1.

$E = (P \leftrightarrow Q) \lor (R \to S)$

$(P \leftrightarrow Q) \lor (\neg R \lor S)$

$(P \to Q) \land (Q \to P) \lor (\neg R \lor S)$

$(\neg P \lor Q) \land (\neg Q \lor P) \lor (\neg R \lor S)$

$\neg(\neg(\neg P \lor Q) \lor \neg(\neg Q \lor P)) \lor (\neg R \lor S)$

2. $H = P \land (R \to S)$

$P \land (\neg R \lor S)$

$P \land \neg\neg(\neg R \lor S)$

$P \land \neg(R \lor \neg S)$

$P \land (R \text{ nand } \neg S)$

$P \land (R \text{ nand } (S \text{ nand } S))$

$\neg\neg(P \land (R \text{ nand } (S \text{ nand } S)))$

$\neg(P \text{ nand } (R \text{ nand } (S \text{ nand } S)))$

$(P \text{ nand } (R \text{ nand } (S \text{ nand } S))) \text{ nand } (P \text{ nand } (R \text{ nand } (S \text{ nand } S)))$

3.

a) Não é possível

b) $(P \to Q) \to Q$

4.

$\neg (P \wedge Q) \rightarrow R$ / /

P	Q	R			$\neg(P \wedge Q)$	H
T	T	T			F	T
T	T	F			F	T
T	F	T			T	T
T	F	F			T	F
F	T	T			T	T
F	T	F			T	F
F	F	T			T	T
F	F	F			T	F

montagem FND   FNC

$I[P]=T, I[Q]=T, I[R]=T$ $I[P]=T, I[Q]=F, I[R]=F$
$\quad P \wedge Q \wedge R$ $\quad \neg P \vee Q \vee R$

$I[P]=T, I[Q]=T, I[R]=F$ $I[P]=F, I[Q]=T, I[R]=F$
$\quad P \wedge Q \wedge \neg R$ $\quad P \vee \neg Q \vee R$

$I[P]=T, I[Q]=F, I[R]=T$ $I[P]=F, I[Q]=F, I[R]=F$
$\quad P \wedge \neg Q \wedge R$ $\quad P \vee Q \vee R$

$I[P]=F, I[Q]=T, I[R]=T$
$\quad \neg P \wedge Q \wedge R$

$I[P]=F, I[Q]=F, I[R]=T$
$\quad \neg P \wedge \neg Q \wedge R$

FND:
$(P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R)$

FNC:
$(\neg P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (P \vee Q \vee R)$

5. $H = ((p \to Q) \land (\neg Q \to R)) \leftrightarrow (\neg R \land \neg P)$

$((\neg P \lor Q) \land ((\neg Q \to R) \land (R \to \neg Q))) \leftrightarrow \neg(R \lor P)$

~~scribbled out~~

$((\neg P \lor Q) \land \neg(\neg(\neg Q \to R) \lor \neg(R \to \neg Q))) \leftrightarrow \neg(R \lor P)$

$\neg(\neg(\neg P \lor Q) \lor \neg(\neg(\neg\neg Q \lor R) \lor \neg(\neg R \lor \neg Q))) \leftrightarrow \neg(R \lor P)$

$\neg(\neg(\neg(\neg P \lor Q) \lor \neg\neg(\neg(\neg\neg Q \lor R \lor \neg(\neg R \lor \neg Q)))) \to \neg(R \lor P)) \land$
$\neg(R \lor P) \to \neg(\neg(\neg P \lor Q) \lor \neg\neg(\neg(\neg\neg Q \lor R \lor \neg(\neg R \lor \neg Q))))$

$\neg\neg(\neg(\neg P \lor Q) \lor \neg\neg(\neg(\neg\neg Q \lor R \lor \neg(\neg R \lor \neg Q)))) \lor \neg(R \lor P) \land$
$\neg\neg(R \lor P) \lor \neg(\neg(\neg P \lor Q) \lor \neg\neg(\neg(\neg\neg Q \lor R \lor \neg(\neg R \lor \neg Q))))$

$\neg(\neg\neg\neg(\neg(\neg P \lor Q) \lor \neg\neg(\neg(\neg\neg Q \lor R \lor \neg(\neg R \lor \neg Q)))) \lor \neg(R \lor P)) \lor$
$\neg(\neg\neg(R \lor P) \lor \neg(\neg(\neg P \lor Q) \lor \neg\neg(\neg(\neg\neg Q \lor R \lor \neg(\neg R \lor \neg Q)))))$

a)

P	Q	R	$P \to Q$	$\neg Q \to R$	$P \to Q \land \neg Q \to R$	$\neg R \land \neg P$	H
T	T	T	T	F	F	F	T
T	T	F	T	T	T	F	F
T	F	T	F	T	F	F	T
T	F	F	F	F	F	F	T
F	T	T	T	F	F	F	T
F	T	F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T	F	F
F	F	F	T	F	F	T	F

montagem

$I[P]=T, I[Q]=T, I[R]=T$
$P \land Q \land R$

$I[P]=F, I[Q]=T, I[R]=T$
$\neg P \land Q \land R$

$I[P]=T, I[Q]=F, I[R]=T$
$P \land \neg Q \land R$

$I[P]=F, I[Q]=T, I[R]=F$
$\neg P \land Q \land \neg R$

$I[P]=T, I[Q]=F, I[R]=F$
$P \land \neg Q \land \neg R$

FND: $(p \wedge Q \wedge \neg R) \vee (p \wedge \neg Q \wedge R) \vee (p \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (\neg p \wedge Q \wedge R) \vee$
$(\neg p \wedge Q \wedge \neg R)$

FNC:

$I[P] = T, \ I[Q] = T, \ I[R] = F$
$\neg p \vee \neg Q \vee R$

$I[P] = F, \ I[Q] = F, \ I[R] = T$
$p \vee Q \vee \neg R$

$I[P] = F, \ I[Q] = F, \ I[R] = F$
$p \vee Q \vee R$

FNC: $(\neg p \vee \neg Q \vee R) \wedge (p \vee Q \vee \neg R) \wedge (p \vee Q \vee R)$

$6 \_ (p \vee \neg p)$

① $Ax3 \quad H = p \vee p \quad E = \neg p \quad G = p$

$((p \vee p) \to p) \to ((\neg p \vee (p \vee p)) \to (p \vee \neg p))$

② $Ax_J \quad ((p \vee p) \to p)$

$MP \quad J \; e \; 2$

③ $((\neg p \vee (p \vee p)) \to (p \vee \neg p))$

④ $Ax_2 \quad \neg p \vee (p \vee p)$

$MP \quad 3 \; e \; 4$

$p \vee \neg p$

(5) C

Utilizo apenas MP, prove por absurdo P.

$$\beta = \{\neg S \to P, R \vee \neg P, \neg S\} \vdash P$$

(1) $\neg S \to P$ } conjunto de hipóteses

(2) $R \vee \neg P$ }

(3) $\neg S$ } coloca $\neg P$ no conjunto de hipóteses pois é

(4) $\neg P$ } pra provar por absurdo

Aplico MP (3) e (1), temos:

(5) P   (Absurdo)

Prove que $A \to B$, $B \to C$, $A \;\vdash\; C$

① $A \to B$

② $B \to C$

③ A

     modus ponens ③ e ①

④ B

     modus ponens ④ e ②

⑤ C

Aplicas substituições do v em (8) temos:

(9) $R^{-v}S$

Aplicas MP entre (7) e (9), temos.

(10) S

P = hoje é domingo   (1) $(\neg P \lor Q)$

Q = Manuel está feliz   (2) $Q \to R$

R = Manuel é amoroso   (3) $S \lor \neg R$

S = maria está feliz   (4) P

regra de inferência = MP

Teorema : S

Aplico substituição de $\to$ em (1)

(5) $P \to Q$

- Aplico Modus ponens entre (4) e (5) temos :

(6) Q

- Aplico MP entre (6) e (2), temos :

(7) R

Aplico propr comutativa em (3) temos

(8) $\neg R \lor S$