

Formele Talen en Automaten

Project

31 maart 2014

Het project dient ingediend te worden via de dropbox van Minerva. Het project mag ofwel digitaal (in PDF-formaat: 'Project<VolledigeNaam>.pdf') gemaakt worden ofwel op papier. Indien wordt gekozen voor papier, moet men dus een ingescande versie doorsturen via dropbox. De opgaven dienen een grondige uitwerking te hebben. **Vergeet niet uw naam bovenaan ELKE pagina te plaatsen.** Dit project wordt **individueel** gemaakt! De deadline voor het indienen van dit project is **woensdag 9 april**.

1. Zijn de volgende talen regulier of niet-regulier? Toon aan. Als je een regex, grammatica of een machine geeft, dan moet je niet 'formeel' aantonen dat die machine correct is: met andere woorden je moet niet formeel aantonen dat $L(M) = L$. Je moet wel in woorden uitleggen waarom uw machine correct is.

(a) L^R met $L = \{w \in \{0, 1, 2\}^* : \#_1(w) + \#_2(w) > 2\#_0(w) \text{ en } 11 \text{ en } 22 \text{ zijn geen deelstrings van } w\}$.

(b) $\{w \in \{0, 1\}^* : \#_0(w) = (\#_1(w))\%5\}$.

2. Zijn de volgende talen contextvrij of niet-contextvrij? Toon aan. Ook hier is het toegelaten om enkel woorden te gebruiken om een machine te beschrijven.

(a) $\{w \in \{a, b, c, d\}^* : \#_a(w) \leq 6, \#_b(w) + \#_d(w) = \#_c(w), \#_c(w) \leq \#_a(w)\}$.

(b) $\{w \in \{a, b, c\}^* : (\#_a(w) - \#_b(w)) \cdot \#_c(w) = \#_b(w) \text{ en alle } c\text{'s komen voor alle } a\text{'s}\}$.

3. Geef voor de volgende taal een context-vrije grammatica en toon de correctheid $L(G) = L$ formeel aan.

$$L = \{w \in \{0, 1, 2\}^* : 2\#_0(w) - \#_1(w) = 2 \text{ en alle } 1\text{'en komen voor alle } 0\text{'en}\}.$$

4. Zijn de reguliere talen gesloten onder de volgende constructies? Zoja, toon aan door middel van een constructie (met andere woorden zoek een algoritme dat een edh, regex of reguliere grammatica van L omzet in een edh, regex of reguliere grammatica van $f(L)$; toon ook formeel aan dat deze omzetting correct is). Zonee, geef een tegenvoorbeeld (met andere woorden zoek een reguliere taal L zodanig dat $f(L)$ niet-regulier is).

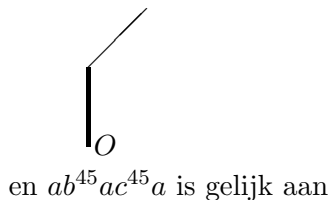
(a) $f(L) = \{w : \exists x, y \in L (x = x_1 \dots x_n \wedge y = y_1 \dots y_{2n} \wedge w = x_1 y_1 x_2 y_2 \dots x_n y_n x_{n+1} y_{n+1} x_{n+2} y_{n+2} \dots x_n y_{2n})\}$.

(b) $g(L) = \{w : w \in L \text{ en voor alle echte prefixen } x \text{ van } w \text{ geldt dat } x \notin L\}$.

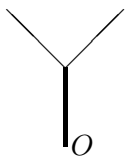
5. Geef voor de volgende taal een *minimale* eindige *deterministische herkenner*. Geef ook een reguliere expressie en reguliere grammatica. Geef ook uitleg en tussenstappen!

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* : \text{ALS de voorlaatste letter van } w \text{ een } a \text{ is,} \\ \text{DAN is } \#_c(w) \leq 1\}.$$

6. Waar of vals: als L_1 en L_2 twee reguliere talen zijn en $L_1 \subseteq L \subseteq L_2$, dan is L regulier. Verklaar.
7. Stel dat je op een vast punt O staat en in een bepaalde vaste richting kijkt. Gegeven nu een woord w in het alfabet $\{a, b, c\}$ dat we lezen van links naar rechts. Als we een a lezen, dan gaan we 1 meter naar voor. Als we een b lezen dan draaien we 1 graad naar rechts om onze as. Als we een c lezen dan draaien we 1 graad naar links om onze as. Het looptraject kan dan voorgesteld worden als een figuur: bijvoorbeeld voor $ab^{45}a$ is dit gelijk aan

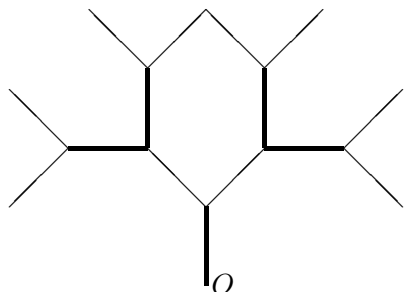


We beschouwen nu talen in het alfabet $\{a, b, c\}$, die we zien als een verzameling van looptrajecten die allemaal vertrekken vanuit ons vast punt O en allemaal in dezelfde vaste richting. Bijvoorbeeld is de taal $\{ab^{45}a, ac^{45}a\}$ gelijk aan de figuur



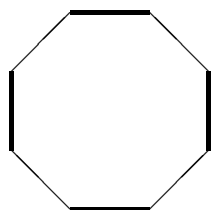
En bijvoorbeeld stelt de taal $\{ab^{45}a, a\}$ dezelfde figuur voor als $\{ab^{45}a\}$.

- (a) Geef een contextvrije grammatica die de volgende figuur voorstelt

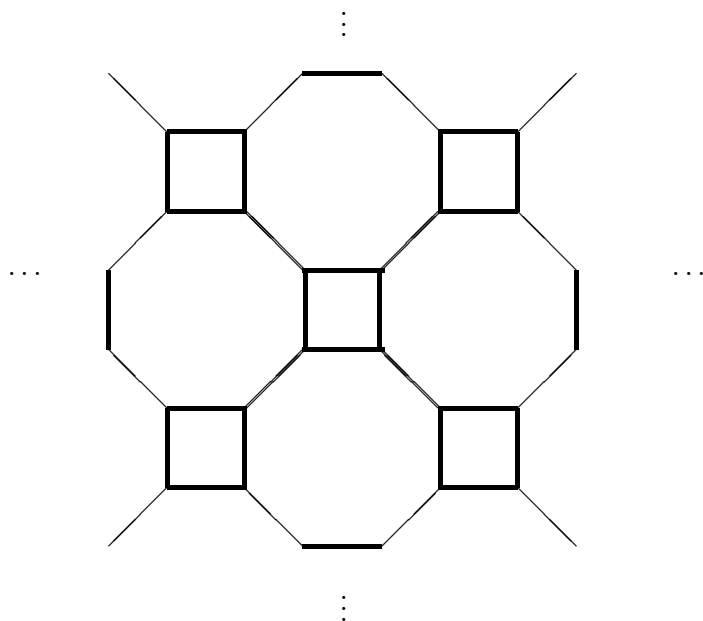


Bestaat er ook een reguliere grammatica die de vorige figuur voorstelt?

- (b) Beschouw de volgende regelmatige 8-hoek met allemaal gelijke zijden en hoeken.



Beschouw de volgende figuur die ontstaat door allemaal zo'n 8-hoeken aan elkaar te plakken (de figuur loopt oneindig verder in alle richtingen)



Geef een contextvrije grammatica die deze figuur beschrijft. Geef ook wat uitleg.

- (c) Bestaat er een figuur waarvoor er géén contextvrije grammatica bestaat?