonarias para el bookie<sup>14</sup>.

Ahora, tómese de ejemplo el siguiente partido con los siguientes momios:

- **Cagliari Vs Juventus.**
  - **9.290** Gana local (Cagliari)
  - **1.423** Empate.
  - **4.760** Gana visitante (Juventus)

---

<sup>13</sup> Antes del partido estos momios pueden llegar a tener ajustes tipicamente pequeños y relativamente infrecuentes.

<sup>14</sup> Levitt [24] cuenta el ejemplo del Epson Derby de 1946, donde los momios fueron errados y la mitad de todas las casas de apuestas británicas se fueron a bancarrota.

Sea  $m_i$  el momio que propone el bookie para que los jugadores apuesten a que se cumpla el evento  $i$ . Entonces, se define el momio de la siguiente manera:

$$m_i = \frac{1}{1 - \hat{p}_i}$$

Donde  $\hat{p}_i$  es la probabilidad estimada que tiene el bookie de que suceda el evento  $i$ <sup>15</sup>

Con estos momios se pueden calcular las “probabilidades estimadas por el bookie”:

$$\hat{p}_L = 1 - \frac{1}{9.290} \approx 0.107643\dots$$

$$\hat{p}_E = 1 - \frac{1}{1.423} \approx 0.702741\dots$$

$$\hat{p}_V = 1 - \frac{1}{4.760} \approx 0.210084\dots$$

Donde  $\hat{p}_L$  es la probabilidad estimada por la casa de apuestas de que gane el equipo local,  $\hat{p}_E$  es la probabilidad de que el partido termine en empate y  $\hat{p}_V$  es la probabilidad de que gane el equipo visitante.

Estas probabilidades estimadas proponen que el escenario más probable es un empate, después la victoria del Juventus y finalmente la victoria del Cagliari. Curiosamente en este ejemplo, se puede ver que aunque el equipo Cagliari es local, se enfrenta a un adversario que puede contra la desventaja de ser visitante.

Uno de los teoremas básicos de la probabilidad, dice que la suma de las probabilidades de todos los resultados del evento debe sumar uno [34]. Sin embargo, en el caso de los bookies, las probabilidades

<sup>15</sup>Otros deportes tienen diferentes tipos de momios y su definición varía dependiendo del tipo de apuesta, se puede leer más de ellos en [17].

estimadas exceden la unidad. Este excedente, es la vieja conocida: “Ventaja de la Casa”.

Sea  $\mathcal{O}$  el conjunto de todas las opciones sobre las que un jugador puede apostar para cierto evento. Para el caso de las apuestas sobre los resultados de los partidos, se tiene que:  $\mathcal{O} = \{\text{Apostar a que gane local}, \text{Apostar a que gane visitante}\}$ . Por lo tanto:

$$\text{Ventaja de la casa} = \left( \sum_{i \in \mathcal{O}} \left( 1 - \frac{1}{\text{Momio de la opción } i} \right) \right) - 1$$

Siguiendo con el ejemplo, se tiene que la ventaja de la casa de este bookie para esta apuesta en particular es:

$$\text{Ventaja de la casa} = \hat{p}_L + \hat{p}_E + \hat{p}_V - 1 \approx 0.020467$$

Este 2.046 % es el punto de partida que la casa quiere obtener en ganancias.

### 3. Predecir los resultados y encontrar el precio de equilibrio.

Si el bookie es mejor que los jugadores prediciendo el resultado de los partidos y también puede encontrar el precio de equilibrio, entonces podría contar con esta información mejorar sus ganancias esperadas al publicar un momio “equivocado” de tal manera que el momio (precio) de equilibrio quede posicionado donde sus ganancias se incrementen. Ahora, hay ciertas restricciones en cuanto a la distancia a la que puede quedar posicionado el momio “equivocado”, ya que pueden existir jugadores que conozcan el momio “correcto” por lo que entre mayor sea esta distancia podría generar mayores ganancias para estos jugadores. Por ejemplo, supongase el siguiente caso extremo: Se disputa un partido entre los equipos  $A$  y  $B$ , el equipo  $B$  es el favorito para ganar. Es por esto que la casa de apuestas arregló que el partido lo gane el equipo  $A$ . El bookie conoce que la probabilidad de que el equipo  $A$  gane el partido es 1, es

por esto que fija los momios más competitivos del mercado a favor del equipo *B* y a favor del empate, mientras que el momio a favor del equipo *A* lo presenta mucho menos competitivo que el resto del mercado. Con estas acciones, la casa de apuestas maximiza las apuestas recibidas en contra del equipo *A* y minimiza las apuestas a favor del equipo *A* dado que las otras casas de apuestas pagan mucho mejor este resultado. Ahora, si los momios fueran absurdamente buenos en contra del equipo *A* ciertos apostadores podrían intuir que la casa de apuestas sabe algo que los demás no saben y podrían apostar cantidades exorbitantes a favor del equipo *A*.

De estos tres escenarios, Levitt [24] examina de un bookie en línea, veinte mil apuestas de doscientos ochenta y cinco jugadores para los partidos de la NFL<sup>16</sup>. Esto fue lo que encontró:

- A pesar de ser un estudio para una sola casa de apuestas, sugiere que se pueden generalizar ya que casi todas las casas ofrecieron casi los mismos momios para los mismos partidos
- El bookie no parece buscar el precio de equilibrio del mercado. Acorde a los resultados en casi la mitad de todos los juegos al menos dos tercios de las operaciones caen en un solo lado de la apuesta.
- El bookie parece colocar precios estratégicamente para explotar los sesgos de los apostadores. Es decir, los jugadores parecen tener un sesgo sistemático hacia los equipos favoritos y, en menor medida, hacia los equipos visitantes. En consecuencia, el bookie logró atraer mayor atención a partidos donde estos equipos no tuvieron buenas actuaciones; estos precios lograron elevar las ganancias hasta un veinte por ciento más que con lo que hubieran obtenido en el primer escenario.

---

<sup>16</sup>La liga de futbol americano más popular: National Football League.

- Hay poca evidencia de que existan jugadores que hayan sido capaces de vencer a los bookies sistemáticamente.

Estas conclusiones indican que, al menos en el deporte del futbol americano, las casas de apuestas buscan siempre tener mayores ganancias. Es por esta razón que podrían estar usando el tercer escenario descrito previamente. Es interesante destacar que los momios, en realidad reflejan la probabilidad que el mercado cree que tiene cada resultado de un partido. Es por esto que sistemas como Egobets, que funcionan al aprovecharse de los momios “equivocados” propuestos por las casas de apuestas, pudieran llegar a funcionar satisfactoriamente.

# Capítulo 3

## Las matemáticas detrás de Egobets.com

En este capítulo se presentan, sin entrar al detalle técnico, los resultados comprobables de las teorías que proporcionan las probabilidades de los resultados de los partidos y las predicciones de sus resultados. De igual manera se destaca la importancia de un sistema de reservas para optimizar las tasas de crecimiento de la cantidad de dinero dedicada a las apuestas. Finalmente se retoman estos conceptos y se detalla el algoritmo que utiliza Egobets para la generación de las recomendaciones de apuestas.

### 3.1. Modelo de un partido de futbol

El tema central de esta tesis no es la predicción de resultados de futbol principal si no la generación automatizada de recomendaciones de apuestas, por este motivo y para evitar cuestiones de plagios del modelo predictivo de Egobets, en este apartado no se entrarán en los detalles de la implementación, solamente se mostrarán las teorías los modelos matemáticos prácticos que permiten predecir los resultados de

los partidos de futbol sobre los que se basa Egobets. Los resultados de los estudios analizados en esta sección son suficientes para evidenciar la existencia de un conjunto de probabilidades y resultados estimados que permitan desarrollar una estrategia de apuestas capaz de generar un valor esperado positivo.

Maher en 1982 [26] describió la intuición detrás del modelado de un partido de futbol. Los goles anotados por un equipo en un partido pudieran ser modelados por una variable Poisson, la posesión es un aspecto importante del futbol ya que cada vez que un equipo tiene la pelota tiene la oportunidad de atacar y anotar. La probabilidad de que un ataque resulte en gol es pequeña, pero son muchas las veces que el equipo tiene la posesión durante el encuentro. Si la probabilidad de anotar en cada ataque y los ataques son independientes, el número de goles sería Binomial en estas circunstancias la aproximación por una Poisson funciona correctamente.

Más aún, Maher (1982) [26] al verificar la precisión de su modelo descubrió que si bien el modelo binomial se ajustaba razonablemente bien a los datos<sup>1</sup>, pero encontró que en los valores observados había una cantidad mayor de ocasiones en las que no habían goles durante el partido, o que simplemente la cantidad de goles anotada era muchísimo mayor a la predicha; esta observación lo llevó el ajuste del model considerando un coeficiente de correlación entre la cantidad de goles anotados entre ambos equipos.

Dixon y Coles (1997) [6] en su contribución, mencionan algunas propiedades deseables en un modelo de futbol:

- Se deben considerar las habilidades de ambos equipos en un partido.
- Se debe dar lugar a la ventaja observada que tienen los equipos al jugar en casa.

---

<sup>1</sup>En su artículo, Maher (1982) [26] cuenta que, al comparar doce conjuntos de datos (valores observados y esperados) mediante el valor esperado de una  $\chi^2$ , diecinueve de los veinticuatro casos dan un resultado no significante a un 5 %.

- La medida más razonable de la habilidad de un equipo debe basarse en el desempeño de sus últimos juegos.
- La habilidad de un equipo, por la naturaleza del futbol, se comprende como la composición de la habilidad de ataque (anotar goles) y la habilidad de defensa (no recibir goles).
- Al presentar el desempeño de un equipo en sus recientes resultados, se deberá tomar en cuenta la habilidad de los equipos contra los cuales ha jugado.

En su artículo [6], consideran la doble Poisson con un parámetro de dependencia que se estima junto con los otros parámetros. Sugieren que la suposición de independencia entre los goles de los equipos, tiene cabida en los partidos con resultados: 0-0, 1-0, 0-1 y 1-1<sup>2</sup>. Además, agregan al modelo una función que pondera los partidos con el fin de “diluir” los efectos de los partidos más lejanos.

Después, Rue y Salvensen (2000) [35] retoman el análisis de Dixon y Coles [6] y lo adoptan en un modelo dinámico lineal generalizado y adoptan un procedimiento de estimación Bayesiano para estudiar las propiedades de los equipos sobre un tiempo variable<sup>3</sup>. De igual manera, Crowder, Dixon, Ledford, and Robinson (2002) [4] representan el modelo de Dixon y Coles [6] como un espacio de estados no Gaussiano con fuerzas de ataque y defensa variables en el tiempo, la estimación se realiza utilizando métodos de aproximación por su alto costo computacional. Adicionalmente, Ord, Fernandes, and Harvey (1993) [29] presentan una extensión multivariada de un modelo de daros de conteo dinámico Bayesiano para el análisis y predicción del número de goles marcados por algún equipo.

---

<sup>2</sup>Karlis y Ntzoufras (2003) [20] sugieren que la predicción de empates mejora si se considera un parámetro de dependencia (incluso aunque sea pequeño)

<sup>3</sup>En su análisis empírico truncan la cantidad de goles a no más de cinco, consideran que esos marcadores no proveen mayor información acerca del ataque y defensa de un equipo.

Finalmente, Koopman y Lit (2013) [23] retoman todas estas ideas y presentan un modelo Poisson bivariado con ataque y defensa como variables estocásticas en función del tiempo.

### 3.1.1. Modelo de Poisson bivariada

Koopman y Lit (2013) [23] dicen que el resultado de un partido entre el equipo local  $i$  y el visitante  $j$  en la semana  $t$  es tomado del par de cuentas  $(X, Y) = (X_{it}, Y_{jt})$ , para  $I \neq j = 1, \dots, J$  y  $t = 1, \dots, n$  donde  $n$  es el número de semanas disponibles en el conjunto de datos. La primera cuenta  $X_{it}$  es el numero no negativo de goles anotados por el equipo local  $i$  y la segunda cuenta  $Y_{jt}$  es el numero de goles anotados por el equipo visitante  $j$ , en la semana  $t$ . Cada par de cuentas  $(X, Y)$  se genera de una distribución Poisson bivariada con función de densidad de probabilidad:

$$p(X, Y; \lambda_x, \lambda_y, \gamma) = e^{(-\lambda_x - \lambda_y - \gamma)} \frac{\lambda_x^X}{X!} \frac{\lambda_y^Y}{Y!} \sum_{k=0}^{\min(X, Y)} \left( \frac{X}{k} \right) \left( \frac{Y}{k} \right) k! \left( \frac{\gamma}{\lambda_x \lambda_y} \right)^k$$

para  $X = X_{it}$  y  $Y = Y_{it}$  con  $\lambda_x$  y  $\lambda_y$  coeficientes de intensidad para  $X$  y  $Y$  respectivamente, y  $\gamma$  siendo elcoeficiente que mide la dependencia entre ambas cuentas del par  $(X, Y)$ .

La notación corta se describe como<sup>4</sup>:

$$(X, Y) \sim BP(\lambda_x, \lambda_y, \gamma)$$

Su valor esperado, varianza y covarianza son los siguientes:

$$E(X) = Var(X) = \lambda_x + \gamma, E(Y) = Var(Y) = \lambda_y + \gamma, Cov(X, Y) = \gamma$$

y el coeficiente de correlación entre  $X$  y  $Y$  está dado por:

$$\rho = \frac{\lambda}{\sqrt{(\lambda_x + \gamma)(\lambda_y + \gamma)}}$$

---

<sup>4</sup>La definición que se presenta en este documento es propuesta por [23], sin embargo hay otras variantes de esta fórmula [22] y [19]

La diferencia entre las cuentas de  $X$  y  $Y$  determinan si el partido es ganado, perdido o empatado para el equipo en casa. La variable  $X - Y$  tiene una distribución de probabilidad discreta conocida como: Skellman [39]. Una propiedad curiosa de la distribución Skellman  $X - Y$  es la invariancia de  $\gamma$  cuando  $(X, Y) \sim BP(\lambda_x, \lambda_y, \gamma)$ .

### 3.1.2. Verificando el modelo

El modelo descrito es puesto a prueba en el artículo de Koopman y Lit (2013) [23], donde para la liga inglesa Premier toma una muestra de la temporada 2003/03 a 2009/10 y su pronóstico logra mejorar la precisión del modelo de Maher [26] que ya se había discutido. Esta implicación reafirma que los ajustes aplicados como la dependencia entre las cuentas obtenidas por cada equipo, así como los coeficientes variables en función del tiempo describen de mejor manera el fenómeno y presentan mejor pronósticos que los anteriores.

Koopman y Lit (2013) [23] llevan esto a un paso más allá y presentan un análisis sobre estrategia de apuestas para demostrar que se pueden obtener ganancias contra el bookie. Básicamente su estrategia de apuestas consiste en apostar si el valor esperado de la apuesta sobre el evento  $A$  es mayor a una variable  $\tau$ .

$$EV(A) = P(A) \cdot Odds(A) - 1 > \tau$$

La primera propuesta, suponiendo que la ganancia del bookie es del 7%, implica  $\tau > 7\%$ . Esto trae consigo un par de observaciones, con  $0 < \tau < 0.12$ , el promedio de retorno esperado es cercano a cero. Con  $\tau > 0.12$  se tiene un valor esperado positivo de ganancias. Sin embargo, conforme  $\tau$  crece la cantidad de oportunidades de apuestas se vuelve pequeña y los intervalos de confianza de las predicciones de las apuestas empiezan a reflejar mucha mayor incertidumbre.

Ejemplificando, si se toma  $\tau = 0.40$  y se toman 50 apuestas en dos temporadas y el retorno se espera justo un poco menos de 0.5 en promedio. Cuando se juega con una unidad para cada 50 apuestas, se

espera recibir 75 unidades del bookie de regreso, es decir 25 unidades de ganancia, un 50 % de retorno en promedio. Como el retorno esperado negativo no da un intervalo de confianza del 90 % no se esperan pérdidas con una estrategia de apuestas para  $\tau = 0.4$ .

### 3.2. Reserva un poco para después

En esta sección se describe el criterio de Kelly [21] y se muestra que los estudios propuestos por Vancura [42] sugieren el uso de un sistema de reservas en la estrategia de apuestas. Al garantizar una cantidad de dinero disponible para las siguientes jornadas, se permite al usuario seguir apostando durante todas las jornadas garantizando su oportunidad de generar ganancias o recuperar pérdidas.

Browne [2] llama al criterio de Kelly [21] como la estrategia óptima de crecimiento, o como la estrategia de utilidad logarítmica. Mancia que es óptima cuando en una variedad de circunstancias la ganancia crece multiplicativamente, únicamente. Hace énfasis que la mayoría de las propiedades de optimalidad son asintóticas en naturaleza (hacia un horizonte infinito), en su trabajo analiza las propiedades de la estrategia de Kelly a corto plazo.

[21] [42]

### 3.3. Proceso para la selección de apuestas

El proceso de la recomendación de apuestas se puede dividir en cinco pasos principales:

1. **Determinación de apuestas redituables.** De todas las apuestas de las cinco ligas que haya en la jornada a recomendar, se escogen únicamente aquellas que sean redituables a largo plazo. Independientemente del nivel de riesgo de cada cliente, se generarán recomendaciones únicamente de apuestas que, al analizarlas, tengan ganancias esperadas.

2. **Selección de apuestas de acuerdo al riesgo del cliente.** Las estimaciones de cada partido tienen un intervalo de confianza. Con base en este intervalo y el perfil de riesgo del usuario se seleccionan las apuestas.
3. **Cálculo de la proporción del dinero a invertir por apuesta.** Al conocer la selección de las apuestas, se calcula la proporción de dinero a invertir para cada apuesta, este proceso sigue siendo dependiente de la confianza de la estimación del partido y de la adversidad al riesgo del cliente.
4. **Determinación del nivel de reservas.** En este paso se cuenta con un conjunto seleccionado de apuestas y la proporción de dinero que se debe invertir para cada una de ellas. Acorde a su encuesta, se calcula el nivel óptimo de reservas que le permitan al cliente seguir apostando a pesar de que tenga una mala jornada y pierda todas las apuestas.
5. **Recomendación.** Todos estos elementos constituyen en su totalidad la recomendación de la semana que se presenta en el portal al cliente.

Para definir el escenario completo es necesario definir las variables que se utilizan en el proceso, así como las funciones de utilidad que modelan los perfiles de riesgo de los usuarios. Después de estas dos subsecciones se retomará paso a paso la explicación del proceso de recomendación de apuestas.

### 3.3.1. Variables necesarias

En este apartado de la tesis se explica cómo se determinan los partidos que se recomiendan a los clientes. Las variables que se necesitan utilizar son las siguientes:

1. **Probabilidades.** Ya en apartados anteriores se habló de las probabilidades estimadas de que ocurran los tres diferentes resultados de cada encuentro de la jornada (Victoria del local, del visitante y empate). Estas probabilidades son alimentadas a través del portal administrativo.
2. **Momios.** Los momios que generan las casas de apuestas para cada partido. En la mayoría de los escenarios el usuario escoge usar todos los momios de todos los bookies, en estos casos se tomarán los momios que ofrezcan mejores retornos para cada partido. Estos momios se toman de la información pública de las casas de apuestas.
3. **Variables de riesgo.** Se tienen tres elementos principales que generan la noción de riesgo en el sistema:
  - **Función de utilidad en selección.** Determina los partidos redituables de la jornada.
  - **Función de utilidad del dinero.** Dicta la proporción de dinero a apostar en cada partido.
  - **Variable de reserva.** Marca la cantidad de dinero que el cliente debería guardar para siguientes apuestas. Estas variables dependen de la encuesta que se le presenta al cliente al crear su cuenta.
4. **Variable de evolución de ingreso del cliente.** Se define como la cantidad de dinero que tiene el cliente en esta jornada entre la máxima cantidad de dinero que ha tenido. Esta variable genera una noción, en caso de que existan, de la magnitud de las pérdidas que ha tenido el cliente.

### 3.3.2. Funciones de utilidad

Para modelar el comportamiento de un individuo ante el riesgo, se utilizan funciones de utilidad. Estas funciones representan la utilidad (o

beneficio) que un individuo puede obtener por una apuesta. Las funciones más arriesgadas le dan valores mayores a las apuestas que ofrecen las mejores ganancias y las funciones más conservadoras favorecen aquellas apuestas con mayores probabilidades. En particular, se podría decir de manera intuitiva que el valor obtenido por una función de utilidad para una apuesta en particular es la cantidad de unidades de dinero que el individuo estaría dispuesto a invertir en esa apuesta. El siguiente listado presenta las funciones que se utilizan actualmente en el sistema.

### 1. Polinomial - lineal:

$$f_1(\alpha, p, m) = \left( \frac{p}{1-p} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} (m-1)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Parámetro  $\alpha$  que va de cero a uno. Es una de las familias más volátiles en cuanto al riesgo, para valores cercanos a uno del parámetro tiende a ser muy arriesgada, casi sin diversificar, y para valores cercanos a cero tiende a ser muy conservadora y suele diversificar mucho más en las apuestas.

### 2. Polinomial - cuadrática:

$$f_2(\alpha, p, m) = \left( \frac{p}{1-p} \right)^{\frac{1}{2-\alpha}} (m-1)^{\frac{\alpha}{2-\alpha}}$$

Esta familia de funciones es muy parecida a la anterior, también tiene un parámetro  $\alpha$  entre cero y uno, sólo que en este caso no es tan extremista como en el caso anterior.

### 3. Exponencial - lineal:

$$f_3(\alpha, p, m) = \left( \frac{1}{m-1} \right) \ln \left( \frac{\alpha p(m-1)}{1-p} \right)$$

Esta familia de funciones tiene un parámetro  $\alpha$  que es mayor a uno. Es una familia de funciones conservadoras que suelen proteger

muy bien adelatandose a semanas malas, a costo que en semanas buenas no logran tan buenos beneficios.

#### 4. Lineal - exponencial:

$$f_4(\alpha, p, m) = \ln \left( \frac{p(m-1)}{1-p} \right) + \ln(\alpha)$$

Esta familia de funciones tiene un parámetro  $\alpha$  que es mayor a uno. Es una familia de funciones que le gusta fuertemente diversificar, aparte tiende a favorecer un poco aquellas apuestas más riesgosas.

#### 5. Logarítmica - polinomial:

$$f_5(\alpha, p) = \left( \frac{p}{1-p} \right)^{\frac{1}{\alpha}}$$

Parámetro  $\alpha$  mayor a uno. Es una familia de funciones muy conservadora ya que toma valores sin considerar los momios del mercado, al tomar en cuenta solamente las probabilidades de los partidos tiende a ser más estable en el tiempo.

#### 6. Tangente - lineal:

$$f_6(\alpha, p, m) = \frac{1}{m-1} \sqrt{\frac{pm - (1-\alpha)p - \alpha}{1-p}}$$

Parámetro  $\alpha$  entre cero y uno. Esta familia es la más conservadora de la lista, busca tener las menores pérdidas posibles y protege las inversiones cada semana.

Estas seis funciones son las que utiliza Egobets para modelar la adversidad al riesgo de sus clientes. Cuando ellos llenan la encuesta del perfil, realmente están seleccionando una de estas funciones.

### 3.3.3. Paso 1 - Determinación de apuestas redituables

Para seguir la explicación de los pasos del proceso se tomará un ejemplo práctico y las transformaciones que sufre durante el proceso. Al empezar las recomendaciones de una jornada se tiene un conjunto de datos muy parecido al que se da en el ejemplo. Tómese la tabla 3.1 como base del ejemplo. En esta tabla se presentan momios de alguna casa de apuesta (usualmente los mejores del mercado) para diez partidos distintos, cada uno cuenta con los momios para los tres tipos de apuestas: victoria del Local ( $m_L$ ), empate ( $m_E$ ) y victoria del visitante ( $m_V$ ). Además se muestran las probabilidades estimadas por Egobets de los tres posibles resultados del encuentro: victoria del local ( $\hat{p}_L$ ), empate ( $\hat{p}_E$ ) y victoria del visitante ( $\hat{p}_V$ ).

Partido	$m_L$	$m_E$	$m_V$	$\hat{p}_L$	$\hat{p}_E$	$\hat{p}_V$
A	2.6	3.2	2.75	0.31	0.23	0.46
B	2.1	3.3	3.5	0.37	0.3	0.32
C	1.11	8.5	21	0.84	0.1	0.04
D	4.5	3.75	1.72	0.29	0.27	0.45
E	2	3.4	3.75	0.37	0.31	0.31
F	1.53	4	6	0.61	0.17	0.21
G	2.1	3.25	3.6	0.51	0.24	0.25
H	1.9	3.4	4	0.42	0.29	0.29
I	1.8	3.5	4.5	0.46	0.29	0.25
J	1.9	3.4	4	0.5	0.26	0.23

Tabla 3.1: Diez partidos con sus respectivos momios y las probabilidades estimadas por Egobets

Para concretar el ejemplo, se fijarán las siguientes funciones y variables.

- **Funcion de selección.** Tómese la *Polinomial - lineal*  $f_1$  con parámetro  $\alpha = 0.4$ .
- **Funcion de utilidad del dinero.** Úsese la *Exponencial - lineal* con parámetro  $\alpha = 3$
- **Variable de reserva.** Será  $v_R = 15$ .
- **Variable de ingreso.** Será  $v_I = 0.80$ .

Ahora para proceder al primer paso, defínase el valor esperado de una apuesta como la multiplicación de la probabilidad de que suceda el resultado por el momio que se tiene para esa apuesta. Con el ejemplo bien definido se procede a filtrar las apuestas con el primer paso. De manera intuitiva, se podría enunciar que el valor esperado de una apuesta corresponde a la cantidad de unidades de dinero que se obtienen por cada unidad de dinero invertida<sup>5</sup>

Entonces, el primer paso consiste en utilizar para las recomendaciones, sólo las apuestas con ganancias a largo plazo; las otras apuestas tendrán un valor esperado no positivo, es decir, no garantizan más que pérdidas a largo plazo. Más aun, se usarán solo las apuestas que garanticen un valor esperado mayor a 1.025, esta restricción tiene dos ventajas, la primera es que las probabilidades que se usan son estimaciones por lo que ese 2.5 % funciona como protección para no caer en valores esperados negativos y la segunda es que si el rendimiento es tan pequeño toma mucho tiempo para un cliente ir acumulando ganancias.

Observese en la tabla 3.2 como en negritas se han señalado las posibles apuestas a realizar. De las treinta posibles apuestas, ahora sólo quedan 9 reditables. Hay dos partidos el ‘C’ y el ‘J’ que no ameritan

---

<sup>5</sup>Recuérdese que esta cantidad incluye la cantidad de dinero invertida en la apuesta. También recuérdese que la ganancia solamente se obtiene si se gana la apuesta.

Partido	$m_L$	$m_E$	$m_V$	$\hat{p}_L$	$\hat{p}_E$	$\hat{p}_V$	$m_L \cdot \hat{p}_V$	$m_E \cdot \hat{p}_E$	$m_V \cdot \hat{p}_V$	Apuesta
A	2.6	3.2	2.75	0.31	0.23	0.46	0.81	0.74	<b>1.27</b>	Visitante
B	2.1	3.3	3.5	0.37	0.3	0.32	0.78	0.99	<b>1.12</b>	Visitante
C	1.11	8.5	21	0.84	0.1	0.04	0.93	0.85	0.84	Ninguna
D	4.5	3.75	1.72	0.29	0.27	0.45	<b>1.31</b>	1.01	0.77	Local
E	2	3.4	3.75	0.37	0.31	0.31	0.74	<b>1.05</b>	<b>1.16</b>	Empate/Visitante
F	1.53	4	6	0.61	0.17	0.21	0.93	0.68	<b>1.26</b>	Visitante
G	2.1	3.25	3.6	0.51	0.24	0.25	<b>1.07</b>	0.78	0.90	Local
H	1.9	3.4	4	0.42	0.29	0.29	0.80	0.99	<b>1.16</b>	Visitante
I	1.8	3.5	4.5	0.46	0.29	0.25	0.83	1.02	<b>1.13</b>	Visitante
J	1.9	3.4	4	0.5	0.26	0.23	0.95	0.88	0.92	Ninguna

Tabla 3.2: Escogiendo apuestas que vale la pena realizar

apuesta alguna. Y el partido ‘E’, por ejemplo, tiene dos posibles apuestas redituables.

### 3.3.4. Paso 2 - Selección de apuestas

Para determinar el portafolio de apuestas basta con calcular el valor de la función de utilidad de selección y se deben tomar aquellas “ $n$ ” apuestas que tengan los mayores valores (Donde “ $n$ ” es el número de apuestas a recomendar). Ver tabla 3.3

Partido	Apuesta	Momio	$\hat{p}$	$f_1(\alpha, p, m)$
A	Visitante	2.75	0.46	<b>1.07</b>
B	Visitante	3.5	0.32	0.53
D	Local	4.5	0.29	0.49
E	Empate	3.4	0.31	0.48
E	Visitante	3.75	0.31	0.53
F	Visitante	6	0.21	0.31
G	Local	2.1	0.51	<b>1.12</b>
H	Visitante	4	0.29	0.48
I	Visitante	4.5	0.25	0.36

Tabla 3.3: Escogiendo apuestas que vale la pena realizar

### 3.3.5. Paso 3 - Calcular cuanto dinero a cada apuesta

Una vez determinado el portafolio de apuestas hace falta determinar la cantidad de dinero que se invertirá en éste. Esta sección y la próxima resolverán tal problema. Empezamos por determinar cuál es la proporción de dinero que se invertirá en cada apuesta. La solución es sencilla, ya determinamos en secciones anteriores que el valor definido por una función de utilidad puede ser comparado con la cantidad de unidades de dinero que una persona estaría dispuesta a invertir en una apuesta en

particular. El único problema con este enfoque es que tales cantidades no se encuentran en ninguna escala (es decir, dólares, pesos, etc). Lo que hacemos es lo siguiente: para cada apuesta calculamos el valor de su función de utilidad del dinero y después lo dividimos entre la suma de todos estos valores para todas las apuestas que se van a tomar, de esta forma tenemos los números como porcentajes. Regresando al ejemplo: (En este caso la función de utilidad del dinero era Exponencial-Lineal con parámetro 3) Ver tabla 3.4

Partido	Apuesta	Momio	$\hat{p}$	$f_3(\alpha, p, m)$
A	Visitante	2.75	0.46	0.23
G	Local	2.1	0.51	0.35

Tabla 3.4: Calculando la proporción del dinero que se debe invertir en estas apuestas

Los valores suman a 0.59, cuando se divide cada valor por 0.59 resulta: De la cantidad a apostar, se debe de apostar 40 % en el partido A a visitante y 60 % en el partido G a local.

### 3.3.6. Paso 4 - Determinar nivel de reservas

Determinar el nivel de reservas es un algoritmo que depende del historial de ganancias del cliente así como de las circunstancias de las apuestas que se le presentan al cliente. A continuación se explica paso a paso como determinar el nivel de reservas.

#### 1. Calcular la cantidad de partidos a los que se apuesta.

Defínase  $j, k$  como la cantidad de partidos a apostar y el número de apuestas a tomar, respectivamente. En este pasó bastará con calcular  $j$ . Sin embargo, es importante notar que hay veces en las que puede haber más de una apuesta sugerida para un mismo

partido, i.e.  $k > j$ . En estos casos se deberá ser cuidadoso de no contar doble los partidos que ya tengan apuestas.

## 2. Calcular el valor esperado y varianza del portafolio de apuesta.

Sean  $m_i$ ,  $p_i$  y  $prop_i$ ; el momio, la probabilidad y la proporción de dinero a apostar del partido  $i$  respectivamente. Entonces el valor esperado de la apuesta sería:

$$\mu = \sum_{i=1}^k (prop_i)(m_i)(p_i)$$

Y el riesgo o varianza del portafolio de apuestas se calcula así:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^k (prop_i)^2(m_i)^2(p_i)(1-p_i)}$$

## 3. Actualizar el riesgo del portafolio.

Sea  $\rho$  el parámetro de reserva un número entero entre 10 y 25 dependiendo de la encuesta del cliente. Se actualiza el riesgo del portafolio al multiplicarlo por un escalar proveniente de la raíz cuadrada del cociente de la cantidad de partidos  $j$  entre el parámetro de reserva  $\rho$ .

$$\sigma = \left( \sqrt{\frac{j}{\rho}} \right) \sigma$$

## 4. Calcular probabilidad de riesgo.

Sea  $X$  la variable de evolución del ingreso del cliente (Esta variable es completamente dependiente de las historias de perdidas y ganancias del cliente). Y sea  $p_\sigma$  la probabilidad de riesgo y se calcula de la siguiente manera:

$$p_\sigma = \frac{1}{1.749615}(I_1 + I_2) - 1.06 + X$$

Donde  $I_1$  es

$$I_1 = 0.2925 + 1.3772\mu - 1.127\rho$$

e  $I_2$  equivale a

$$I_2 = \frac{3.11}{\mu} (1 + 0.792\sigma - \mu) ((-0.567345 + 1.3772\mu - 1.17\sigma)\mu X)^{0.123}$$

## 5. Calcular variable proxy.

Sea *proxy* la variable auxiliar que tome en cuenta la probabilidad de riesgo en el cálculo.

$$\textit{proxy} = 0.2925 + 1.3772\mu - 1.127\sigma - 0.9975p_\sigma$$

## 6. Calcular el nivel de reserva.

Finalmente, defínase  $c_A$  como el porcentaje a apostar del ingreso total. El nivel de reserva será uno menos esta proporción.

$$c_A = \begin{cases} 0.05 & \text{si } \frac{j(\textit{proxy})}{\rho} < 0.05 \\ 1 & \text{si } \frac{j(\textit{proxy})}{\rho} > 1 \\ \frac{j(\textit{proxy})}{\rho} & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$C_A$  representa, en porcentaje, la cantidad de dinero que se le recomendará al cliente que apueste en esa semana para el portafolio de apuestas en cuestión.

### Calculando el nivel de reserva en el ejemplo.

Primero que nada es importante recordar cuánto valían las distintas variables y establecer los valores necesarios para el ejemplo.

- $k = 2$  (Cantidad apuestas a realizar)
- $\rho = 15$  (Parámetro de reserva en función de las preferencias del cliente)

- $X = 0.80$  (Evolución del ingreso del cliente)

Ahora se procederá a calcular el nivel de reservas.

- Se obtiene  $j = 2$  (Cantidad de partidos en los que se apuesta)
- Se calcula el valor esperado

$$\mu = (0.4)(2.75)(0.46) + (0.6)(2.1)(0.51) = 1.1486$$

y el riesgo del portafolio

$$\sigma = \sqrt{(0.4)^2(2.75)^2(0.46)(0.54) + (0.6)^2(2.1)^2(0.51)(0.49)} = 0.835$$

- Se actualiza el riesgo  $\sigma = \left(\sqrt{\frac{2}{15}}\right) 0.835 = 0.3$
- Se calcula la probabilidad de riesgo

$$I_1 = 0.2925 + 1.3772(1.1486) - 1.127(0.3) = 1.53$$

$$I_2 = \frac{3.11}{1.1486} (1 + 0.792(0.3) - \mu)((-0.567345 + 1.3772(1.1486) - 1.17(0.3))(1.1486)(0.8))^{0.123} = 0.2272$$

Entonces

$$p_\sigma = \frac{1}{1.749615} (1.53 + 0.2272) - 1.06 + 0.8 = 0.74$$

- Se calcula la variable auxiliar  $proxy = 0.2925 + 1.3772(1.1486) - 1.127(0.3) - 0.9975(0.74) = 0.81$
- La cantidad a apostar es entonces es igual a  $c_A = \frac{2(0.81)}{15} = 0.108$  Por lo tanto, con esta adversidad al riesgo y con base en el portafolio de apuestas de la tabla 3.4.

**El nivel de reserva para esta recomendación es del 89.2%.**

### **3.3.7. Paso 5 - Presentando la recomendación**

Ahora, con todos los pasos cumplidos lo único restante es poner las cifras juntas. Se toma la proporción calculada en 3.3.5 y se multiplica por la cantidad a apostar obtenida en 3.3.6. Más aún, si el usuario proporciona la cantidad de dinero que tiene disponible, las recomendaciones se pueden expresar en moneda.

Finalmente si para el ejemplo planteado en 3.3.3 se conoce que el usuario tiene \$10'000.00 para apostar, la recomendación de apuesta quedaría de la siguiente manera:

1. Apueste \$432 pesos (4.32 %) en el partido A a favor del equipo visitante.
2. Apueste \$648 pesos (8.48 %) en el partido G a favor del equipo local.



# Capítulo 4

## Sistema de Egobets.com

Egobets.com proporciona al cliente los servicios de asesoría de apuestas personalizada a través de un portal web usable, práctico y profesional. En este capítulo se presenta el sistema desarrollado con los fundamentos teóricos descritos en los capítulos anteriores, una verdadera aplicación computacional de las matemáticas

### 4.1. Diseño y arquitectura

Egobets.com es un sistema con arquitectura cliente servidor montado sobre una máquina virtual con sistema operativo Linux de la nube de “Amazon Web Services (AWS)”. En esta sección se presentan los diagramas que describen la arquitectura del sistema, se muestran las ventajas de utilizar el computo en la nube, se presentan las tecnologías más relevantes involucradas en el sistema y también se expone el patrón de diseño Modelo Vista Controlador junto con su respectivo representación de la base de datos que origina el Modelo base del sistema.

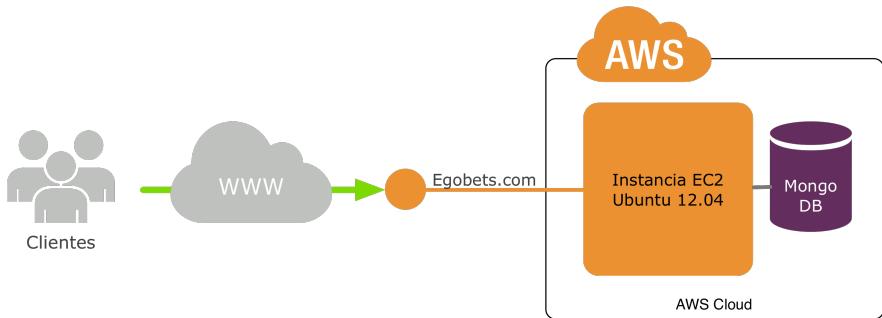


Figura 4.1: Arquitectura Cliente Servidor sobre Nube de AWS

#### 4.1.1. Ventajas de correr Egobets en la nube

El sistema usa la nube de AWS para ofrecer sus servicios a los usuarios (Vease la imagen 4.1), más aún se puede decir que el software corre en un esquema tipo “SaaS”<sup>1</sup>, esto implica que el usuario simplemente ingresa a su cuenta en un navegador de internet y puede ver las asesorías para sus apuestas. Del artículo “Cómputo en Nube: Ventajas y Desventajas” de Martínez y Gutiérrez [computoNube] se retoman las siguientes ventajas de este paradigma:

- **Costos.** Podría ser la ventaja más atractiva que presenta el cómputo en la nube, y si no lo es, al menos es la más evidente de todas las que ofrece esta tecnología. Al dejar la responsabilidad de la implementación de la infraestructura al proveedor, el cliente no

---

<sup>1</sup>Software as a Service. “Es el más conocido de los niveles de cómputo en la nube. El SaaS es un modelo de distribución de software que proporciona a los clientes el acceso a éste a través de la red (generalmente Internet). De esta forma, ellos no tienen que preocuparse de la configuración, implementación o mantenimiento de las aplicaciones, ya que todas estas labores se vuelven responsabilidad del proveedor. Las aplicaciones distribuidas a través de un modelo de Software como Servicio pueden llegar a cualquier empresa sin importar su tamaño o ubicación geográfica.” [computoNube].

tiene que preocuparse por comprar equipos de cómputo, capacitar personal para la configuración y mantenimiento de éstos, y en algunos casos, por el desarrollo del software. Además el usuario de estos servicios únicamente paga por los recursos que utiliza, permitiéndole diseñar un plan de pago normalmente a partir del tiempo en que éste se utiliza (memoria, procesamiento, almacenamiento). Para Egobets, esta cualidad es vital, ya que en el comienzo después de haber implantado el software la cantidad de usuarios es mínima y los ingresos también. Conforme crece la bolsa de clientes también irá creciendo la potencia del servidor.

- **Competitividad.** Al no tener que adquirir equipos costosos, las pequeñas empresas pueden tener acceso a las más nuevas tecnologías a precios a su alcance pagando únicamente por consumo. De este modo las organizaciones de cualquier tipo podrían competir en igualdad de condiciones en áreas de TI con empresas de cualquier tamaño. La ventaja competitiva no está en aquel que tiene los recursos de cómputo sino en quien los emplea mejor. En particular a Egobets le permite utilizar este tipo de tecnología a la par de otros sistemas gigantes que tienen mucho más tiempo en el mercado y mucho mayores ingresos.
- **Disponibilidad.** El proveedor está obligado a garantizar que el servicio siempre esté disponible para el cliente. En este sentido, la virtualización juega un papel fundamental, ya que el proveedor puede hacer uso de esta tecnología para diseñar una infraestructura redundante que le permita ofrecer un servicio constante de acuerdo a las especificaciones del cliente. A manera anecdótica, en Egobets se tuvo un problema con uno de los discos duros de un servidor, bastó con crear una nueva máquina virtual de la imagen que ya se poseía y clonar el código necesario, en menos de cinco minutos el servicio estaba de vuelta en línea.
- **Abstracción de la parte técnica.** Como se mencionó al hablar

de costos, el cómputo en la nube permite al cliente la posibilidad de olvidarse de la implementación, configuración y mantenimiento de equipos; transfiriendo esta responsabilidad al proveedor del servicio. En Egobets, jamas se ha tenido que realizar ningún tipo de mantenimiento a ningún equipo de hardware de los servicios en la nube.

- **Acceso desde cualquier punto geográfico.** El uso de las aplicaciones diseñadas sobre el paradigma del cómputo en la nube puede ser accesible desde cualquier equipo de cómputo en el mundo que esté conectado a Internet. El acceso normalmente se hace desde un navegador web, lo que permite a la aplicación ser utilizada no únicamente desde una computadora de escritorio o una computadora portátil, sino que va más allá, permitiendo al usuario hacer uso de la aplicación incluso desde dispositivos móviles como smartphones. El sistema montado en Egobets.com, por ejemplo, no tiene ninguna restricción hacia ningún país del mundo.
- **Escalabilidad.** El cliente no tiene que preocuparse por actualizar el equipo de cómputo sobre el que se está corriendo la aplicación que utiliza, ni tampoco por la actualización de sistemas operativos o instalación de parches de seguridad, ya que es obligación del proveedor del servicio realizar este tipo de actualizaciones. Además, éstas son transparentes para el cliente, por lo que la aplicación debe de continuar disponible para el usuario en todo momento aún cuando se esté realizando el proceso de actualización del lado del proveedor. Las actualizaciones y nuevas funcionalidades son instaladas prácticamente de manera inmediata. Si se quisiera ampliar el poder de cómputo de los servidores de Egobets.com, bastaría con realizar un par de clicks y esperar unos minutos.

Es por estas razones que Egobets tiene cabida en el paradigma del computo en la nube.

#### 4.1.2. Patrón de diseño MVC

Code Igniter. Es un framework<sup>2</sup> de PHP que ahorra tiempo en la programación, robustece tu sistema y permite al programador alcanzar un grado mayor de sofisticación en su código. Uno de los puntos interesantes de este framework es que utiliza el patrón de diseño conocido como Modelo Vista Controlador (MVC), este patrón fue descrito por el noruego Trygve Reenskaug en 1979. Sobre el libro de Upton [upton2007codeigniter] se tiene una aproximación a este patrón de diseño en CodeIgniter:

- Modelos, son objetos que representan los datos. Estos objetos reflejan las tablas de la base de datos y pueden modificarla conforme sea requerido. Los modelos también realizan operaciones a los datos según sea necesario.
- Vistas, reflejan el estado del modelo. Son las responsables de desplegar la información al usuario final. En este caso específico, todas las vistas son representaciones HTML del contenido.
- Controladores, ofrecen opciones para cambiar el estado del modelo. Son los encargados de consultar los modelos. Proveen a las vistas los datos dinámicos a mostrar.

De su página Web [codeignerWeb] se pueden destacar las siguientes propiedades:

- Tamaño pequeño. CodeIgniter 2.2 tiene una descarga 2.2MB, incluyendo la guía del usuario.
- Documentación clara. La guía que se incluye cuenta con guía y tutoriales para empezar a trabajar de manera muy práctica.

---

<sup>2</sup>Es una estructura de software compuesta de componentes personalizables e intercambiables para el desarrollo de una aplicación. En otras palabras, un framework se puede considerar como una aplicación genérica incompleta y configurable a la que se le puede añadir las últimas piezas para construir una aplicación concreta.

- Compatibilidad con casi cualquier servicio de alojamiento. Sólo necesita PHP 5.1.6 y tiene soporte con las bases de datos más comunes incluído MySQL.
- Casi no necesita configuración. Todas las variables y opciones de configuración vienen predefinidas a los estándares convenidos en internet.

## 4.2. Servicios

1. *Recomendación personalizada de apuestas en fútbol:* Cada persona es diferente y debe ser tratada de forma única, en Egobets se determina el perfil de riesgo de cada usuario mediante una encuesta y se le recomienda apuestas a su medida, de tal forma que pueda obtener ganancias y sentirse cómodo al mismo tiempo.
2. *Pronósticos:* Para cada partido se proporcionan, entre otros: marcador final más probable, resultado más probable y el nivel de posesión de balón de cada equipo.
3. *Estadísticas:* A través de éstas se pueden analizar las fortalezas y debilidades de los equipos favoritos del usuario.

# MVC

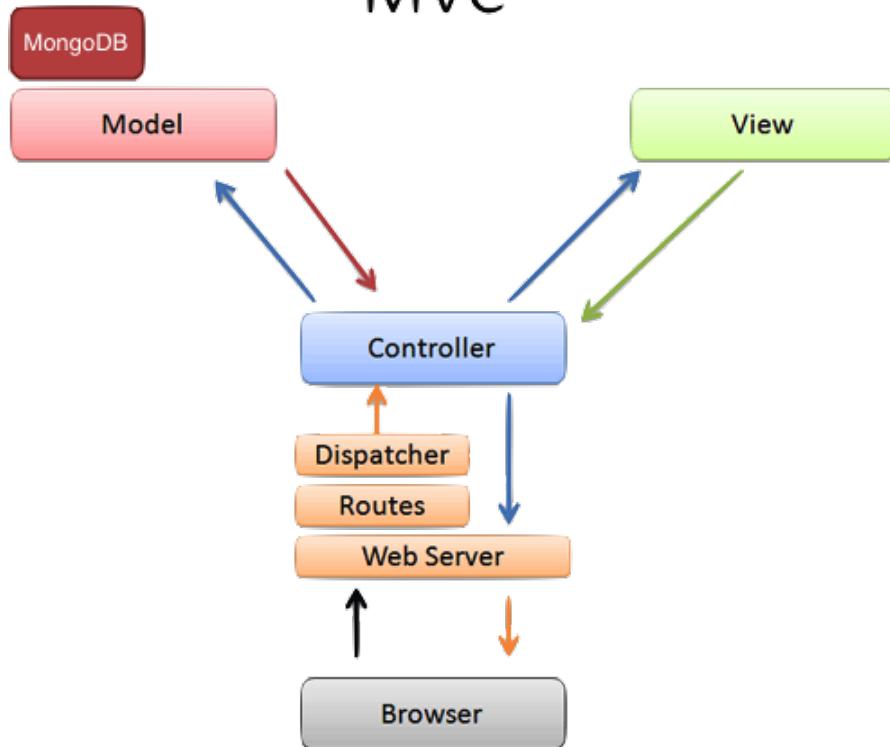


Figura 4.2: Patrón de diseño Modelo Vista Controlador (MVC)

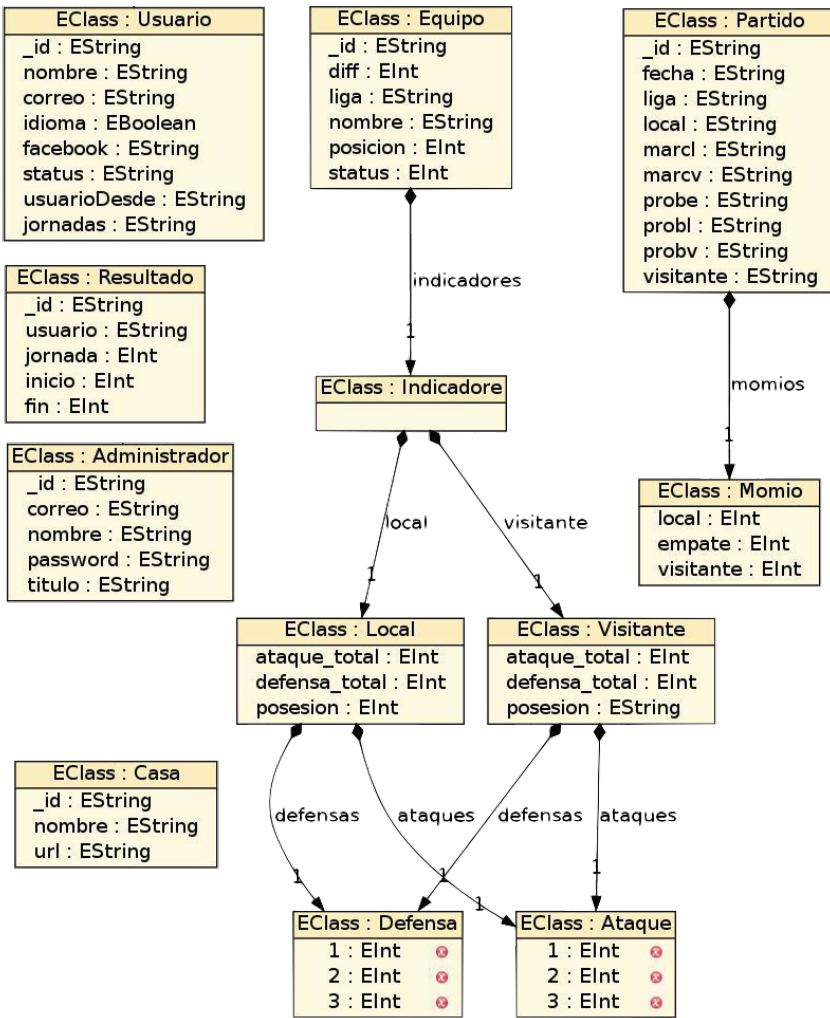


Figura 4.3: Representación UML de las colecciones de la base de datos de Egobets

#### **4.2.1. Encuesta**

##### **Perfil de riesgo**

El perfil de riesgo sirve para poder personalizar la asesoría de apuestas y se calcula a través de las respuestas proporcionadas en la encuesta de perfil de riesgo.

De forma genérica hay tres perfiles de riesgo:

1. Agresivo: Toma riesgos altos para poder obtener la mayor cantidad de ganancias posibles en el corto plazo.
2. Conservador: Apuesta a lo más seguro para proteger su dinero lo más posible, busca ganancias al largo plazo.
3. Moderado: Término medio entre agresivo y conservador.

##### **Sistema de reservas**

En *Egobets.com* se entiende que cada persona es diferente, que cada apuesta es diferente y debe ser analizada de forma individual, por eso se ha desarrollado el sistema de reservas que determina cuánto dinero apostar en la recomendación de la semana.

La reserva es la cantidad de dinero que no se apostará, sirve para poder seguir apostando en semanas posteriores en el caso en que se lleguen a tener pérdidas.

Se toman en cuenta tres factores: la volatilidad de la apuesta, la ganancia esperada de ésta y el nivel de riesgo deseado del cliente. Se combina esta información en un modelo probabilístico que proporciona la cantidad a apostar. Mediante este sistema se busca de proteger al cliente de pérdidas potenciales.

Beneficios:

1. Protege su dinero de pérdidas potenciales.
2. Permite recuperarse con mayor velocidad de semanas con pérdidas.
3. Permite dar una estructura de fondo de inversión a las apuestas al obtener un sistema de interés compuesto.

Costos:

1. Se restringe la cantidad de ganancias a corto plazo.

Es un sistema a largo plazo, no se recomienda a personas que desean incurrir en riesgos elevados en beneficio de la posibilidad de obtener mayores ganancias.

#### **4.2.2. Tablero de apuestas**

El tablero es la página principal para el usuario de *Egobets.com*. En el tablero se presenta la recomendación de la semana:

1. Barra de ingreso.
2. Los partidos en que se apostará: el partido, el resultado a apostar, la cantidad de dinero a apostar, el momio ofrecido y la casa de apuestas que ofrece tal momio.
3. La gráfica de valor esperado.

En *Egobets.com* se le da seguimiento a cada uno de nuestros clientes. Con esta información se puede monitorear la evolución del ingreso y así dar las recomendaciones de acuerdo al nivel de ganancias o pérdidas. Es importante que esta información sea verdadera para poder brindar el mejor servicio posible.

##### **1. ¿Se pueden hacer recomendaciones de resultados que no sean los más probables?**

Sí, depende del perfil de riesgo y de lo que pague la casa de apuestas en tal partido. En algunas ocasiones es recomendable apostar en contra del favorito si el pago es suficientemente grande. Si se tiene activado el sistema en contra de favoritos (en el menú perfil) o si el perfil es muy agresivo se presentarán muchas recomendaciones de este tipo.

La gráfica de valor esperado es una herramienta visual que permite ver cuáles son los posibles resultados de la recomendación de la semana.

En *Egobets.com* se conoce que todas las apuestas tienen un riesgo y mediante esta gráfica se puede cuantificar: Cada barra representa la probabilidad de que se gane o pierda la cantidad indicada debajo de ella, mientras más grande sea la barra mayores probabilidades hay de que tal resultado ocurra.

#### 4.2.3. Pronósticos

Pronósticos: Se pronostica el marcador final, la posesión del balón y el ganador del encuentro. Al poner el apuntador sobre el resultado más probable aparece el grado de confiabilidad del pronóstico.

En *Egobets.com* se presentan los equipos mediante un power ranking. Con base en las estadísticas de los partidos y dados sus resultados, se pronostica cuál será la tabla de posiciones al finalizar dicha liga.

#### 4.2.4. Estadísticas

En orden de aparición: Una estrella indicando si el equipo está o no marcado como uno de los favoritos, la posición en el power ranking, el nombre del equipo, el índice de ataque general del equipo, el índice de defensa general del equipo y por último el cambio dentro de la tabla de power ranking.

1. Índice de ataque general: Con calificación de una a cinco estrellas o de uno a diez (abajo). Representa la capacidad general del equipo para atacar.
2. Índices de medio centro, delanteros y definición: Con una calificación de cero a cien. Representan la capacidad de controlar el medio centro, de atacar a portería y de precisión de los tiros, respectivamente.
3. Índice de defensa general: Con calificación de una a cinco estrellas o de uno a diez (abajo). Representa la capacidad general del equipo para defender.

4. Índices de medio centro, defensas y portero: Con una calificación del cero a cien. Representan la capacidad de defender en el centro, de los defensas y del portero, respectivamente.
5. Al hacer click en las variables mencionadas en 2 o 4 se tienen acceso a la evolución de tales variables desde el minuto 0 hasta el 90 de un partido.
  1. *Resultados de la jornada anterior:* Se presenta el partido, el marcador real, el marcador pronosticado y el resultado pronosticado. Esto con el fin de que los usuarios puedan comparar lo pronosticado y lo que en verdad ocurrió.
  2. *Pronósticos de la jornada actual:* Se presenta el partido, el resultado pronosticado (o favorito), el marcador pronosticado y la fecha del encuentro. Además al poner el apuntador encima de un partido se presenta el grado de confiabilidad del pronóstico.

Además para cada tabla se pueden presentar los resultados de una liga en particular al seleccionarla en el recuadro de arriba.

### 4.3. Alimentando el sistema

El proceso que se lleva a cabo en el *Back Office* para alimentar el *Portal público* (Ver la figura 4.5), se puede describir de la siguiente manera:

1. A través del *Sistema de recopilación* los administradores descargan de la página de Internet de ESPN los resultados de todos los partidos de la temporada junto con la información de los próximos partidos por jugar de cada una de las ligas Europeas.
2. Los datos recopilados permiten a los administradores generar un conjunto de archivos de texto con toda la información de los resultados de los últimos partidos y las fechas de los próximos partidos.

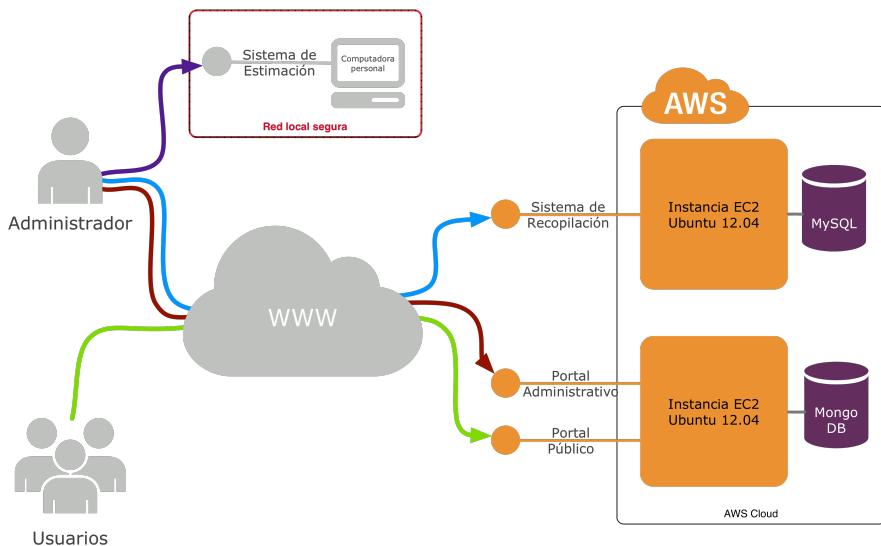


Figura 4.4: Diagrama de sistemas y usuarios

3. Los administradores usan estos archivos para alimentar el *Sistema de estimación* y calcular los pronósticos de los próximos partidos y las probabilidades de los resultados.
4. Se obtienen los archivos que contienen la información de los próximos partidos así como la información de los equipos por liga y su desempeño en la temporada en curso.
5. En el *Portal administrativo* se ingestan los archivos obtenidos con la información de los próximos partidos, resultados de partidos anteriores y las estadísticas de los equipos en la temporada en curso.
6. Finalmente, con la nueva información ingresada, los usuarios podrán disfrutar en el *Portal público* sus recomendaciones personalizadas.

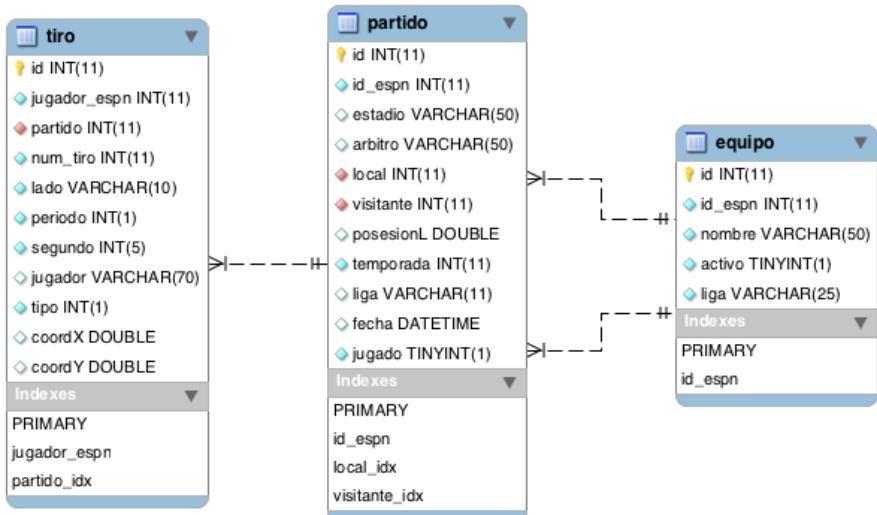


Figura 4.5: Diagrama de entidad-relación de la BD del recopilador

zadas de apuestas.

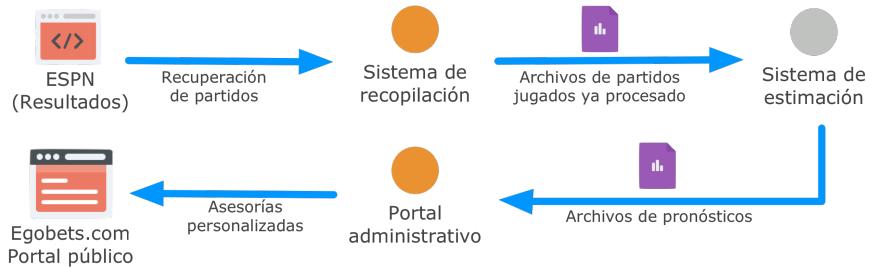


Figura 4.6: Proceso de alimentación del sistema

# Capítulo 5

## Conclusiones

- Relevancia de las apuestas en el presente y en la economía Mexicana. - Los juegos de azar de los casinos contemplan un margen para la casa que les garantiza ganancias a futuro. - Es claro que, más allá del azar, la habilidad y destreza de los equipos dominan los resultados de una temporada de futbol. - Los momios que publican las casas de apuestas se enfocan a predecir el mercado, por lo tanto se pueden mejorar las probabilidades propuestas. - Existe más de un modelo que permite predecir los resultados de las ligas de futbol, desde Maher [26] estas predicciones han sido lo suficientemente confiables como para considerar su uso en apuestas. - Conociendo las probabilidades de los partidos, aún siendo estimadas, es posible encontrar una estrategia de apuestas que genere rendimientos positivos como demostró Koopman en su artículo [23] mediante una simple estrategia de apuestas considerando valores esperados positivos.

- Además de tener las probabilidades y la estrategia de apuestas, Vancura [42] señala que el criterio de Kelly [21] maximiza asintóticamente la tasa de crecimiento de las ganancias, por lo que se integra esquema de reservas a la solución propuesta.

- Con el fin de buscar una asesoría personalizada se propone un esquema de recomendaciones basadas en el perfil de riesgo del apostador.

- En el sistema de Egobets.com se provee de una asesoría de apuestas integral para cada semana de la temporada donde se utilizan las predicciones de los resultados de los partidos, el perfil de riesgo del usuario y el sistema de reservas.

- El porcentaje de aciertos en los pronósticos es del 70 % para la liga española, 61 % en la italiana, 52 % en la inglesa, 52 % en la alemana y 48 % en la francesa.

- En los resultados observados, Egobets reporta un rendimiento desde el 29 % hasta el 83 % dependiendo del nivel de riesgo por apuesta del usuario.

- Las ganancias dependen del acierto de las predicciones, sin embargo tener estas ganancias con la probabilidad de aciertos que se tiene verifica las sospechas de que se puede tener una estrategia redituable de apuestas a pesar del pronóstico de los partidos.

- El computo en la nube es esencial para los sistemas como Egobets, sus ventajas como escalabilidad permiten mantener costeables y funcionales los servicios.

- El enfoque de un desarrollo al diseño y la usabilidad permiten que el usuario se enfoque en realizar únicamente lo que debe realizar

- MongoDB proporciona el beneficio de guardar información sin una estructura definida. Esto permite mucha mayor flexibilidad en los documentos que se persisten y la información que contienen[32]. Mientras que las bases de datos relacionales resultan mucho más eficientes en consultas complejas. En general, un esquema combinado de ambos tipos de bases de datos pueden resultar en un sistema de información eficaz y completo [10].

#### Beneficios:

- Egobets ofrece recomendaciones personalizadas de apuestas, cada persona es diferente y es tratada de forma única. Gracias a la encuesta se determina el perfil de riesgo del usuario y se le asesora de tal manera que obtenga ganancias y se sienta cómodo al mismo tiempo.

Acciones a futuro - Mejorar el sistema de predicción de resultados. - En un futuro este sistema podría modificarse para abarcar más mercado.

- Otras ligas, por ejemplo la mexicana - Otros deportes, por ejemplo futbol americano. - Incluso se varios de los autores hablan de que modelos parecidos a estos podrían servir para predecir elecciones.



## Apéndice A

# La ruina del jugador

### A.1. Demostración de la ruina del jugador

<http://www.columbia.edu/~ks20/stochastic-I/stochastic-I-GRP.pdf>

<http://www.ifp.illinois.edu/~sgorant2/gambler.html>

Two gamblers Alice and Bob play the following game: Alice repeatedly tosses a fair coin. After each toss that comes up H, Bob pays Alice one dollar. After each toss that comes up T, Alice pays Bob one dollar. The game continues until either one or the other gambler runs out of money. If Alice starts with \$A and Bob starts with \$B, . What is the probability that, when the game ends, Alice has all the cash? . What is the expected duration of the game?

== Solution Lets solve the problem using the Doob's Optional stopping Theorem for martingales. Let  $X_1, X_2, \dots$  be the increments of Alice's wealth. Hence  $X_i = 1$ , depending on H or T. Hence, change in Alice's cash is  $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$ . Define  $\tau = \min\{t : S_t = +B \text{ or } S_t = -A\}$ . Clearly  $\tau$  is a stopping time relative to the natural filtration  $\mathcal{F}_n = \sigma(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ .  $\tau' = \tau \wedge n$  is also a stopping time.

==== (1) Probability of Alice winning The sequence  $S_n$  is a martingale relative to the natural filtration  $\mathcal{F}_n$ . Hence, using Optional Stopping

Theorem for  $n < \infty$ ,  $0 = E[S_0] = E[S_{\tau \wedge n}] = -AP(\tau \leq n \text{ and } S_\tau = -A) + BP(\tau \leq n \text{ and } S_\tau = +B) + E[S_n \chi_{\tau > n}]$  As  $n \rightarrow \infty$ , the probability that  $\tau > n$  converges to zero. The last term in the above equation is the expectation of a bounded martingale  $S_n$  bounded between  $A$  and  $B$  and converges to 0. Thus,  $0 = -AP(S_\tau = -A) + BP(S_\tau = +B)$  Hence, probability that Alice has all the cash  $S_\tau = +B$  is  $P(S_\tau = +B) = \frac{A}{A+B}$ .

==== (2) Expected duration of game. The sequence  $(S_n^2 - n)$  is a martingale relative to the natural filtration  $\mathcal{F}_n$ . Hence, using Optional Stopping Theorem for  $n < \infty$ ,  $0 = E[S_0^2] = E[S_{\tau \wedge n}^2 - (\tau \wedge n)]$  As  $n \rightarrow \infty$ , the probability that  $\tau > n$  converges to zero. Hence,  $E[\tau] = E[S_\tau^2] = A^2P(S_\tau = -A) + B^2P(S_\tau = +B) = AB$  Hence, the expected duration of the game is  $AB$ .

## A.2. Decidir a favor de quien apostar

- (a) Sean  $p_L, p_z, p_v$  las probabilidades de que gane local, empaten o gane visitante, respectivamente. Sean  $\mu_L, \mu_z$  y  $\mu_v$  los momios respectivos. El problema de decisión de apostar \\$1 en esta situación es:

$$E_p[U(\delta_i)] = p_i \mu_i; \quad i = L, Z, V$$

Sol: Se escoge  $\rho_i \in \mathbb{R} \cdot E_p[U(\delta_i)] = \max\{p_L \mu_L, p_z \mu_z, p_v \mu_v, 1\}$

- (b) Se quiere decidir si apostar o no en la ocurrencia de un evento: Sea  $p = p(E)$  y  $f_p$  densidad de  $p$ . Sea  $\mu$  el momio en el caso de ocurrencia. El problema de decisión asociado es el siguiente:

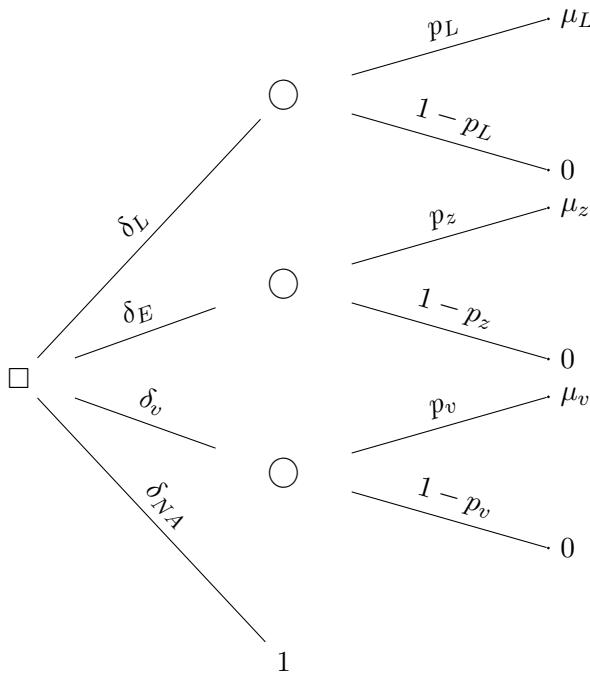


Figura A.1: Decidir por quién apostar

$$\begin{aligned}
 &\rightarrow E_p[U(\delta_A)] = E_{f_p}[p(\mu - 1) - (1 - p)] \\
 &= E_{f_p}[p(\mu) - 1] \\
 &= E_{f_p}(p)\mu - 1
 \end{aligned}$$

Apuestas si  $E_{f_p}(P) \cdot \mu \geq 1$

- (c) Mismo problema que el caso anterior, sólo que la utilidad depende de  $p$  y  $\mu$ :  $U : \mathbb{R} \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$   
 $(U(0, p) = 0 \quad \forall p)$ .

Se apuesta si:

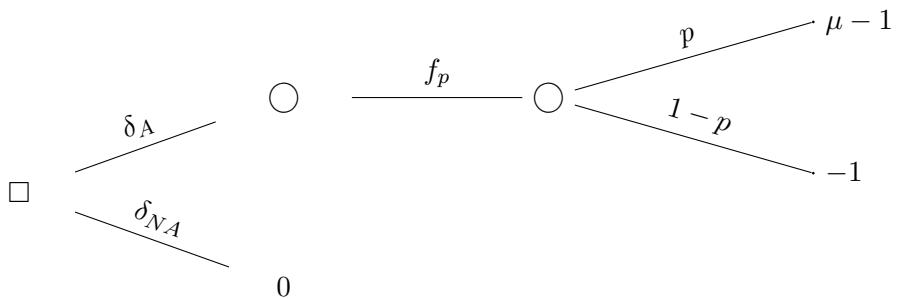


Figura A.2: Decidir si apostar o no apostar

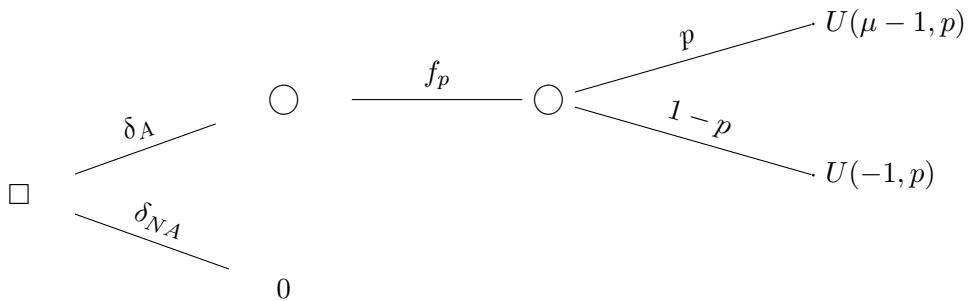


Figura A.3: Decidir si apostar en función de una utilidad

$$E_p(U(\delta_A)) = E_p[p U(\mu - 1, p) + (1 - p)U(-1, p)] \geq 0$$

Algunas funciones de utilidad posibles:

- $U_\mu(x, p) = x(\frac{1}{\mu} - p)^2$

Notese que:  $p U_\mu(\mu - 1, p) + (1 - p)U_\mu(-1, p)$

$$(\hat{p} = \frac{1}{\mu}) = (\hat{p} - p)^2(p\mu - 1)$$

Me duele más mientras más alejado esté de un trato beneficioso y me produce mayor placer mientras mayor sea el beneficio del trato.

- $$U_{\mu,a}(x,p) = \begin{cases} ax(\hat{p} - p)^2 & \text{si } p \leq \hat{p} \\ x(\hat{p} - p)^2 & \text{si } p > \hat{p} \end{cases}$$

Notese que:

$$U_\mu = U_{\mu,1}$$

$$pU_{\mu,a}(\mu-1,p) + (1-p)U_\mu(-1,p) = \begin{cases} a(\hat{p} - p)^2(p\mu - 1) & \text{si } p \leq \hat{p} \\ (\hat{p} - p)^2(p\mu - 1) & \text{si } p > \hat{p} \end{cases}$$

Me duele “a” veces más un trato perjudicial que un trato beneficioso si me encuentro a la misma distancia que  $\hat{p}$ .

- $U_{\mu,a,b} = U_{\frac{\mu}{1+\mu b},a}$

y considerar el problema de decisión con  $\mu' = \frac{\mu}{1+\mu b}$ .

Si  $\mu' = \frac{\mu}{1+\mu b} \rightarrow \hat{p}' = \hat{p} + b$ .

Los tratos empiezan a ser beneficiosos hasta que el menos sea  $b\%$  más probable que ocurra el evento de lo que sería justo.

**Nota:** En un problema de decisión sin aversión a la distribución de probabilidades (o con probabilidades fijas) si se desea apostar en apuestas con un mínimo de ganancias esperadas igual a  $b\%$  se debe comparar  $\mu_p$  con  $1+b$  (i.e. apostar  $\leftrightarrow \mu_p \geq 1+b$ ).

### A.3. Decidir la cantidad de dinero a apostar

Supongamos que  $\mu_p \geq 1$  y que existen 2 funciones de utilidad:

$$U_1 : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$$

$$U_2 : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$$

La primera es la función de utilidad del dinero para las ganancias y la segunda es la utilidad del dinero para las pérdidas monetarias.

Se harán las siguientes supuestos:

- (I)  $U_1(0) = U_2(0) = 0$ .  $U_1, U_2$  no decrecientes, una vez cont. dif.
- (II)  $U'_1(0) > U'_2(0)$  (por lo tanto convendrá apostar).

$$(III) \forall M > 0 \text{ fija } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{U_1(\mu x)}{U_2(x)} = 0.$$

(Perder duele muchísimo más que ganar).

El problema de decisión asociado a determinar la cantidad óptima a postar es: (con  $0 < p < 1$  fija y  $\mu$  momio)

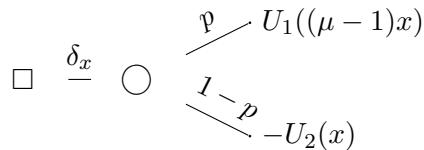


Figura A.4: Árbol de probabilidad 4

$$\rightarrow E_p[U(\delta x)] = pU_1((\mu - 1)x) - (1 - p)U_2(x)$$

Sea  $f(x) = E_p[U(\delta x)]$

Encontrar el óptimo es encontrar  $x \geq 0$  que resuelva el problema:  
 $\max_{x \geq 0} f(x)$

$$f'(x) = p(\mu - 1)U'_1((\mu - 1)x) - (1 - p)U'_2(x) = 0$$

$$\frac{p(\mu - 1)}{(1 - p)} = \frac{U'_2(x)}{U'_1((\mu - 1)x)}$$

P.d.

$$\exists \quad x^* \quad \cdot \exists . \quad \frac{p(\mu - 1)}{1 - p} = \frac{U'_2(x)}{U'_1(\mu x)}$$

$$(I) \quad f'(0) = p(\mu - 1)U'_1(0) - (1 - p)U'_2(0) > p(\mu - 1)U'_1(0) - (1 - p)U'_2(0)$$

$$= U'_2(0)(p\mu - 1) \geq 0$$

Con  $U'_2(0) \geq 0$  y  $p\mu \geq 0$

Por tanto  $f'(0) > 0$

$$(II) \quad f(0) = 0$$

$$(III) \quad \frac{f(x)}{U_2(x)} = p \frac{U_1((\mu - 1)x)}{U_2(x)} - (1 - p)$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{U_2(x)} = -(1 - p)$$

$$\rightarrow \exists x \cdot \exists . \quad \frac{f(x)}{U_2(x)} = -(1 + p) + \varepsilon < 0$$

$$\rightarrow \exists x \cdot \exists . \quad f(x) < 0$$

- Por T.V.M.  $\exists x' \in (0, x) \cdot \exists . \quad xf'(x') = f(x) - f(0) = f(x) < 0$   
 $\rightarrow f'(x') < 0$

- T.V.I.  $\exists x^* \in (0, x') \cdot \exists f'(x^*) = 0$ . i.e.  $\frac{p(\mu - 1)}{1-p} = \frac{U'_2(x)}{U'_1(\mu x)}$

Como  $f$  es primero creciente y en algún punto decreciente:  
 $\rightarrow x \cdot \exists f'(x) = 0$  es un maximizador.

Algunas funciones a considerar:

- $U_{1,\alpha}(x) = x^\alpha \quad 0 < \alpha < 1$   
 $U_2(x) = x$

Compruébense los supuestos:

- (I)  $U_{1,\alpha}(0) = 0 = U_2(0)$ , son crecientes y una vez dif.
- (II)  $U'_{1,\alpha}(0) = +\infty, U'_2(0) = 1 \quad \therefore U'_{1,\alpha}(0) > U'_2(0)$
- (III)  $\forall \mu > 0$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{U_{1,\alpha}(\mu x)}{U_2(x)} = \mu^\alpha \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^\alpha}{x} = \mu^\alpha \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^{1-\alpha}} = 0$$

Para una apuesta con probabilidad  $p$  y momio  $\mu$  el óptimo se da en:

$$\frac{p(\mu - 1)}{(1-p)} = \frac{U'_2(x)}{U'_{1,\alpha}((\mu - 1)x)} = \frac{1}{\alpha((\mu - 1)x)^{\alpha-1}} = \frac{1}{\alpha} (\mu - 1)^{1-\alpha} x^{1-\alpha}$$

$$\rightarrow \left( \frac{\alpha p}{(1-p)} \right) (\mu - 1)^\alpha = x^{1-\alpha} \rightarrow x^* = \left( \frac{\alpha p}{1-p} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} (\mu - 1)^{\alpha/1-\alpha}$$

- $U_{1,\alpha}(x) = x^\alpha \quad 0 < \alpha < 1$   
 $U_{2,\beta}(x) = x^\beta \quad \beta \leq 1$

Es fácil revisar los supuestos. Para una apuesta con probabilidad  $p$  y momio  $\mu$  el óptimo se da en:

$$\frac{p(\mu - 1)}{(1-p)} = \frac{\beta x^{\beta-1}}{\alpha(\mu - 1)^{\alpha-1}x^{\alpha-1}} = \frac{\beta}{\alpha}(\mu - 1)^{1-\alpha}x^{\beta-\alpha}$$

$$\rightarrow \left( \frac{\alpha p}{\beta(1-p)} \right) (\mu - 1)^\alpha = x^{\beta-\alpha} \rightarrow x^* = \left( \frac{\alpha p}{\beta(1-p)} \right)^{1/\beta-\alpha} (\mu - 1)^{\alpha/\beta-\alpha}$$

- $U_1(x) = \ln(x)$
- $U_2(x) = x$

Es fácil revisar los supuestos. Para una apuesta con probabilidad  $p$  y momio  $\mu$  el óptimo se da en:

$$\frac{p(\mu - 1)}{(1-p)} = \frac{1}{\left( \frac{1}{(\mu-1)x} \right)} = (\mu - 1)x \rightarrow x^* = \frac{p}{1-p}$$

- $U_{1,\alpha}(x) = 1 - e^{-\alpha x} \quad \alpha \geq 1$
- $U_2(x) = x$

Es fácil revisar los supuestos. Para una apuesta con probabilidad  $p$  y momio  $\mu$  el óptimo se da en:

$$\frac{p(\mu - 1)}{1-p} = \frac{1}{\alpha e^{-\alpha(\mu-1)x}} \rightarrow \ln \left( \frac{\alpha p(\mu - 1)}{(1-p)} \right) = \alpha(\mu - 1)x$$

$$\rightarrow x^* = \frac{1}{\alpha(\mu - 1)} \ln \left( \frac{\alpha p(\mu - 1)}{(1-p)} \right)$$

Otras tres funciones de utilidad a considerar:

- $U_{1,\alpha}(x) = \alpha x \quad \alpha \geq 1$   
 $U_2(x) = e^x - 1$

$$\rightarrow \frac{p(\mu - 1)}{1 - p} = \frac{e^x}{\alpha}$$

$$\rightarrow x^* = \ln \left( \frac{p(\mu - 1)}{1 - p} \right) + \ln(\alpha)$$

- $U_1(x) = \ln(x) \quad \alpha \geq 1$   
 $U_2(x) = x^\alpha$

$$\rightarrow \frac{p(\mu - 1)}{1 - p} = \frac{\alpha x^{\alpha-1}}{\frac{1}{(\mu-1)x}} = \alpha(\mu - 1)x^\alpha$$

$$\rightarrow x^* = \left( \frac{p}{\alpha(1 - p)} \right)^{1/\alpha}$$

- $U_{1,\alpha}(x) = \tan^{-1}(x)$   
 $U_{2,\alpha}(x) = \alpha x \quad 0 < \alpha \leq 1$

$$\rightarrow \frac{p(\mu - 1)}{1 - p} = \alpha(1 + (\mu - 1)^2 x^2)$$

$$\rightarrow \frac{p\mu - p - \alpha(1 - p)}{1 - p} = \alpha(\mu - 1)^2 x^2$$

$$\rightarrow \frac{p\mu - (1 - \alpha)p - \alpha}{1 - p} = \alpha(\mu - 1)^2 x^2$$

$$\rightarrow x^* = \frac{1}{\sqrt{\alpha}(\mu - 1)} \left( \frac{p\mu - (1 - \alpha)p - \alpha}{1 - p} \right)^{1/2}$$

equivalentemente:  $x^* = \frac{1}{\mu - 1} \left( \frac{p\mu - (1 - \alpha)p - \alpha}{1 - p} \right)^{1/2}$

Basta probar que  $p\mu - (1 - \alpha)p - \alpha \geq 0$

$$p\mu - (1 - \alpha)p - \alpha \geq p\mu - (1 - \alpha) - \alpha = p\mu - 1 > 0$$

$x^*$  está bien definido.

### A.3.1. Ahorro precaucional

Supongamos  $F_1, \dots, F_n$  distribuciones y la siguiente sucesión de Variables aleatorias  $(x_1^t)_{t=1}^\infty, \dots, (x_n^t)_{t=n}^\infty$  independientes  $x_j^t \sim F_j \forall t \in \mathbb{N}$ .

Sean  $\alpha_1, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R}^+ \cdot \exists \cdot \sum_{j=1}^n \alpha_j = 1$ , definimos:

- $z_1 = \sum_{j=1}^n \alpha_j x'_j$
- $z_{t+1} = \sum_{j=1}^n \alpha_j x_j^{t+1} + z_t$

Supongamos que  $E[x_j^t] > 1 \forall t \in \mathbb{N} \rightarrow E[z_t] = tE[z_1] = t\mu > 1$

#### Problema:

Encontrar  $y \cdot \exists \cdot (1 - ty) + yz_t \geq y \forall t \in \mathbb{N}$  con probabilidad  $(1 - \alpha) \times 100\%$ . ( $y \in [0, 1]$ ).

$$\rightarrow yz_t \geq (t + 1)y - 1 \quad \rightarrow \quad z_t \geq (t + 1) - \frac{1}{y}$$

$$\rightarrow z_t \geq t + k \left( \text{con } k = 1 - \frac{1}{y} \right)$$

equivalentemente: Encontrar  $k \leq 0 \cdot \exists \cdot z_t \geq t + k \forall t \in \mathbb{N}$  con probabilidad  $(1 - \alpha) \times 100\%$ .

Sol:

Sea  $\mu = E[z_1]$ ,  $\sigma^2 = Var[z_1]$

$$\rightarrow (1 - \alpha) = p(z_t) \geq t + k \forall t \in \mathbb{N}$$

$$\begin{aligned} &= p(z_1 \geq 1 + k) \cdot p(z_2 \geq 2 + k | z_1 \geq 1 + k) \cdots \\ &= p(z_1 \geq 1 + k) \cdot \prod_{t=1}^{\infty} p(z_{t+1} \geq (t + 1) + k | z_t \geq t + k) \end{aligned}$$

Usando el T.C.L.:  $z_t \rightarrow N(t\mu, t\sigma^2) \forall t \in \mathbb{N}$

$$(I) \quad p(z_1 \geq 1 + k) = p\left(\frac{z_1 - \mu}{\sigma} \geq \frac{(1 + k) - \mu}{\sigma}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{k - (\mu - 1)}{\sqrt{t}\sigma}\right)$$

$$(II) \quad p(z_{t+1} \geq (t + 1) + k | z_t \geq t + k) = \frac{p(z_{t+1} \geq (t + 1) + k, z_t \geq t + k)}{p(z_t \geq t + k)}$$

$$\begin{aligned} &\blacksquare p(z_t \geq t + k) = p\left(\frac{z_t - t\mu}{\sqrt{t}\sigma} \geq \frac{k - t(\mu - 1)}{\sqrt{t}\sigma}\right) \\ &\quad = 1 - \Phi\left(\frac{k - t(\mu - 1)}{\sqrt{t}\sigma}\right) \end{aligned}$$

- $z_{t+1} = y_t + z_t$  con  $y_t \sim (\mu, \sigma^2)$ ,  $y_t, z_t$  independientes  
 $z_t \sim (t\mu, t\sigma^2)$

$$\rightarrow f(y_t, z_t) \simeq \frac{1}{2\pi\sqrt{t}\sigma^2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}[(y_t - \mu)^2 + \frac{1}{t}(z_t - t\mu)^2]\right\}$$

Sea

$$\begin{aligned}\omega_t &= y_t + z_t & y_t &= \omega_t - v_t \\ v_t &= z_t & z_t &= v_t\end{aligned}$$

$$\rightarrow J = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow |det(J)| = 1$$

$$f(z_{t+1}|z_t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{t}\sigma^2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}[(z_{t+1} - z_t - \mu)^2 + \frac{1}{t}(z_t - t\mu)^2]\right\}$$

$$\rightarrow p(z_{t+1}) \geq (t+1) + k, z_t \geq t + k$$

$$= \int_{t+k}^{\infty} \int_{t+1+k}^{\infty} \frac{1}{2\pi\sqrt{t}\sigma^2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}[(z_{t+1} - z_t - \mu)^2 + \frac{1}{t}(z_t - t\mu)^2]\right\} dz_{t+1} dz_t$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{t}\sigma^2} \int_{t+k}^{\infty} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2 t}(z_t - t\mu)^2\right\} \int_{t+1+k}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}[(z_{t+1} - z_t - \mu)^2]\right\} dz_{t+1} dz_t$$

$$^1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{t}\sigma^2} \int_{t+k}^{\infty} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2 t}(z_t - t\mu)^2\right\} \left[1 - \Phi\left(\frac{k+t-z_t-(\mu-1)}{\sigma}\right)\right]$$

---


$$\bar{z}_t = \frac{1}{t} z_t, \quad d\bar{z}_t = \frac{1}{t} dz_t, \quad (\bar{z}_t)_0 = 1 + \frac{k}{t}, \quad (\bar{z}_t)_1 = \infty$$


---

$$= \frac{\sqrt{t}}{2\pi\sqrt{t}\sigma^2} \int_{1+k/t}^{\infty} \exp\left\{-\frac{t}{2\sigma^2}(\bar{z}_t - \mu)^2\right\} \left[1 - \Phi\left(\frac{k+t(1-\bar{z}_t)-(\mu-1)}{\sigma}\right)\right] d\bar{z}_t$$

Por tanto:

$$p(z_{t+1}) \geq (t+1) + k, \quad z_t \geq t + k$$

$$\simeq \frac{\sqrt{t} \int_{1+k/t}^{\infty} \exp\left\{-\frac{t}{2\sigma^2}(\bar{z}_t - \mu)^2\right\} \left[1 - \Phi\left(\frac{k+t(1-\bar{z}_t)-(\mu-1)}{\sigma}\right)\right] d\bar{z}_t}{\sqrt{2\pi}\sigma \left(1 - \Phi\left(\frac{k-t(\mu-1)}{\sqrt{t}\sigma}\right)\right)}$$

Para calcular  $k$  se resuelve la siguiente ecuación:

$$\log(1-\alpha) = \log(p|z_1 \geq 1+k) + \sum_{t=1}^{\infty} \log(p(z_{t+1}) \geq (t+1) + k, z_t \geq t + k)$$

$$y = \frac{1}{1-k}$$

Se realizó una muestra  $y_1, \dots, y_n$ , donde:

$$y_1 = CA(p_i, \mu_i, \sigma_i)$$

Donde:

---

<sup>1</sup>Ver Apéndice A

- $p_i$ : Un valor de probabilidad deseado.
- $M_i$ : Un valor de  $E[z_1]$  dado.
- $\delta_i$ : Un valor de  $Var(z_i)^{1/2}$ .
- $CA$ : La función que se define implícitamente de resolver las ecuaciones para calcular la cantidad de apostar.

A tales datos se les ajustó el siguiente modelo lineal:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 p_i + \beta_2 \mu_i + \beta_3 \sigma_i + \varepsilon_i$$

El ajuste es el siguiente:

- $\beta_0 = 0.2925$
- $\beta_1 = -0.9975$
- $\beta_2 = 1.3772$
- $\beta_3 = -1.1127$

Con  $R^2 = 0.95$ .

En adelante, se tomará como aproximación lo siguiente:

$$CA(p, \mu, \sigma) \simeq 0.2925 - 0.9975p + 1.3772\mu - 1.1127\sigma$$

### A.3.2. Evolución del dinero en el tiempo

**Problema:** Decidir  $p$  de manera óptima.

Sea  $x$  la cantidad de ingresos restantes ( $0 \leq x \leq 1$ , en porcentaje), y  $\mu, \sigma$  la media y la desviación estandar de apostar en un periodo dados.

Supongamos  $U_1, U_2 : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$  funciones de utilidad del dinero. ( $U_1$  ganancias,  $-U_2$  pérdidas) ·  $\exists$  · son no decrecientes y una vez continuamente diferenciables. Considerese la siguiente función:

$$\begin{aligned}f(p; x, \mu, \sigma) &= [beneficio] - [costo] \\f(p; x, \mu, \sigma) &= [pU_1(y(p, \mu, \sigma)\mu x)] - [(1-p)U_2(x)]\end{aligned}$$

Suponiendo  $y(p, \mu, \sigma) = a_0 - a_1p + a_2\mu - a_3\sigma$  se obtiene:

$$a_i \geq 0, \quad i = 0, \dots, 3$$

$$f = pU_1((a_0 - a_1p + a_2\mu - a_3\sigma)\mu x) - (1-p)U_2(x)$$

El problema es:

$$\max f$$

Sol:

$$\begin{aligned} f'(p) &= -pU'_1((a_0 - a_1p + a_2\mu - a_3\sigma)\mu x)a_1\mu x \\ &\quad + U_1((a_0 - a_1p + a_2\mu - a_3\sigma)\mu x) + U_2(x) = 0 \end{aligned}$$

Si  $U_1$  es cóncava  $\rightarrow p^*$  es un maximizador.

Forma aproximada de obtener  $p$ :

$$y = a_0 - a_1p + a_2\mu - a_3\sigma$$

$\rightarrow$  Sea  $b = a_1\mu x$ ,  $p_0$  una aproximación de  $p$ . Definimos:

$$\omega = y\mu x, \quad \omega_0 = y(p_0, \mu, \sigma)\mu x$$

$$\begin{aligned} \rightarrow U_1(\omega) &= U_1(\omega_0) + U'_1(\omega_0)(\omega - \omega_0) + O((\omega - \omega_0)) \\ &= U_1(\omega_0) + bU'_1(\omega_0)(\omega_0)(p - p_0) + O((\omega - \omega_0)) \end{aligned}$$

Se puede aproximar  $f$  por:

$$f(p) \simeq p[U_1(\omega_0) + bU'_1(\omega_0)(\omega_0)(p - p_0)] - (1-p)U_2(x)$$

$$\Rightarrow f'(p) \simeq U_1(\omega_0) - 2bU'_1(\omega_0)p + bU'_1(\omega_0)p_0 + U_2(x) = 0$$

$$\Rightarrow p \simeq \frac{1}{2bU'_1(\omega_0)}[U_1(\omega_0) + U_2(x)] + \frac{1}{2}p_0$$

Supongamos  $U_1 : \Re^+ \rightarrow \Re^+$  dada por  $U(\omega) = \omega^\alpha$   $(0 < \alpha \leq 1)$  y  $U_2(x) = \beta x$

Notese que:

- $\frac{U_1(\omega_0)}{U'_1(\omega_0)} = \frac{\omega_0}{\alpha}$
- $\frac{\omega_0}{b} = \frac{a_0 - a_1 p + a_2 \mu - a_3 \sigma}{a_1}$

$$\Rightarrow p \simeq \frac{1}{2\alpha a_1}[a_0 + a_2 \mu - a_3 \sigma + \frac{\beta}{\mu}[(a_0 - a_1 p_0 + a_2 \mu - a_3 \sigma) \mu x]^{1-\alpha}] + \frac{1}{2}(1 - \frac{1}{\alpha})p_0$$

Supongamos ahora que  $f$  es de la siguiente forma:

$$f(p) = pU_1(y(p, \mu, \sigma) \cdot \mu x) - (1 - p)U_2(x) - pU_3(\theta(k\sigma - \mu))$$

i.e. Hay pérdidas potenciales por el riesgo de la inversión considerar

$$U_3(\theta(k\sigma - \mu))U_2(\theta(k\sigma - \mu)x)I(\theta(k\sigma - \mu) \geq 0)$$

$\Rightarrow$  De manera análoga se obtiene:

$$p \simeq \frac{1}{2bU'(\omega_0)}[U_1(\omega_0) + U_2(x) + U_2(\theta(k\sigma - \mu)x)I_{\{m \geq 0\}}] + \frac{1}{2}p_0$$

Si tomamos  $U_1(\omega) = \omega^\alpha$ ,  $U_2(x) = \beta x$

$$\begin{aligned} p &\simeq \frac{1}{2\alpha a_1} \{(a_0 + a_2\mu - a_3\sigma) \\ &+ \frac{\beta_1}{\mu} [1 + (\beta_2\sigma - \beta_3\mu)I_{\{m \geq 0\}}] [(a_0 - a_1p + a_2\mu - a_3\sigma)\mu x]^{1-\alpha}\} + \frac{1}{2}(1 - \frac{1}{\alpha})p_0 \end{aligned}$$



## Apéndice B

# Ligas europeas de futbol

En esta sección se presenta información relevante de cada una de las ligas europeas de futbol. Esta información hace más comprensible los procesos de calificación y eliminación de los equipos. También se da un listado de los equipos participantes de las ligas.

### B.1. Bundesliga (Alemania)

Fundada el 28 de Julio de 1962 en la convención anual de la *DFL Deutsche Fußball Liga GmbH*, la primer temporada se jugó en 1963. La liga evolucionó en función de la reunificación de Alemania y la integración de la liga del Este [16] Hoy en día la *Bundesliga* es conocida como una de las ligas con mayor afluencia en sus partidos, en la temporada 2011/12 hubo un promedio de 44,293 espectadores por partido. Se vendieron 18.8 millones de entradas en total.

*“El fútbol es un deporte que inventaron los ingleses, que lo saben jugar los brasileños y en el que siempre ganan los alemanes.”*

– Gary Lineker, ex-futbolista inglés.

La *DFL* se encarga de la operación de las ligas de futbol: *Bundesli-*



## BUNDESLIGA

ga y 2. Bundesliga; que son las más importantes de Alemania. Cuenta con treinta y seis clubs de futbol los cuales juegan se dividen en ambas divisiones (Ver B.1.1) Todos miembros de la Asociación de la Liga cuentan con una licencia<sup>1</sup> para poder jugar y deben seguir los sistemas de entrenamiento y procedimientos disciplinarios.

Dieciocho equipos juegan en cada división, cada equipo juega una vez de local y otra de visitante contra cada uno de los otros diecisiete equipos de la liga. Esto significa que al ser  $n = 18$  equipos se tienen  $\sum_{i=1}^{n-1} i = \sum_{i=1}^{17} i = 153$  partidos en una temporada. Al término de estos partidos se calculan los puntos que cada equipo tiene y se hace la tabla de posiciones, los dos peores equipos de la Bundesliga son intercambiados con los dos mejores de la 2. Bundesliga. Mientras que el tercer mejor equipo de la 2. Bundesliga disputa un partido con el tercer peor equipo de la Bundesliga para decidir quien se queda en la primera división. Análogamente, el equipo con más puntos se vuelve el campeón de la liga.

Los puntos de la tabla son dados por las victorias de cada equipo, una victoria suma tres puntos a la tabla; las derrotas o empates no suman nada. Si en la tabla hay equipos con la misma cantidad de puntos, para

---

<sup>1</sup>Cada tempertada todos los clubs deben cumplir los criterios deportivos, legales, administrativos, financieros y de infraestructura del Lizenzierungsordnung (LO) y sus respectivos apéndices

el desempate se deben considerar criterios como: diferencias de goles, cantidad de goles anotados en la temporada, diferencia de goles que resulten de los partidos jugados entre ellos y la cantidad de goles como visitantes. Si todos estos criterios no deciden el desempate, se deberá jugar un partido en una cancha neutral para decidir su posición en la tabla.

La regulación de la cantidad de jugadores extranjeros en los equipos sigue la regulación d ela UEFA desde el 21 de Diciembre del 2005. Actualmente hay 977 jugadores con un contrato profesional, 503 en la *Bundesliga* y 474 en la *2. Bundesliga*. El cuarenta y siete por ciento de la primera división son extranjeros (234 jugadores) y el treinta y seis por ciento en la segunda liga (171 jugadores)

En total, 43 clubs han ganado la Bundesliga desde su fundación. Los tres equipos con más campeonatos son: *FC Bayern Munich* con 23 títulos, *BFC Dynamo Berlin* con 10 y *1. FC Nürnberg* con 9. Los tres máximos goleadores de la liga son: *Ger Müller* (1965-1979) con 365 goles, *Klaus Fischer* (1968-1988) con 268 y *Jupp Heynckes* con 220. [13]

### B.1.1. Equipos Alemanes

- 1. FC Kaiserslautern
  - 1. FC Köln GmbH & Co.KGaA
  - 1. FC Nürnberg
  - 1. FSV Mainz 05
  - Bayer 04 Leverkusen Fußball GmbH
  - Borussia Dortmund GmbH & Co. KGaA
  - Borussia VfL 1900 Mönchengladbach GmbH
  - DSC Arminia Bielefeld
  - Eintracht Frankfurt Fußball AG
  - FC Augsburg 07
  - FC Bayern München AG
  - FC Carl Zeiss Jena e.V.
  - FC Energie Cottbus
  - FC Erzgebirge Aue
  - FC Hansa Rostock
  - FC Schalke 04
  - FC St. Pauli

- Hamburger SV
- Hannover 96 GmbH & Co. KGaA
- Hertha BSC Berlin KGmbH aA
- Karlsruher SC
- MSV Duisburg GmbH & Co.KGaA
- Offenbacher Fußballclubs Kickers 1901 e.V.
- SC Freiburg
- SC Paderborn 07 e.V.
- SpVgg. Greuther Fürth GmbH & Co. KG
- SV Wehen 1926 Wiesbaden
- TSG Hoffenheim
- TSV Alemannia Aachen
- TSV München von 1860 GmbH & Co. KGaA
- TuS Koblenz 1911 e.V.
- VfB Stuttgart 1893 e.V.
- VfL Bochum
- VfL Osnabrück
- VfL Wolfsburg-Fußball GmbH
- Werder Bremen GmbH & Co. KGaA

## B.2. Liga BBVA (España)

La Primera División de España comenzó a disputarse en la temporada 1928-29, siendo el FC. Barcelona el primer equipo que se proclamó Campeón. Hasta ese momento, el fútbol español se organizaba en torno al Campeonato de España. Las primeras temporadas se disputaron con los primeros campeones y subcampeones del Campeonato de España. Conocida hoy en día como la *Liga BBVA*<sup>2</sup> (por motivos de patrocinio, es considerada hoy en día como la liga de más fuerte del mundo y de mayor importancia. [11]

La Liga de Fútbol Profesional (LFP) se fundó el 26 de julio de 1984. Es una asociación deportiva integrada por todas las sociedades anónimas deportivas y clubes de fútbol de Primera y Segunda División que participan en competiciones oficiales profesionales de España. La LFP forma

---

<sup>2</sup>Nombre proveniente del patrocinio del Banco Bilbao Vizcaya Argentaria. Segunda División ahora se conoce como la *Liga Adelante*. Curiosamente la Segunda División solía tener el nombre de *Liga BBVA*



parte de la Real Federación Española de Fútbol pero tiene autonomía jurídica en su organización y funcionamiento.

En la actualidad, la Liga de Fútbol Profesional está formada por un total de 42 equipos: 20 en Primera División y 22 en Segunda División (Ver B.2.1). Igual que la liga Alemana, cada equipo juega una vez de local y otra de visitante contra cada uno de los otros diecinueve equipos de la liga. Esto significa que al ser  $n = 19$  equipos se tienen 190 partidos en una temporada. Con estas 38 jornadas los equipos suman puntos en la tabla de posiciones, los primeros 3 entran a la fase de grupos de la *Liga de Campeones de la UEFA*. Los últimos tres equipos en la tabla de posiciones descenden a la *Liga Adelante*, mientras que los mejores 2 de la Segunda División suben a Primera. El tercer ascenso a Liga BBVA es el ganador de un mini torneo entre el tercero vs quinto y cuarto vs sexto mejor clasificados.

Cada victoria suma tres puntos al Club vencedor, en caso de empate ambos equipos se llevan un punto. Las reglas de desempate son las siguientes:

- El que tenga una mayor diferencia entre goles a favor y en contra según el resultado de los partidos jugados entre ellos.
- El que tenga la mayor diferencia de goles a favor teniendo en cuenta todos los obtenidos y recibidos en el transcurso de la competición.
- El club que haya marcado más goles.

En caso de que haya tres equipos o más empatados se siguen los siguientes criterios para el desempate:

- La mejor puntuación de la que a cada uno corresponda a tenor

de los resultados de los partidos jugados entre sí por los clubes implicados.

- La mayor diferencia de goles a favor y en contra, considerando únicamente los partidos jugados entre sí por los clubes implicados.
- La mayor diferencia de goles a favor y en contra teniendo en cuenta todos los encuentros del campeonato.
- El mayor número de goles a favor teniendo en cuenta todos los encuentros del campeonato.
- El club mejor clasificado en función de las regulaciones de fair play.

Se inscriben 25 jugadores cada temporada a cada Club, de los que 3 pueden ser ajenos a la Unión Europea. Sin embargo, todos aquellos que se puedan nacionalizar por sus lazos familiares pueden jugar en el equipo sin ocupar una plaza de extracomunitaria.

59 equipos han jugado en esta liga desde su comienzo. Los únicos 3 que nunca han descendido son: Athletic Club, FC Barcelona y Real Madrid CF. Los campeones máximos son *Real Madrid CF* con 32 títulos, *FC Barcelona* con 22 y *Club Atlético Madrid* con 10. Los goleadores más prolíficos son: *Telmo Zarra* (1921-2006) con 251 goles, *Lionel Messi* (1987) con 250 y *Hugo Sánchez* (1958) con 234. [12]

### B.2.1. Equipos Españoles

- |            |             |
|------------|-------------|
| ■ Alavés   | ■ Celta     |
| ■ Albacete | ■ Córdoba   |
| ■ Alcorcón | ■ Deportivo |
| ■ Almería  | ■ Eibar     |
| ■ Athletic | ■ Elche     |
| ■ Atlético | ■ Espanyol  |

- FC Barcelona
- FC Barcelona B
- Getafe
- Girona
- Granada
- Las Palmas
- Leganés
- Levante
- Llagostera
- Lugo
- Málaga
- Mallorca
- Mirandés
- Numancia
- Osasuna
- Ponferradina
- R. Betis
- R. Madrid
- R. Sociedad
- Racing
- Rayo
- Recreativo
- Sabadell
- Sevilla
- Sporting
- Tenerife
- Valencia
- Valladolid
- Villarreal
- Zaragoza

### B.3. Ligue 1 (Francia)

Fundada el 11 de septiembre de 1932 bajo el nombre de *National* que después cambió a *Division 1*



#### B.3.1. Equipos Franceses

- AC Ajaccio
- AC Arles Avignon
- AJ Auxerre
- Amiens SC
- Angers SCO
- AS Beauvais
- AS Cannes
- AS Monaco
- AS Nancy-Lorraine
- AS Red Star 93
- AS Saint-Etienne
- ASOA Valence
- Besançon RC
- CA Bastia
- Chamois Niortais
- Châteauroux
- Clermont Foot
- CS Louhans-Cuiseaux
- CS Sedan
- Dijon FCO
- EA Guingamp
- ES Wasquehal
- ESTAC Troyes
- Evian TG FC
- FC Gueugnon
- FC Libourne Saint Seurin
- FC Lorient
- FC Martigues
- FC Metz
- FC Mulhouse
- FC Nantes
- FC Rouen 1899
- FC Sète 34
- FC Sochaux-Montbéliard
- GF38
- GFC Ajaccio
- Girondins de Bordeaux
- Havre AC
- Le Mans FC
- LOSC Lille
- Montpellier Hérault SC
- Nîmes Olympique
- OGC Nice
- Olympique d'Alès
- Olympique de Charleville
- Olympique de Marseille
- Olympique Lyonnais
- Paris Saint-Germain
- Perpignan FC
- RC Lens
- RC Strasbourg
- SA Epinal
- SC Toulon
- SM Caen
- Stade Brestois 29
- Stade Briochin
- Stade de Reims
- Stade Lavallois
- Stade Poitevin
- Stade Rennais FC

- Toulouse FC
- Tours FC
- US Boulogne CO
- US Créteil-Lusitanos
- US Dunkerque
- US Orléans
- Valenciennes FC
- Vannes OC

## B.4. Premier (Inglaterra)

La *DFL Deutsche Fußball Liga GmbH* se encarga de la operación de la *Bundesliga* y *2. Bundesliga*, las más importantes ligas de futbol de alemania. Cuenta con treinta y seis clubs

### B.4.1. Equipos Ingleses

- Arsenal
- Aston Villa
- Barnsley
- Birmingham City
- Blackburn Rovers
- Blackpool
- Bolton Wanderers
- Bradford City
- Burnley
- Cardiff City
- Charlton Athletic
- Chelsea
- Coventry City
- Crystal Palace
- Derby County
- Everton
- Fulham
- Hull City
- Ipswich Town
- Leeds United
- Leicester City
- Liverpool
- Manchester City
- Manchester United
- Middlesbrough
- Newcastle United
- Norwich City
- Nottingham Forest
- Oldham Athletic
- Portsmouth
- Queens Park Rangers
- Reading
- Sheffield United
- Sheffield Wednesday
- Southampton

## B.5. Serie A (Italia)

La *DFL Deutsche Fußball Liga GmbH* se encarga de la operación de la *Bundesliga* y *2. Bundesliga*, las más importantes ligas de futbol de alemania. Cuenta con treinta y seis clubs

### B.5.1. Equipos Italianos

- AC Milan
- AS Roma
- Atalanta
- Cagliari
- Cesena
- Chievo Verona
- Empoli
- Fiorentina
- Genoa
- Verona
- Inter Milan
- Juventus
- Lazio
- Napoli
- Palermo
- Parma
- Sampdoria
- Sassuolo
- Torino
- Udinese

# Apéndice C

## Bases de datos

### C.1. Dump BD Egobets.com

En este anexo se presenta un dump BSON de la base de datos de MongoDB del sistema de Egobets. Cada apartado contiene el ejemplo de un documento de esa colección.

#### C.1.1. Casas de apuestas

---

```
{  
  "_id" : ObjectId("4e4953dac67d3e1d5b000000"),  
  "nombre" : "Bwin",  
  "url" : "http://www.bwin.com"  
}
```

---

#### C.1.2. Administradores

---

```
{  
  "_id" : ObjectId("544450209273f5e31edb66b7"),  
  "correo" : "bruno@egobets.com",
```

---

```
        "nombre" : "Brus Medina",
        "password" : "9f9c1136c11828b14e6ff2c057e693d6eaeb9485",
        "titulo" : "Arquitecto de Software"
    }
```

---

### C.1.3. Equipos

```
{
    "_id" : ObjectId("4e012952c67d3ebc5e000000"),
    "diff" : -1,
    "indicadores" : {
        "local" : {
            "ataques" : [
                "1" : [
                    77,
                    74,
                    76,
                    77,
                    64,
                    78
                ],
                "2" : [
                    100,
                    100,
                    76,
                    85,
                    100,
                    91
                ],
                "3" : [
                    83,
                    100,
                    82,
                    78,
                    84,
                    85
                ]
            ]
        }
    }
}
```

```
        93
    ]
},
"defensas" : {
    "1" : [
        71,
        62,
        58,
        56,
        48,
        79
    ],
    "2" : [
        67,
        68,
        68,
        59,
        64,
        60
    ],
    "3" : [
        95,
        100,
        87,
        77,
        100,
        91
    ]
},
"ataque_total" : 100,
"defensa_total" : 72,
"posesion" : 42.55401
},
"visitante" : {
    "ataques" : {
        "1" : [
            70,
```

```
    67,
    69,
    70,
    58,
    71
  ],
  "2" : [
    74,
    74,
    56,
    63,
    74,
    67
  ],
  "3" : [
    65,
    78,
    64,
    61,
    66,
    72
  ]
},
"defensas" : {
  "1" : [
    64,
    56,
    52,
    51,
    43,
    71
  ],
  "2" : [
    84,
    85,
    85,
    73,
```

```
    79,
    75
  ],
  "3" : [
    92,
    97,
    84,
    74,
    97,
    88
  ]
},
"ataque_total" : 53,
"defensa_total" : 79,
"posesion" : "43.75194"
}
},
"liga" : "alemana",
"nombre" : "Bayern Munich",
"posicion" : 1,
"status" : 1
}
```

---

#### C.1.4. Usuario

```
{
  "_id" : ObjectId("4e810d6992c6e97059000002"),
  "usuario" : ObjectId("4e680ec592c6e98b2a000001"),
  "jornada" : 3,
  "inicio" : 0,
  "fin" : 0
}
```

---

### C.1.5. Mailing

---

```
{  
    "_id" : ObjectId("4e0e264292c6e94939000000"),  
    "correo" : "rob@surrealista.com",  
    "desde" : "2011-07-01T19:55:46.648Z",  
    "idioma" : "en",  
    "invitado" : 1,  
    "nombre" : "Roberto Hidalgo"  
}
```

---

### C.1.6. partidos

---

```
{  
    "_id" : ObjectId("4e23a78092c6e90b15000000"),  
    "fecha" : "2011-07-24T05:00:00Z",  
    "liga" : "alemana",  
    "local" : "4e012952c67d3ebc5e00000f",  
    "marcl" : "0.93522",  
    "marcv" : "1.0974",  
    "momios" : {  
        "local" : 3.36516,  
        "empate" : 3.20177,  
        "visitante" : 2.56075  
    },  
    "probe" : "0.30131",  
    "probl" : "0.30991",  
    "probv" : "0.38878",  
    "visitante" : "4e012952c67d3ebc5e00000d"  
}
```

---

### C.1.7. Resultados

---

```
{  
    "_id" : ObjectId("4e810d6992c6e97059000002"),  
    "usuario" : ObjectId("4e680ec592c6e98b2a000001"),  
    "jornada" : 3,  
    "inicio" : 0,  
    "fin" : 0  
}
```

---

### C.1.8. system.indexes

```
{  
    "v" : 1,  
    "name" : "_id_",
    "key" : {
        "_id" : 1
    },
    "ns" : "egobets.usuarios"
}
```

---

### C.1.9. usuarios

```
{  
    "_id" : ObjectId("5457db71c0622ba170a37d30"),  
    "nombre" : "Manuel Colin",  
    "correo" : "machingon15@hotmail.com",  
    "idioma" : true,  
    "facebook" : "555255439",  
    "status" : NumberLong(1),  
    "usuarioDesde" : "2014-11-03T19:45:53.241Z",  
    "jornadas" : NumberLong(0)
}
```

---



## Apéndice D

# Manual de uso del portal administrativo

### D.1. Inicio de Sesión

Se ingresa al sistema a través la dirección de internet:

**<https://admin.egobets.com>**

Se presenta la pantalla de inicio de sesión donde se introduce el nombre de usuario y contraseña. Véase las figuras D.1 y D.2



Figura D.1: Login



Figura D.2: Ingreso de datos

Al dar click en el botón de Entrar, se habrá iniciado sesión, y se está habilitado para comenzar a trabajar.

Una vez que se haya terminado de usar el sistema, se debe cerrar la sesión, lo cual se puede hacer dando click sobre el botón de Salir. Véase figura D.3



Figura D.3: Cerrar Sesión

Al hacerlo, se terminará de manera segura la sesión .

## D.2. Ingesta

A través de este módulo se alimenta el sistema con la información necesaria para que la aplicación trabaje correctamente.

Los elementos que se ingresan en este módulo son:

- Próximos partidos
- Resultados de partidos anteriores
- Estadísticas de los equipos en la temporada

Al entrar a esta sección, se encuentra un campo para seleccionar el tipo de ingestión que se quiere realizar, en este caso hay dos opciones:

- Partidos
- Equipos

Véase figura D.4



Figura D.4: Subir archivos y procesarlos<sup>1</sup>

Partidos	
Valencia vs Racing Santander	15/08/2011 10:30 am
Real Madrid vs Osasuna	15/08/2011 10:30 am
Athletic Bilbao vs Atletico Madrid	15/08/2011 10:30 am
Real Zaragoza vs Malaga	15/08/2011 10:30 am
Sporting Gijon vs Mallorca	15/08/2011 10:30 am
Villarreal vs Espanyol	15/08/2011 10:30 am
Sevilla vs Deportivo la Coruña	15/08/2011 10:30 am
Espanyol vs Almeria	15/08/2011 10:30 am
Mallorca vs Osasuna	15/08/2011 10:30 am
Sporting Gijon vs Athletic Bilbao	15/08/2011 10:30 am
<input type="button" value="Aprobar"/>	

Figura D.5: Partidos procesados por el sistema

## Partidos

Para subir la información de los partidos de la jornada que comienza, se selecciona del menú la opción de **Partidos**, y se presiona el botón Seleccionar archivo donde se elige el archivo correspondiente. Una vez seleccionado el archivo a ingestar y el tipo de datos que contiene, se oprime el botón de Procesar, lo cual comienza el proceso de ingesta.<sup>2</sup>

Con el archivo ya procesado, se puede verificar la interpretación que el sistema realizó del archivo. Se pueden observar en pantalla los siguientes datos:

- Identificador único y nombre del equipo local
- Identificador único y nombre del equipo visitante
- Marcadores de equipo local y visitante

---

<sup>2</sup>Una vez que comenzado el proceso de ingesta (ya sea de equipos ó partidos), se tienen sólo 10 minutos para verificar que los datos sean correctos. De no hacerlo, el sistema no procesará el archivo hasta que se suba nuevamente

- Probabilidades de local, empate y visitante
- Fecha en la que se llevará a cabo el partido

Si hay algún error en la información se puede presionar Cancelar e intentarlo nuevamente, si la información es la correcta se oprime el botón de Aceptar.

## Equipos



Figura D.6: Actualizando datos de los equipos

Para la ingesta de datos de los equipos se selecciona la pestaña de Equipos en la pestaña y luego se presiona el botón **Seleccionar archivo**. Una vez que se seleccione el archivo a ingestar y el tipo de datos que contiene, se oprime el botón de Procesar, para comenzar el proceso de ingesta. Cuando el archivo termina de ser procesado el sistema presentará la interpretación del archivo, donde se podrán verificar los siguientes datos:

- Nombre del equipo
- Indicadores de ataque y promedio de ataques:
  - Medio Centro

- Delanteros
  - Definición
- Indicadores de defensa y promedio de defensas:
- Medio centro,
  - Defensa
  - Portero
  - Posesión

Si hay algún error en la información se puede presionar Cancelar e intentarlo nuevamente, si la información es la correcta se oprime el botón de Aceptar.

### **Resultados Anteriores**

Al dar clic en el botón de Resultados Anteriores se pueden ver y modificar los resultados de los partidos de la semana pasada. En esta pantalla se actualizan los marcadores, al terminar se da click en Guardar Resultados.

Si el marcador de un partido que ya tenía resultado se deja en blanco no será modificado al guardar y se mostrará el resultado que tenía previamente.

## **D.3. Usuarios**

Se muestran de quince en quince todos los usuarios inscritos a Ego-bets, para ver los siguientes quince usuarios se da click en el botón Siguiente. Cada usuario tiene un botón de Detalles y Eliminar.

### **Detalles de Usuario**

El botón Detalles en el listado presenta la información más detallada del usuario. Aquí se puede ver su información y preferencias:

## Resultados Anteriores

Pon aquí los resultados de la semana pasada para que salgan en el portal de usuarios.

### Liga Italiana

AC Milan	1	1	Udinese
Palermo	3	2	Cagliari
Juventus	1	1	Bologna
Genoa	3	0	Catania
Florentina	3	0	Parmi
Chievo Verona	1	0	Napoli
Cesena	1	2	Lazio
Parma	0	1	Roma
Napoli	0	0	Florentina
Lazio	0	0	Palermo
Chievo Verona	2	1	Genoa
Catania	1	1	Juventus
Cagliari	0	0	Udinese
Bologna	1	3	Inter Milan
AC Milan	1	0	Cesena

Figura D.7: Actualizando marcadores de la liga italiana

- **Historial.** Indica las últimas ganancias y pérdidas por jornada
- **Perfil de riesgo.** Despendiendo de la encuesta realizada por usuario se tiene su adversidad al riesgo.
- **Casas de apuesta.** En el sistema se tienen varias Casas que proporcionan distintos momios para los partidos.
- **Favoritos.** Los equipos favoritos del usuario
- **Transacciones realizadas.** Los últimos pagos realizados.
- **Usuario desde.** Tiempo que lleva como usuario de Egobets.
- **Estatus de actividad.** Al ser un sistema de paga los usuarios pagan por jornada para recibir la asesoría de apuestas.
  - Activo: el usuarios está recibiendo recomendaciones.
  - Inactivo: el usuario no está recibiendo recomendaciones.

Usuarios			
Mostrando 1 al 15 de 28			
 <b>Adrian Tenorio</b>	adrian105@hotmail.com	<a href="#">DETALLES</a>	<a href="#">CONTACTAR</a>
 <b>Alberto Segovia</b>	albertosegovia@hotmail.com	<a href="#">DETALLES</a>	<a href="#">CONTACTAR</a>
 <b>Bruno Medina</b>	bruno@egobets.com	<a href="#">DETALLES</a>	<a href="#">CONTACTAR</a>
 <b>Brus Medina</b>	elbuen@brus.mx	<a href="#">DETALLES</a>	<a href="#">CONTACTAR</a>
 <b>Egobets Asesores Deportivos</b>	contacto@egobets.com	<a href="#">DETALLES</a>	<a href="#">CONTACTAR</a>
 <b>Enrique Toro Torres</b>	etorotomas@hotmail.com	<a href="#">DETALLES</a>	<a href="#">CONTACTAR</a>
 <b>Fernando Raña</b>	fernando.raña@livezen.com	<a href="#">DETALLES</a>	<a href="#">CONTACTAR</a>
 <b>Izzy Sagga</b>	izzy.sagga@hotmail.es	<a href="#">DETALLES</a>	<a href="#">CONTACTAR</a>
 <b>Jaime Rodas</b>	jairo@partidosurveafoto.com	<a href="#">DETALLES</a>	<a href="#">CONTACTAR</a>
 <b>Jaime Rodas</b>	jairo@rik.rodasmx	<a href="#">DETALLES</a>	<a href="#">CONTACTAR</a>
 <b>Nuevo! Jendanny Raña Custodio</b>	jendanny6@gmail.com	<a href="#">DETALLES</a>	<a href="#">CONTACTAR</a>
 <b>Jose Antonio Villacreses Quiroga</b>	josevillareses@hotmail.es	<a href="#">DETALLES</a>	<a href="#">CONTACTAR</a>
 <b>Jose Manuel Rodriguez Castro</b>	jmcstratos@hotmail.com	<a href="#">DETALLES</a>	<a href="#">CONTACTAR</a>
 <b>Manuel Colin</b>	manuelcolin@gmail.com	<a href="#">DETALLES</a>	<a href="#">CONTACTAR</a>

Figura D.8: Listado de Usuarios

- **Jornadas restantes.** La cantidad de Jornadas que el usuario va seguir recibiendo asesorías.
- **Idioma.** En que lenguaje lee el portal el usuario (Inglés o Español)

### Acciones Administrativas

- **Aumentar/Restar una Jornada.** Una jornada le permite al usuario recibir la asesoría de los siguientes partidos. Los administradores del sistema le pueden otorgar o quitar a los usuarios jornadas con tan solo click en el botón.

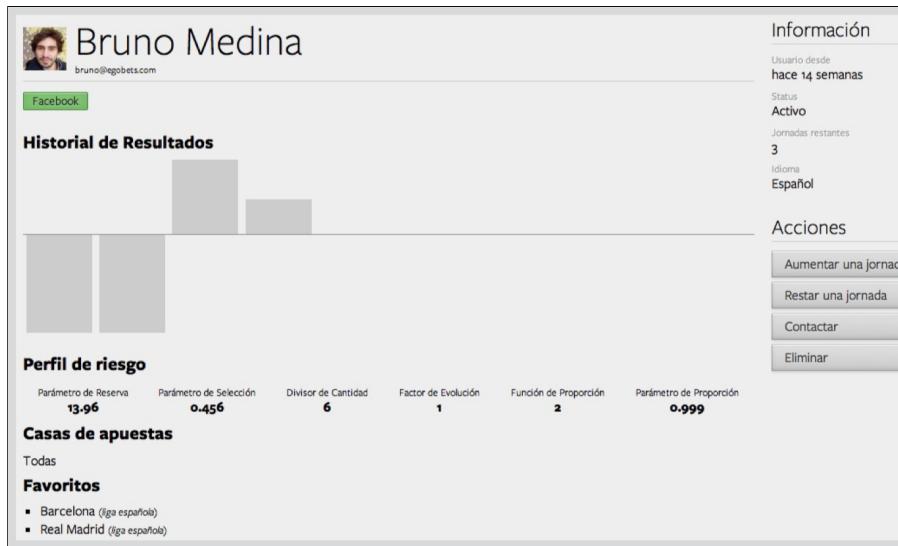


Figura D.9: Vista del detalle de usuario

- **Contactar.** Permite al administrador enviar un correo desde su programa predeterminado de correo al usuario.
- **Eliminar.** Todos los datos del usuario son eliminados del sistema.

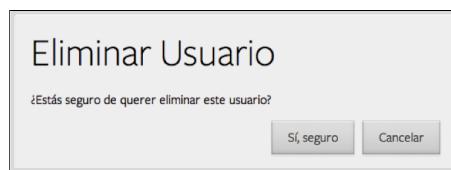


Figura D.10: Confirmar la eliminación de un usuario<sup>3</sup>

<sup>3</sup>La información de los usuarios eliminados no podrá ser rescatada.

## D.4. Pagos

Los pagos de los usuarios se cambian por la sugerencia de apuestas de una jornada. En esta sección se muestra un listado de las transacciones monetarias más recientes y su información general.

Transacciones						
Mostrando 1 al 15 de 18						
FECHA	TRANSAKCÓN	USUARIO	JOR	CANTIDAD	STATUS	
2011-10-19 19:53:56	20008593LB064672V	Alberto Segovia (albertosegoviarzi@hotmail.com)	1	\$6.00 USD	Pagada	
2011-10-19 17:22:46	8RA161092T0260347	Brus Medina (ebuen@brus.mx)	1	\$6.00 USD	Pendiente	
2011-10-13 22:37:43	3FB49567LP137435R	Jaime Rodas (jaimie-enri@rodras.mx)	10	\$45.00 USD	Pagada	
2011-10-13 21:34:05	4C317055PC020402P	Jaime Rodas (jaimie@partidoursurrealistax.com)	5	\$25.00 USD	Pagada	

Figura D.11: Listado con los últimos pagos realizados

Los detalles de las transacciones son:

- Fecha en la que la transacción se inicio.
- Número de transacción en la cuenta de PayPal de Egobets.
- Nombre y el correo del usuario que realiza la transacción, al dar clic sobre su nombre serán dirigidos a la información detallada de dicho usuario
- Cantidad de jornadas por las que se realiza la transacción
- Cantidad monetaria por la que se realiza la transacción
- Estatus de la transacción:
  - Pendiente: se ha iniciado la transacción para la compra de jornadas, sin embargo aun no ha concluido.
  - Pagada: se realizó exitosamente y las jornadas han sido agregadas al usuario.

## D.5. Estadísticas

Esta sección muestra las estadísticas y gráficas a los usuarios administrativos con información relevante de: ganancias y pérdidas de los usuarios, resultados de las predicciones, preferencias de los usuarios, pagos y partidos.

### Resultados Netos

Indica el promedio de las ganancias y pérdidas de todos los usuarios en las últimas cinco jornadas, esta información se puede ver de manera porcentual o en cantidad neta. Véase figura D.12



Figura D.12: Ganancias y pérdidas de los usuarios

**Mayor Pérdida.** Indica la mayor pérdida porcentual que se ha dado en la última jornada y al dar click presenta el perfil de dicho usuario.

**Mayor Ganancia.** Indica la ganancia porcentual mayor que se ha dado en la última jornada y al dar click presenta el perfil de dicho usuario.

### Usuarios y sus Datos

**Total.** Número total de usuarios registrados y al dar click presenta la sección de Usuarios.

**Nuevos.** Número de usuarios registrados recientemente y al dar click presenta la sección de Usuarios.

Véase figura D.13

Además, el sistema muestra la siguiente información general, porcentaje de usuarios que:



Figura D.13: Usuarios recién inscritos

- Usan Facebook para conectarse a Egobets
- Usan apuestas dobles
- Usan reserva
- Ven Egobets en inglés
- Se encuentran activos.

Véase figura D.14



Figura D.14: Datos estadísticos de los usuarios

## Pagos Recibidos

**Última Semana.** Se representan las ganancias monetarias que obtenidas durante la última semana. Al dar click se muestra la sección de **Pagos**.

**Transacciones en total.** Indica el número de transacciones que se han realizado durante todo el tiempo del sistema.



Figura D.15: Pagos más recientes

## Partidos y Predicciones



Figura D.16: Partidos acertados

**Aciertos** Presenta la cantidad de partidos de esta semana y al dar clic nos lleva a la sección de Ingesta.

**Aciertos** Representan con una gráfica la cantidad de aciertos obtenidos en las predicciones hechas en partidos pasados. Al presionarla se dirige el navegador a los Resultados Anteriores dentro de la sección de Ingesta.

## D.6. Correos

En esta sección se puede enviar correos a un subconjunto de usuarios registrados en Egobets. Los mensajes deberán ser escritos en Español y en Inglés para que el correo recibido dependa del lenguaje elegido por

el usuario al crear su cuenta. Los grupos de usuarios con los que nos se puede comunicar son:

- Todos los usuarios
- Usuarios activos: aquellos que tienen jornadas pagadas
- Usuarios inactivos: aquellos que ya no tienen jornadas pagadas
- Usuarios registrados: aquellos que se registraron pero no han confirmado su correo

Véase figura D.17

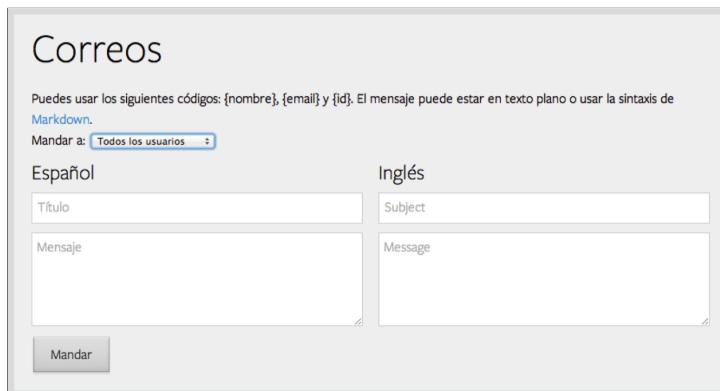


Figura D.17: Comunicación con los usuarios

Para redactar los textos, se debe usar la sintaxis de Markdown<sup>4</sup>. Se pueden usar textos de reemplazo cuando se quieran personalizar los mensajes, para esto basta con utilizar las palabras clave: {nombre}, {correo} y {id}, las cuales el sistema sustituirá, al momento de mandar el correo, por los valores correspondientes para cada usuario.

---

<sup>4</sup>El hipervínculo de Markdown redirige a una página donde se puede aprender sobre el uso de esta sintaxis.

# Bibliografía

- [1] Gerd Alexander. “US on Tilt: Why the Unlawful Internet Gambling Enforcement Act Is a Bad Bet, The”. En: *Duke L. & Tech. Rev.* (2008), pág. 1.
- [2] Sid Browne. “Can you do better than Kelly in the short run”. En: *Finding the Edge, Mathematical Analysis of Casino Games* (2000), págs. 215-231.
- [3] Jaiho Chung y Joon Ho Hwang. “An Empirical Examination of the Parimutuel Sports Lottery Market versus the Bookmaker Market”. En: *Southern Economic Journal* 76.4 (2010), págs. 884-905.
- [4] Martin Crowder y col. “Dynamic modelling and prediction of English Football League matches for betting”. En: *Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician)* 51.2 (2002), págs. 157-168.
- [5] Walter Distaso y col. “Corruption and referee bias in football: the case of Calciopoli”. En: *20th Conference in Economy of Taxation. Tax systems, tax rates and growth.* 2008.
- [6] Mark J Dixon y Stuart G Coles. “Modelling association football scores and inefficiencies in the football betting market”. En: *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)* 46.2 (1997), págs. 265-280.

- [7] The Economist. *The house wins*. <http://www.economist.com/blogs/graphicdetail/2014/02/daily-chart-0>. [eGaming Review]. 2014.
- [8] AWF Edwards. “Pascal’s problem: The’Gambler’s Ruin””. En: *International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique* (1983), págs. 73-79.
- [9] Eugene F Fama. “Market efficiency, long-term returns, and behavioral finance”. En: *Journal of financial economics* 49.3 (1998), págs. 283-306.
- [10] Azhi Faraj, Bilal Rashid y Twana Shareef. “COMPARATIVE STUDY OF RELATIONAL AND NON-RELATIONS DATABASE PERFORMANCES USING ORACLE AND MONGODB SYSTEMS”. En: *Journal Impact Factor* 5.11 (2014), págs. 11-22.
- [11] International Federetion of Football History y Statistics. *La liga más fuerte del mundo*. <http://www.iffhs.de/the-strongest-national-league-of-the-world/>. [En línea; visto el 30 de Octubre del 2014]. 2014.
- [12] Liga de Futbol Profesional. *Página oficial de la Liga BBVA*. <http://www.ligabbva.com/>. [En línea; visto el 30 de Octubre del 2014]. 2014.
- [13] Deutsche Fußball Liga GmbH. *Página oficial de la Bundesliga*. <http://www.bundesliga.com/>. [En línea; visto el 30 de Octubre del 2014]. 2014.
- [14] John Goddard. “Regression models for forecasting goals and match results in association football”. En: *International Journal of Forecasting* 21.2 (2005), págs. 331-340.
- [15] Robert C Hannum y Anthony N Cabot. *Practical casino math*. Institute for the study of gambling y commercial gaming, College of business administration, University of Nevada, 2005.

- [16] Ulrich Hesse-Lichtenberger. *Tor!: The Story of German Football*. WSC Books Limited, 2003.
- [17] George Ignatin. “Sports betting”. En: *The Annals of the American Academy of Political and Social Science* (1984), págs. 168-177.
- [18] KPMG International. *Online Gaming A Gamble or a Sure Bet?* <http://www.kpmg.com/EU/en/Documents/Online-Gaming.pdf>. [En línea; visto el 12 de Diciembre del 2014]. 2010.
- [19] Norman Lloyd Johnson, Samuel Kotz y Narayanaswamy Balakrishnan. *Discrete multivariate distributions*. Vol. 165. Wiley New York, 1997.
- [20] Dimitris Karlis y Ioannis Ntzoufras. “Analysis of sports data by using bivariate Poisson models”. En: *Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician)* 52.3 (2003), págs. 381-393.
- [21] John L Kelly. “A new interpretation of information rate”. En: *Information Theory, IRE Transactions on* 2.3 (1956), págs. 185-189.
- [22] Subrahmaniam Kocherlakota y Kathleen Kocherlakota. *Bivariate discrete distributions*. Wiley Online Library, 1992.
- [23] Siem Jan Koopman y Rutger Lit. “A dynamic bivariate Poisson model for analysing and forecasting match results in the English Premier League”. En: *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (Statistics in Society)* (2013).
- [24] Steven D Levitt. “Why are gambling markets organised so differently from financial markets?\*”. En: *The Economic Journal* 114.495 (2004), págs. 223-246.
- [25] R. (Director) Luketic. *21*. Columbia Pictures. 2008.
- [26] Mike J Maher. “Modelling association football scores”. En: *Statistica Neerlandica* 36.3 (1982), págs. 109-118.
- [27] B. (Director) Miller. *Moneyball*. Columbia Pictures. 2011.

- [28] Patrick Odionikhene. *Bringing down this house*. Vol. 1. LIT Verlag Münster, 2008.
- [29] K Ord, C Fernandes y AC Harvey. “Time series models for multivariate series of count data”. En: *Developments in time series analysis*. Springer, 1993, págs. 295-309.
- [30] Alper Ozgit. “Posted-Offer vs. Double Auctions Revisited: An Investigation into Online Sports Betting”. En: *Unpublished master’s thesis, Department of Economics, UCLA* (2005).
- [31] Peter Prevos. “The Psychic Octopus is a Fraud”. En: (2010).
- [32] Yogesh Punia y Rinkle Aggarwal. “Implementing Information System Using MongoDB and Redis”. En: () .
- [33] Marcelo Roffé y col. “Las crisis durante el juego. El gol psicológico en el fútbol”. En: *Revista de psicología del deporte* 16.2 (2007), págs. 227-240.
- [34] Sheldon Ross. *A First Course in Probability 7th Edition*. Pearson, 2006.
- [35] Havard Rue y Oyvind Salvesen. “Prediction and retrospective analysis of soccer matches in a league”. En: *Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician)* 49.3 (2000), págs. 399-418.
- [36] Goldman Sachs. *PartyGaming, 888, Playtech, bwin to Surve on Legal U.S. eGaming*. [En línea; visto el 12 de Diciembre del 2014]. 2009.
- [37] Raymond D Sauer. “The economics of wagering markets”. En: *Journal of economic Literature* (1998), págs. 2021-2064.
- [38] David G Schwartz. “Roll the bones: The history of gambling”. En: (2013).
- [39] John G SKELLAM. “The frequency distribution of the difference between two Poisson variates belonging to different populations.” En: *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)* 109.Pt 3 (1946), pág. 296.

- [40] Adam Smith. *The Wealth Of Nations Vol. II*. 1963.
- [41] Ante Z Udovicic. “Special Report: Sports and Gambling a Good Mix? I Wouldn’t Bet On It.” En: *Marq. Sports LJ* 8 (1998), págs. 401-429.
- [42] Olaf Vancura, Judy A Cornelius y William R Eadington. *Finding the edge: mathematical analysis of casino games*. University of Nevada Press, 2000.
- [43] Leighton Vaughan Williams. “Information efficiency in betting markets: A survey”. En: *Bulletin of Economic Research* 51.1 (1999), págs. 1-39.
- [44] Yogonet. *Online Gambling in Mexico: A Safe Bet*. 2007.