



# El rol de la demostración en la enseñanza de la continuidad en segundo de Bachillerato

Bettina Milanesio y María Burgos

Universidad de Granada

SEIEM 2024

# Introducción

---

**Demostración matemática**

# Introducción

---

**Demostración matemática**

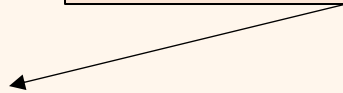
Comprensión y dominio

# Introducción

---

## Demostración matemática

Comprensión y dominio



*Procesos de aprendizaje  
de las matemáticas*

# Introducción

---

## Demostración matemática

Comprensión y dominio

```
graph TD; A[Comprensión y dominio] --> B[Procesos de aprendizaje de las matemáticas]; A --> C[Procesos de aprendizaje en general];
```

*Procesos de aprendizaje  
de las matemáticas*

*Procesos de aprendizaje  
en general*

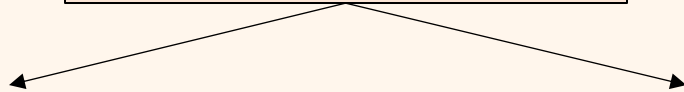
# Introducción

---

## Demostración matemática

Comprensión y dominio

Amplia presencia



*Procesos de aprendizaje  
de las matemáticas*

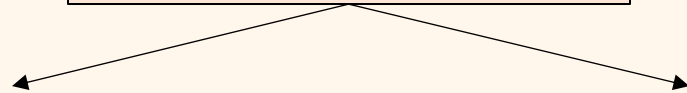
*Procesos de aprendizaje  
en general*

# Introducción

---

## Demostración matemática

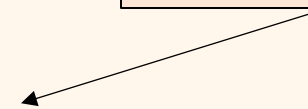
Comprensión y dominio



*Procesos de aprendizaje  
de las matemáticas*

*Procesos de aprendizaje  
en general*

Amplia presencia



*Diferentes contenidos  
de las matemáticas*

# Introducción

## Demostración matemática

### Comprensión y dominio

*Procesos de aprendizaje  
de las matemáticas*

*Procesos de aprendizaje  
en general*

### Amplia presencia

*Diferentes contenidos  
de las matemáticas*

*Diferentes áreas de  
las matemáticas*



# Introducción

## Demostración matemática

### Comprensión y dominio

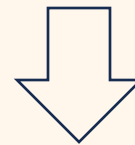
*Procesos de aprendizaje  
de las matemáticas*

*Procesos de aprendizaje  
en general*

### Amplia presencia

*Diferentes contenidos  
de las matemáticas*

*Diferentes áreas de  
las matemáticas*



Necesidad de comprender cómo se aborda la demostración en diferentes recursos instruccionales, especialmente en los libros de texto

# Antecedentes

---

# Antecedentes

---

Son escasas las investigaciones que han analizado la potencialidad del tratamiento de la demostración en los libros de texto para orientar su enseñanza

# Antecedentes

---

Son escasas las investigaciones que han analizado la potencialidad del tratamiento de la demostración en los libros de texto para orientar su enseñanza

Conejo y Ortega (2014)

Conejo, Arce y Ortega (2015)

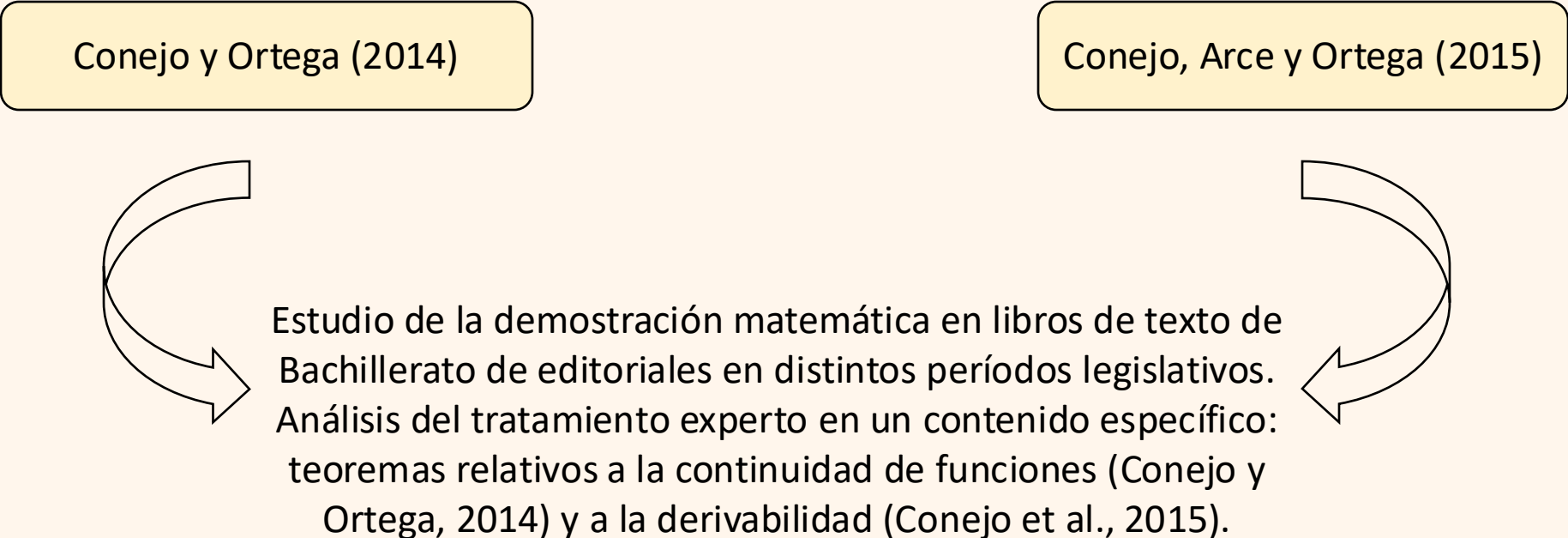
# Antecedentes

---

Son escasas las investigaciones que han analizado la potencialidad del tratamiento de la demostración en los libros de texto para orientar su enseñanza

Conejo y Ortega (2014)

Conejo, Arce y Ortega (2015)



Estudio de la demostración matemática en libros de texto de Bachillerato de editoriales en distintos períodos legislativos. Análisis del tratamiento experto en un contenido específico: teoremas relativos a la continuidad de funciones (Conejo y Ortega, 2014) y a la derivabilidad (Conejo et al., 2015).

# Objetivos

---

# Objetivos

---

En este trabajo nos interesa analizar el papel dado a la demostración en el estudio de la continuidad de funciones en libros de texto de segundo curso de Bachillerato. Pretendemos ampliar los estudios previos analizando:

# Objetivos

---

En este trabajo nos interesa analizar el papel dado a la demostración en el estudio de la continuidad de funciones en libros de texto de segundo curso de Bachillerato. Pretendemos ampliar los estudios previos analizando:

Tratamiento experto sobre la demostración (enunciación y argumentación, ejemplificación)

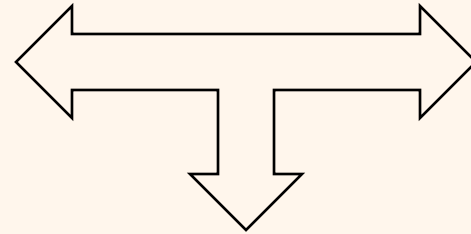


# Objetivos

---

En este trabajo nos interesa analizar el papel dado a la demostración en el estudio de la continuidad de funciones en libros de texto de segundo curso de Bachillerato. Pretendemos ampliar los estudios previos analizando:

Tratamiento experto sobre la demostración (enunciación y argumentación, ejemplificación)

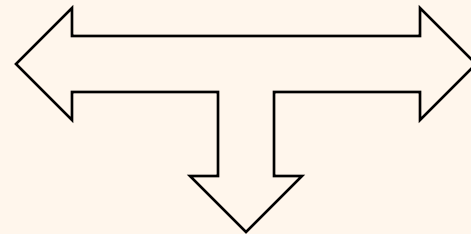


Tareas propuestas a los estudiantes que requieren demostrar

# Objetivos

En este trabajo nos interesa analizar el papel dado a la demostración en el estudio de la continuidad de funciones en libros de texto de segundo curso de Bachillerato. Pretendemos ampliar los estudios previos analizando:

Tratamiento experto sobre la demostración (enunciación y argumentación, ejemplificación)



Tareas propuestas a los estudiantes que requieren demostrar

¿Existe coherencia entre los tipos de demostraciones expertas y las que se solicita a los estudiantes? ¿Se evidencian disparidades entre las prácticas expertas y esperadas?

# Marco teórico: Demostración y argumentación

---

# Marco teórico: Demostración y argumentación

---

La **demostración** es un proceso en el que el sujeto genera un producto que tiene todas o un subconjunto significativo de las siguientes características:

- (1) Un argumento convincente que convence a un matemático de que una afirmación es cierta;
- (2) Un argumento deductivo;
- (3) Un argumento transparente en el que un matemático puede rellenar todos los huecos;
- (4) Un argumento claro que permite al lector comprender por qué un teorema es cierto;
- (5) Un argumento dentro de un sistema de representación que satisface las normas comunitarias;
- (6) Un argumento que ha sido aprobado por la comunidad matemática (Weber, 2014, p. 357).

# Marco teórico: Demostración y argumentación

---

La **demostración** es un proceso en el que el sujeto genera un producto que tiene todas o un subconjunto significativo de las siguientes características:

- (1) Un argumento convincente que convence a un matemático de que una afirmación es cierta;
- (2) Un argumento deductivo;
- (3) Un argumento transparente en el que un matemático puede rellenar todos los huecos;
- (4) Un argumento claro que permite al lector comprender por qué un teorema es cierto;
- (5) Un argumento dentro de un sistema de representación que satisface las normas comunitarias;
- (6) Un argumento que ha sido aprobado por la comunidad matemática (Weber, 2014, p. 357).

La **argumentación** es un proceso más amplio que implica acciones propias del quehacer matemático como inducir, proponer analogías, abducir propiedades, proveer demostraciones de hechos previamente conjeturados, entre otros (Molina y Samper, 2019).

# Marco teórico: Argumentación y argumento

---

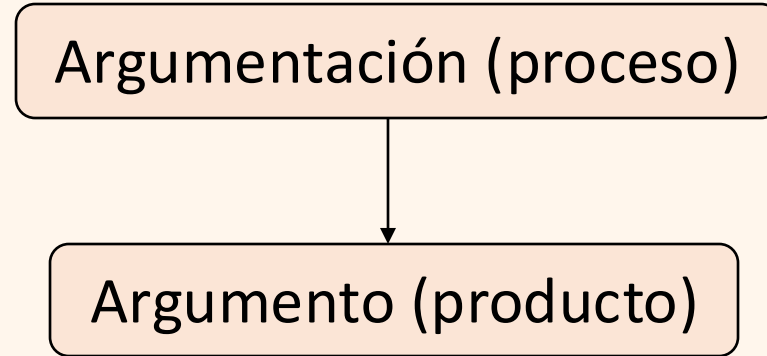
# Marco teórico: Argumentación y argumento

---

Argumentación (proceso)

# Marco teórico: Argumentación y argumento

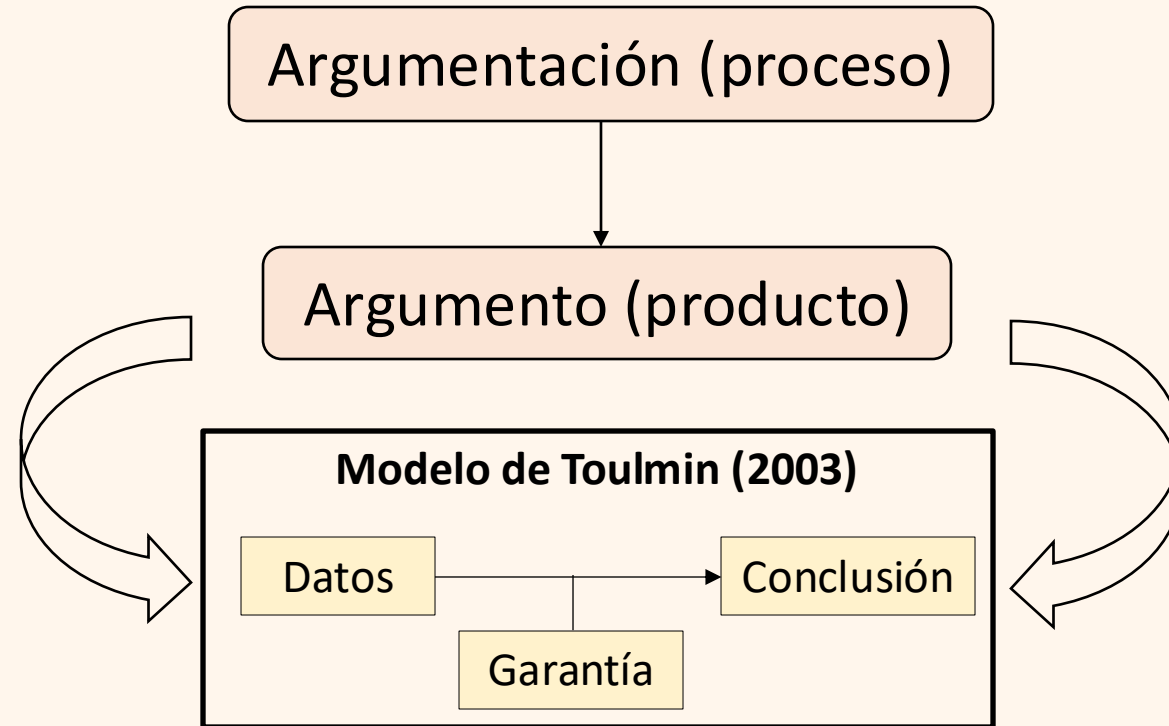
---



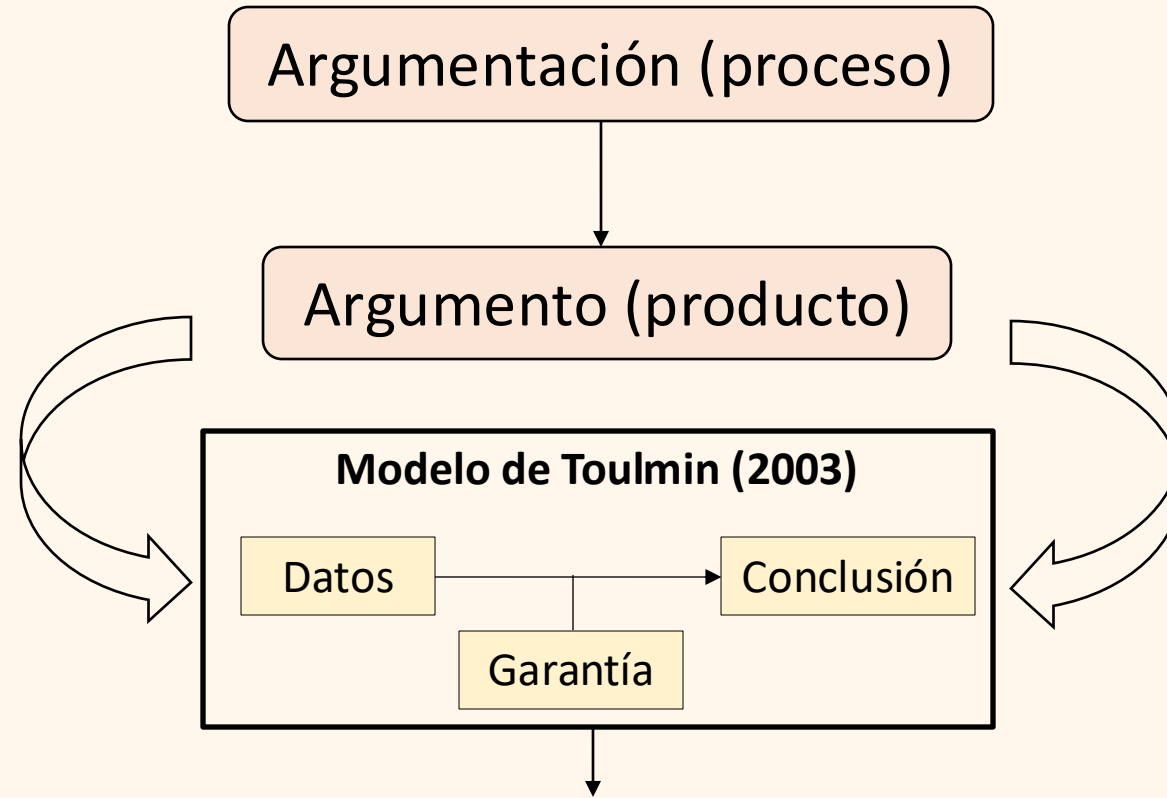


# Marco teórico: Argumentación y argumento

---

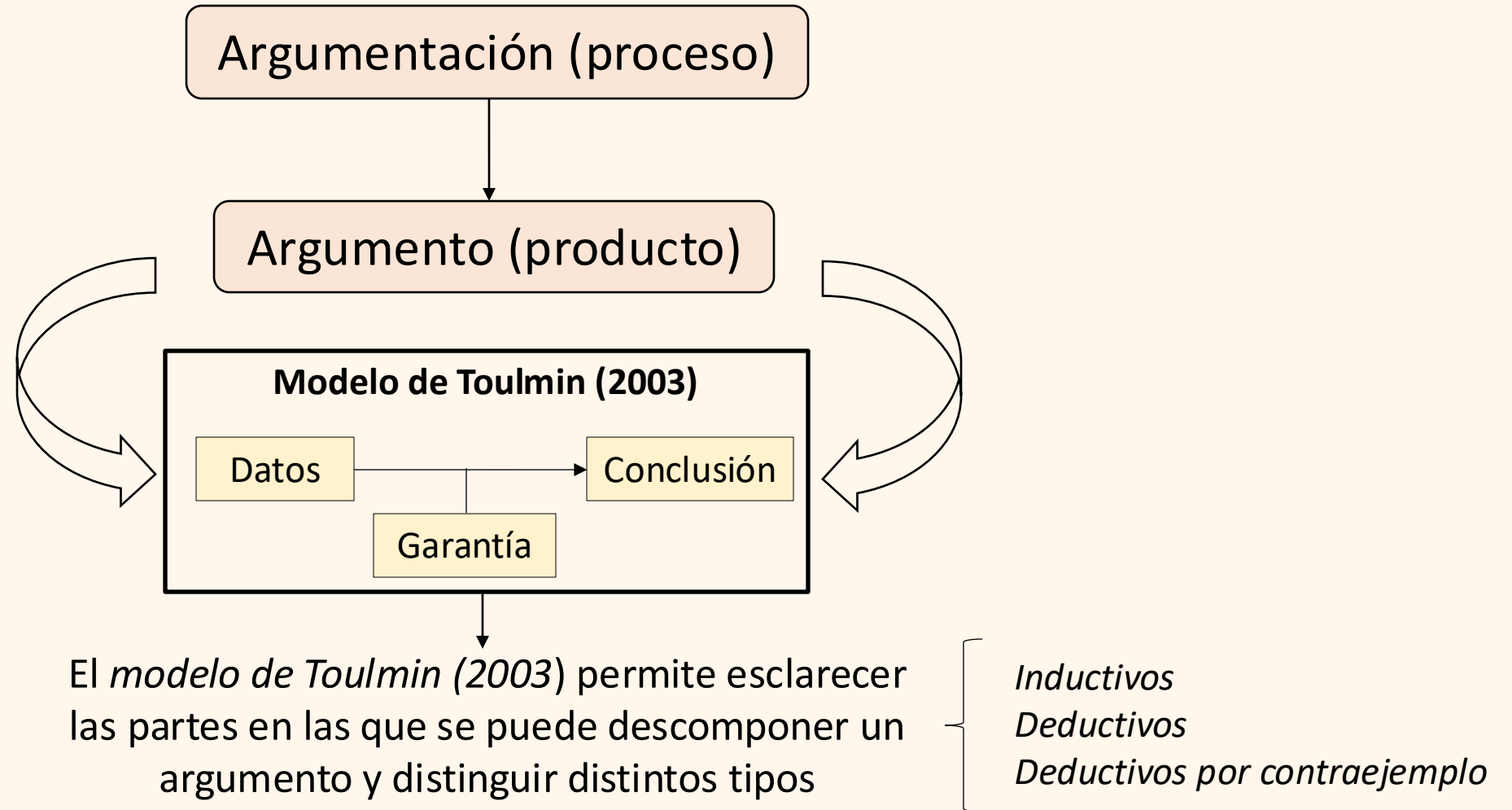


# Marco teórico: Argumentación y argumento



El *modelo de Toulmin (2003)* permite esclarecer las partes en las que se puede descomponer un argumento y distinguir distintos tipos

# Marco teórico: Argumentación y argumento



# Metodología

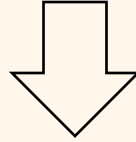
---

# Metodología

---

Investigación descriptiva de enfoque cualitativo

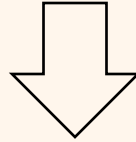
Investigación descriptiva de enfoque cualitativo



Empleamos el análisis de contenido (Cohen et al., 2018) para examinar las lecciones de libros de texto de Matemáticas II de cuatro editoriales adaptadas al nuevo currículo LOMLOE (MEFP, 2022):

*SM, Santillana, Edebé y Anaya*

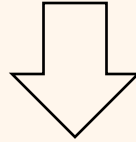
Investigación descriptiva de enfoque cualitativo



Empleamos el análisis de contenido (Cohen et al., 2018) para examinar las lecciones de libros de texto de Matemáticas II de cuatro editoriales adaptadas al nuevo currículo LOMLOE (MEFP, 2022):  
*SM, Santillana, Edebé y Anaya*

Dividimos cada lección en *configuraciones didácticas*,  
en las que identificamos

Investigación descriptiva de enfoque cualitativo



Empleamos el análisis de contenido (Cohen et al., 2018) para examinar las lecciones de libros de texto de Matemáticas II de cuatro editoriales adaptadas al nuevo currículo LOMLOE (MEFP, 2022):  
*SM, Santillana, Edebé y Anaya*

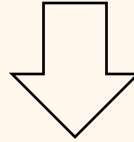
Dividimos cada lección en *configuraciones didácticas*,  
en las que identificamos

Prácticas que implicaban  
demostración y los  
conocimientos involucrados



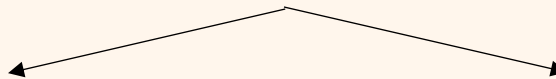


Investigación descriptiva de enfoque cualitativo



Empleamos el análisis de contenido (Cohen et al., 2018) para examinar las lecciones de libros de texto de Matemáticas II de cuatro editoriales adaptadas al nuevo currículo LOMLOE (MEFP, 2022):  
*SM, Santillana, Edebé y Anaya*

Dividimos cada lección en *configuraciones didácticas*,  
en las que identificamos



Prácticas que implicaban  
demostración y los  
conocimientos involucrados

Tareas propuestas, examinando las  
instrucciones dadas (demuestra,  
justifica, prueba, etc.)

---



# Principales resultados

# Prácticas expertas

---

# Prácticas expertas

---

Predominio de argumentaciones deductivas

# Prácticas expertas

---

## Predominio de argumentaciones deductivas

En los cuatro libros de texto observamos una amplia presencia de *argumentaciones deductivas*, fundamentalmente, en tareas resueltas donde se aplican los contenidos abordados previamente a algún caso concreto.

# Prácticas expertas

## Predominio de argumentaciones deductivas

En los cuatro libros de texto observamos una amplia presencia de *argumentaciones deductivas*, fundamentalmente, en tareas resueltas donde se aplican los contenidos abordados previamente a algún caso concreto.

*Probar que la ecuación*

$$x^3 - 3x + 40 = 0$$

*tiene alguna raíz real.*

*Aproximar su valor hasta las décimas.*

Consideremos la función  $f(x) = x^3 - 3x + 40$ , continua por ser polinómica. Calculamos el valor de  $f$  en distintos puntos para encontrar dos con distintos signos. Así encontramos que  $f(-4) = -12$ ,  $f(-3) = 22$ .

Es decir,  $f$  es continua en  $[-4, -3]$  y signo de  $f(-4) \neq$  signo de  $f(-3)$ .

Por tanto (teorema de Bolzano), existe un  $c \in (-4, -3)$  tal que  $f(c) = 0$ .

$c$  es una raíz de la ecuación.

Tanteando con valores decimales, obtenemos:  $f(-3,8) = -3,472$ ;  $f(-3,7) = 0,447$ .

Por tanto, podemos asegurar que hay una raíz de la ecuación en el intervalo  $[-3,8; -3,7]$  y que el número  $-3,7$  se aproxima en menos de una décima a una raíz de la ecuación dada.

Fuente: Colera et al. (2023, p.234) (Anaya)

# Prácticas expertas

## Predominio de argumentaciones deductivas

En los cuatro libros de texto observamos una amplia presencia de *argumentaciones deductivas*, fundamentalmente, en tareas resueltas donde se aplican los contenidos abordados previamente a algún caso concreto.

*Probar que la ecuación*

$$x^3 - 3x + 40 = 0$$

*tiene alguna raíz real.*

*Aproximar su valor hasta las décimas.*

Consideremos la función  $f(x) = x^3 - 3x + 40$ , continua por ser polinómica. Calculamos el valor de  $f$  en distintos puntos para encontrar dos con distintos signos. Así encontramos que  $f(-4) = -12$ ,  $f(-3) = 22$ .

Es decir,  $f$  es continua en  $[-4, -3]$  y signo de  $f(-4) \neq$  signo de  $f(-3)$ .

Por tanto (teorema de Bolzano), existe un  $c \in (-4, -3)$  tal que  $f(c) = 0$ .

$c$  es una raíz de la ecuación.

Tanteando con valores decimales, obtenemos:  $f(-3,8) = -3,472$ ;  $f(-3,7) = 0,447$ .

Por tanto, podemos asegurar que hay una raíz de la ecuación en el intervalo  $[-3,8; -3,7]$  y que el número  $-3,7$  se aproxima en menos de una décima a una raíz de la ecuación dada.

Fuente: Colera et al. (2023, p.234) (Anaya)

En menor medida, evidenciamos argumentaciones deductivas en la demostración de teoremas, como el de Bolzano en SM, o en la demostración de propiedades, como las propiedades de continuidad en Edebé.

# Prácticas expertas

---



# Prácticas expertas

---

Escasez de argumentaciones inductivas y deductivas por contraejemplo

# Prácticas expertas

---

Escasez de argumentaciones inductivas y deductivas por contraejemplo

Las *argumentaciones inductivas* que observamos se emplean fundamentalmente para ejemplificar los teoremas de Bolzano, valores intermedios y Weierstrass, en Santillana, Edebé y Anaya. Es de destacar que en el texto no se aclara su insuficiencia para demostrar los teoremas.

# Prácticas expertas

Escasez de argumentaciones inductivas y deductivas por contraejemplo

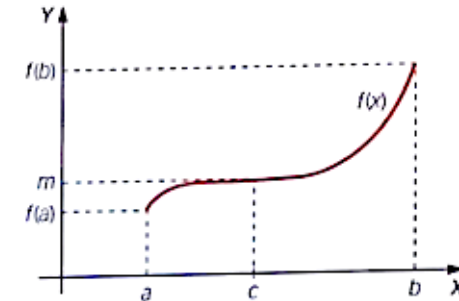
Las *argumentaciones inductivas* que observamos se emplean fundamentalmente para ejemplificar los teoremas de Bolzano, valores intermedios y Weierstrass, en Santillana, Edebé y Anaya. Es de destacar que en el texto no se aclara su insuficiencia para demostrar los teoremas.

## Teorema de los valores intermedios (Darboux)

Si una función  $f(x)$  es continua en un intervalo  $[a, b]$ , entonces en el intervalo  $(a, b)$   $f(x)$  toma todos los valores  $m$  comprendidos entre  $f(a)$  y  $f(b)$ . Es decir:

Si  $f(a) < m < f(b)$ , existe un número  $c \in (a, b)$  tal que  $f(c) = m$ .

Por ser  $f(x)$  continua en el intervalo describirá una curva que une los puntos  $(a, f(a))$  y  $(b, f(b))$ . Así, para cualquier valor intermedio  $m$ , comprendido entre  $f(a)$  y  $f(b)$ , existirá un valor  $c \in (a, b)$  tal que la curva pase por el punto  $(c, m)$ .



Fuente: Alejo et al. (2023, p.177) (Santillana)

# Prácticas expertas

## Escasez de argumentaciones inductivas y deductivas por contraejemplo

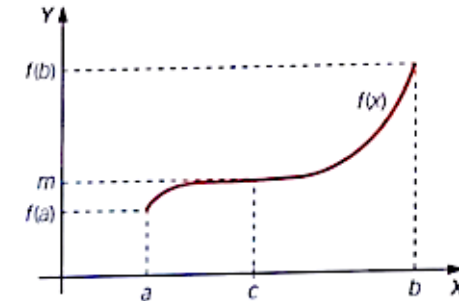
Las *argumentaciones inductivas* que observamos se emplean fundamentalmente para ejemplificar los teoremas de Bolzano, valores intermedios y Weierstrass, en Santillana, Edebé y Anaya. Es de destacar que en el texto no se aclara su insuficiencia para demostrar los teoremas.

### Teorema de los valores intermedios (Darboux)

Si una función  $f(x)$  es continua en un intervalo  $[a, b]$ , entonces en el intervalo  $(a, b)$   $f(x)$  toma todos los valores  $m$  comprendidos entre  $f(a)$  y  $f(b)$ . Es decir:

Si  $f(a) < m < f(b)$ , existe un número  $c \in (a, b)$  tal que  $f(c) = m$ .

Por ser  $f(x)$  continua en el intervalo describirá una curva que une los puntos  $(a, f(a))$  y  $(b, f(b))$ . Así, para cualquier valor intermedio  $m$ , comprendido entre  $f(a)$  y  $f(b)$ , existirá un valor  $c \in (a, b)$  tal que la curva pase por el punto  $(c, m)$ .



Fuente: Alejo et al. (2023, p.177) (Santillana)

Solamente el texto de Edebé emplea una *argumentación deductiva por contraejemplo* en la resolución de la tarea: “**Demuestra que todo polinomio de grado impar tiene al menos una raíz real. ¿Se puede afirmar lo mismo si el polinomio tiene grado par?**” (Ruiz et al., 2023, p. 249)

# Tareas propuestas

---

# Tareas propuestas

---

Predominio de tareas que requieren argumentaciones deductivas

# Tareas propuestas

Predominio de tareas que requieren argumentaciones deductivas

Las tareas motivan, fundamentalmente, la propuesta de *argumentaciones deductivas* en la mayoría de los contenidos y por parte de las cuatro editoriales (excepto SM, Santillana y Anaya en la discontinuidad y SM en el teorema de Weierstrass).

Mayormente se presentan tareas que involucran en su enunciado un único elemento (o dos) de un conjunto:

“Demuestra que  $f(x)=2\cos(x)+1$  tiene al menos una raíz real en  $[0, \pi]$ ” (Alejo et al., 2023, p. 181) (Santillana)  
“Dadas las funciones  $f(x)=x^3+3x^2-1$  y  $g(x)=6x$ , justifica que existe algún punto en el intervalo  $[1,10]$  en el que ambas funciones toman el mismo valor” (Colera et al., 2023, p. 244) (Anaya)

# Tareas propuestas

## Predominio de tareas que requieren argumentaciones deductivas

Las tareas motivan, fundamentalmente, la propuesta de *argumentaciones deductivas* en la mayoría de los contenidos y por parte de las cuatro editoriales (excepto SM, Santillana y Anaya en la discontinuidad y SM en el teorema de Weierstrass).

Mayormente se presentan tareas que involucran en su enunciado un único elemento (o dos) de un conjunto:

“Demuestra que  $f(x)=2\cos(x)+1$  tiene al menos una raíz real en  $[0, \pi]$ ” (Alejo et al., 2023, p. 181) (Santillana)  
“Dadas las funciones  $f(x)=x^3+3x^2-1$  y  $g(x)=6x$ , justifica que existe algún punto en el intervalo  $[1,10]$  en el que ambas funciones toman el mismo valor” (Colera et al., 2023, p. 244) (Anaya)

En menor medida, se presentan tareas que persiguen el desarrollo de argumentaciones deductivas e involucran infinitos elementos:

“Demuestra que todo número real positivo tiene al menos una raíz cuadrada” (Ruiz et al., 2023, p. 249) (Edebé)



# Tareas propuestas

---

# Tareas propuestas

---

Escasez de tareas que motivan el uso de argumentaciones deductivas por contraejemplo

# Tareas propuestas

---

Escasez de tareas que motivan el uso de argumentaciones deductivas por contraejemplo

Únicamente los textos de las editoriales Edebé y Anaya proponen tareas para “justificar” (Anaya) o “razonar” (Edebé) la verdad o falsedad de una afirmación. Por ejemplo:

Justificar la verdad o falsedad de “la ecuación  $x^5+x+1$  no tiene ninguna raíz real” (Colera et al., 2023, p. 244) (Anaya).

# Variedad de términos asociados a la demostración

---

# Variedad de términos asociados a la demostración

---

Observamos el uso indistinto de diversos términos asociados a la demostración, tanto en las prácticas expertas como las esperadas en los cuatro libros de texto:

# Variedad de términos asociados a la demostración

Observamos el uso indistinto de diversos términos asociados a la demostración, tanto en las prácticas expertas como las esperadas en los cuatro libros de texto:

Probar que la ecuación  $x^3-3x+40=0$  tiene alguna raíz real

Demuestra que todo polinomio de grado impar tiene al menos una raíz real. ¿Se puede afirmar lo mismo si el polinomio tiene grado par?

Justificar la verdad o falsedad de “la ecuación  $x^5+x+1$  no tiene ninguna raíz real”

Sea  $f$  continua en  $[1,5]$ ,  $f(1)=-2$ ,  $f(2)=-1$  y  $f(5)=3$ . Razona si es cierto que “existe  $c$  tal que  $f(c)=2,5$ ”

Comprueba que las funciones  $e^x + e^{-x}-1$  y  $e^x - e^{-x}$  se cortan en un punto

Dadas las funciones  $f(x)=x^3+3x^2-1$  y  $g(x)=6x$ , justifica que existe algún punto en el intervalo  $[1,10]$  en el que ambas funciones toman el mismo valor

# Variedad de términos asociados a la demostración

Observamos el uso indistinto de diversos términos asociados a la demostración, tanto en las prácticas expertas como las esperadas en los cuatro libros de texto:

Probar que la ecuación  $x^3 - 3x + 40 = 0$  tiene alguna raíz real

Demuestra que todo polinomio de grado impar tiene al menos una raíz real. ¿Se puede afirmar lo mismo si el polinomio tiene grado par?

Justificar la verdad o falsedad de “la ecuación  $x^5 + x + 1$  no tiene ninguna raíz real”

Sea  $f$  continua en  $[1,5]$ ,  $f(1)=-2$ ,  $f(2)=-1$  y  $f(5)=3$ . Razona si es cierto que “existe  $c$  tal que  $f(c)=2,5$ ”

Comprueba que las funciones  $e^x + e^{-x} - 1$  y  $e^x - e^{-x}$  se cortan en un punto

Dadas las funciones  $f(x)=x^3+3x^2-1$  y  $g(x)=6x$ , justifica que existe algún punto en el intervalo  $[1,10]$  en el que ambas funciones toman el mismo valor

# Variedad de términos asociados a la demostración

Observamos el uso indistinto de diversos términos asociados a la demostración, tanto en las prácticas expertas como las esperadas en los cuatro libros de texto:

Probar que la ecuación  $x^3 - 3x + 40 = 0$  tiene alguna raíz real

Demuestra que todo polinomio de grado impar tiene al menos una raíz real. ¿Se puede afirmar lo mismo si el polinomio tiene grado par?

Justificar la verdad o falsedad de “la ecuación  $x^5 + x + 1$  no tiene ninguna raíz real”

Sea  $f$  continua en  $[1,5]$ ,  $f(1)=-2$ ,  $f(2)=-1$  y  $f(5)=3$ . Razona si es cierto que “existe  $c$  tal que  $f(c)=2,5$ ”

Comprueba que las funciones  $e^x + e^{-x} - 1$  y  $e^x - e^{-x}$  se cortan en un punto

Dadas las funciones  $f(x)=x^3+3x^2-1$  y  $g(x)=6x$ , justifica que existe algún punto en el intervalo  $[1,10]$  en el que ambas funciones toman el mismo valor



# Variedad de términos asociados a la demostración

Observamos el uso indistinto de diversos términos asociados a la demostración, tanto en las prácticas expertas como las esperadas en los cuatro libros de texto:

Probar que la ecuación  $x^3 - 3x + 40 = 0$  tiene alguna raíz real

Demuestra que todo polinomio de grado impar tiene al menos una raíz real. ¿Se puede afirmar lo mismo si el polinomio tiene grado par?

Justificar la verdad o falsedad de “la ecuación  $x^5 + x + 1$  no tiene ninguna raíz real”

Sea  $f$  continua en  $[1,5]$ ,  $f(1)=-2$ ,  $f(2)=-1$  y  $f(5)=3$ . Razona si es cierto que “existe  $c$  tal que  $f(c)=2,5$ ”

Comprueba que las funciones  $e^x + e^{-x} - 1$  y  $e^x - e^{-x}$  se cortan en un punto

Dadas las funciones  $f(x)=x^3+3x^2-1$  y  $g(x)=6x$ , justifica que existe algún punto en el intervalo  $[1,10]$  en el que ambas funciones toman el mismo valor

# Variedad de términos asociados a la demostración

Observamos el uso indistinto de diversos términos asociados a la demostración, tanto en las prácticas expertas como las esperadas en los cuatro libros de texto:

Probar que la ecuación  $x^3 - 3x + 40 = 0$  tiene alguna raíz real

Demuestra que todo polinomio de grado impar tiene al menos una raíz real. ¿Se puede afirmar lo mismo si el polinomio tiene grado par?

Justificar la verdad o falsedad de “la ecuación  $x^5 + x + 1$  no tiene ninguna raíz real”

Sea  $f$  continua en  $[1,5]$ ,  $f(1)=-2$ ,  $f(2)=-1$  y  $f(5)=3$ . Razona si es cierto que “existe  $c$  tal que  $f(c)=2,5$ ”

Comprueba que las funciones  $e^x + e^{-x} - 1$  y  $e^x - e^{-x}$  se cortan en un punto

Dadas las funciones  $f(x)=x^3+3x^2-1$  y  $g(x)=6x$ , justifica que existe algún punto en el intervalo  $[1,10]$  en el que ambas funciones toman el mismo valor

# Variedad de términos asociados a la demostración

Observamos el uso indistinto de diversos términos asociados a la demostración, tanto en las prácticas expertas como las esperadas en los cuatro libros de texto:

Probar que la ecuación  $x^3 - 3x + 40 = 0$  tiene alguna raíz real

Demuestra que todo polinomio de grado impar tiene al menos una raíz real. ¿Se puede afirmar lo mismo si el polinomio tiene grado par?

Justificar la verdad o falsedad de “la ecuación  $x^5 + x + 1$  no tiene ninguna raíz real”

Sea  $f$  continua en  $[1,5]$ ,  $f(1)=-2$ ,  $f(2)=-1$  y  $f(5)=3$ . Razona si es cierto que “existe  $c$  tal que  $f(c)=2,5$ ”

Comprueba que las funciones  $e^x + e^{-x} - 1$  y  $e^x - e^{-x}$  se cortan en un punto

Dadas las funciones  $f(x)=x^3+3x^2-1$  y  $g(x)=6x$ , justifica que existe algún punto en el intervalo  $[1,10]$  en el que ambas funciones toman el mismo valor

# Variedad de términos asociados a la demostración

Observamos el uso indistinto de diversos términos asociados a la demostración, tanto en las prácticas expertas como las esperadas en los cuatro libros de texto:

Probar que la ecuación  $x^3 - 3x + 40 = 0$  tiene alguna raíz real

Demuestra que todo polinomio de grado impar tiene al menos una raíz real. ¿Se puede afirmar lo mismo si el polinomio tiene grado par?

Justificar la verdad o falsedad de “la ecuación  $x^5 + x + 1$  no tiene ninguna raíz real”

Sea  $f$  continua en  $[1,5]$ ,  $f(1)=-2$ ,  $f(2)=-1$  y  $f(5)=3$ . Razona si es cierto que “existe  $c$  tal que  $f(c)=2,5$ ”

Comprueba que las funciones  $e^x + e^{-x} - 1$  y  $e^x - e^{-x}$  se cortan en un punto

Dadas las funciones  $f(x)=x^3+3x^2-1$  y  $g(x)=6x$ , justifica que existe algún punto en el intervalo  $[1,10]$  en el que ambas funciones toman el mismo valor

# Relaciones entre prácticas expertas y esperadas

---

Por un lado...

# Relaciones entre prácticas expertas y esperadas

---

Por un lado...

Se observa coherencia fundamentalmente en el predominio de prácticas, tanto expertas como esperadas, que implican la aplicación de conceptos y teoremas en casos concretos, en las que se prioriza el uso de *argumentaciones deductivas*.

# Relaciones entre prácticas expertas y esperadas

---

Por otro lado...

# Relaciones entre prácticas expertas y esperadas

Por otro lado...

*Disparidades o desajustes entre las prácticas expertas y esperadas.*

- El uso de argumentaciones inductivas en la presentación de los teoremas relativos a la continuidad en los textos de Santillana y Edebé, sin explicitar ni advertir a los estudiantes de que no son suficientes para garantizar su validez general.
- En los textos de Santillana, Edebé y Anaya no se presentan prácticas expertas que involucren el teorema de Weierstrass, aunque si se solicitan tareas que motivan el uso de argumentaciones deductivas en este contenido.
- La pluralidad de términos asociados a la demostración, tanto en la ejemplificación como en los enunciados de las tareas, puede ser fuente de conflictos para un estudiante a la hora de interpretar qué se espera ante la resolución de una tarea.



# Conclusiones

---

# Conclusiones

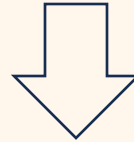
---

Analizar cómo se aborda la demostración en los libros de texto es de gran interés para explotar oportunidades donde los estudiantes puedan involucrarse de manera exitosa en los procesos de demostración (Stylianides, 2014).

# Conclusiones

---

Analizar cómo se aborda la demostración en los libros de texto es de gran interés para explotar oportunidades donde los estudiantes puedan involucrarse de manera exitosa en los procesos de demostración (Stylianides, 2014).



En este trabajo analizamos el tratamiento de la demostración en la lección de continuidad en cuatro libros de texto, identificando conflictos que ponen en evidencia la necesidad de:

- Explicitar los límites de las argumentaciones inductivas para garantizar la validez de una propiedad general.
- Unificar los términos asociados a la demostración para evitar confusión al momento de abordar las tareas.

Esperamos que el docente que emplee estos libros como recurso, considere los posibles conflictos y pueda anticipar decisiones instruccionales ante estos.

---



¡Muchas gracias!



# El rol de la demostración en la enseñanza de la continuidad en segundo de Bachillerato

Bettina Milanesio y María Burgos

Universidad de Granada

SEIEM 2024