Contrôle Bilan	
Chapitres	**Points**
1. Équations du second degré	/6
2. Suites arithmétiques et géométriques	/7
3. Nombres et fonctions dérivées	/7
Bonus 1 – Découverte de la dérivée	/3*
Bonus 2 – Tangente et pente donnée	/3*
Total	**/20**

Durée : 1h30	**Calculatrice autorisée**

Exercice 1 – Paramètre et racines (3 pts)

On considère l'équation : $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2m - 3 = 0$

1. Montrer que le discriminant est $\Delta = 16 - 4m$.

2. Déterminer les valeurs de m pour lesquelles l'équation a deux racines réelles distinctes.

3. Pour ces valeurs de m, calculer les racines x_1 et x_2.

4. Pour quelle(s) valeur(s) de m a-t-on $x_1 \times x_2 = 1$?

Exercice 2 – Interprétation graphique (3 pts)

On considère la fonction $f(x) = x^2 - 4x + k$, où k est un réel.

1. Étudier, selon k, le nombre de points d'intersection entre la courbe $y = f(x)$ et l'axe des abscisses.

2. Pour $k = 3$, déterminer les coordonnées du sommet et le sens de variation de f.

3. Déterminer les valeurs de k pour lesquelles $f(x) > 0$ pour tout réel x.

Exercice 3 – À la recherche du point de croisement (3 pts)

Deux phénomènes évoluent selon des lois différentes. Le premier augmente régulièrement, le second diminue progressivement. On se demande si et quand ces deux évolutions se rencontrent.

Un premier processus démarre à la valeur 1 et augmente de 3 à chaque étape.

Un second processus démarre à la valeur 256 et est divisé par 2 à chaque étape.

1. Calculer les 3 termes suivants ceux qui sont donnés pour chaque processus (on notera respectivement u_n et v_n)

2. Donner l'expression explicite de u_n et de v_n.

3. Déterminer n tel que $u_n = v_n$.

4. Interpréter le résultat obtenu.

Exercice 4 – Sommes et inégalités (4 pts)

On considère une suite géométrique (w_n) de raison $q > 0$ et de premier terme $w_0 = 5$.
On sait que : $S_5 = w_0 + w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5 = 315$

1. Exprimer S_5 en fonction de q.

2. Résoudre l'équation correspondante pour trouver q.

3. Pour cette valeur de q, comparer w_5 et la somme S_5.

4. En déduire la valeur limite de la suite si elle existe quand $n \to +\infty$.

Exercice 5 – Tangentes et variations (4 pts)

Soit $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$.

1. Calculer $f'(x)$.

2. Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f.

3. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse $x = 1$.

4. Montrer que la tangente en $x = 1$ coupe la courbe en un autre point que $x = 1$.

Exercice 6 – Étude complète (synthèse) (3 pts)

On considère la fonction : $g(x) = \frac{x^2-4x+3}{x-2}$

1. Étudier le domaine de définition.

2. Calculer la dérivée $g'(x)$.

3. Étudier les variations de g et dresser le tableau de signes de $g'(x)$.

4. Déterminer les limites en $x = 2^-$ et $x = 2^+$.

Bonus 1 – Découverte de la dérivée et sens de variation (3 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x-1)^2 e^{-x}$

1. Calculer la dérivée $f'(x)$ à l'aide de la formule du produit : $(uv)' = u'v + uv'$.

2. Étudier le signe de $f'(x)$ à l'aide de la forme factorisée, et en déduire les intervalles où la fonction est croissante ou décroissante.

Bonus 2 – Trouver le point où la tangente a une pente donnée (3 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 - 3x + 2$

1. On cherche le ou les points de la courbe de f où la tangente a un coefficient directeur égal à 1. Déterminer la ou les valeurs de x correspondantes.

2. Pour chacune de ces valeurs de x, déterminer les coordonnées du point de tangence et l'équation de la tangente à la courbe.