Révision sur les dérivées
Mardi 11 novembre 2025

Exercice 1

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

où a, b, c et d sont des réels avec $a \neq 0$.

On dispose des informations suivantes :

— la courbe $\mathcal{C}_f$ passe par les points $A(0;2)$ et $B(1;5)$;

— la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0 a pour équation $y = 3x + 2$;

— la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1 a pour coefficient directeur 0.

1. Justifier que $d = 2$ et $c = 3$.
2. Établir un système d'équations pour a et b.
3. Résoudre ce système et déterminer f.

Exercice 2

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par

$$f(x) = \frac{ax+b}{x-2}$$

où a et b sont des réels.

La courbe $\mathcal{C}_f$ passe par le point $P(3;5)$ et la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 3 a pour coefficient directeur -2.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Déterminer a et b en utilisant les deux conditions.
3. Vérifier que $f(x) = 5 + \dfrac{3}{x-2}$ pour tout $x \neq 2$.

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2.$$

1. Déterminer les points M_1 et M_2 de la courbe $\mathcal{C}_f$ où les tangentes sont parallèles à la droite d'équation $y = 3x + 1$.
2. Montrer que le milieu du segment $[M_1M_2]$ est le centre de symétrie de la courbe.
3. Vérifier que ce centre de symétrie est exactement le point d'inflexion de $\mathcal{C}_f$.

Exercice 4

Soit f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ par

$$f(x) = \left(\frac{2x+1}{x-3}\right)^3.$$

1. Calculer $f'(x)$.
2. Pour quelles valeurs de x a-t-on $f'(x) = 0$?

Exercice 5

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par
$$f(x) = 2x^2 - 3x + 1.$$

1. Exprimer en fonction de h le taux de variation de f entre 1 et $1 + h$.
2. Montrer que f est dérivable en 1 et déterminer $f'(1)$.
3. Vérifier le résultat en utilisant les formules de dérivation.

Exercice 6

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par
$$f(x) = x^2 + 2x.$$

1. Exprimer le taux de variation de f entre x_0 et $x_0 + h$.
2. Simplifier cette expression en fonction de x_0 et h.
3. Calculer $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$.
4. Déterminer le (ou les) point(s) x_0 où la tangente a une pente égale à 6.

Exercice 7

Soit f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par
$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}.$$

1. Calculer $f'(x)$ en utilisant la règle du quotient.
2. Trouver les points où la tangente a pour coefficient directeur -1.
3. Écrire les équations de ces tangentes.
4. Ces tangentes sont-elles parallèles ? Justifier.

Exercice 8

Soit f définie par $f(x) = x^2$ et g définie par $g(x) = -x^2 + 6x - 5$.
On cherche une droite Δ tangente à la fois à $\mathcal{C}_f$ et à $\mathcal{C}_g$.

1. Soit Δ tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a. Donner l'équation de Δ.
2. Soit Δ tangente à $\mathcal{C}_g$ au point d'abscisse b. Donner l'équation de Δ.
3. Pour que ces deux droites soient identiques, quelles conditions doivent satisfaire a et b ?
4. Résoudre ce système et déterminer l'équation de la (ou des) tangente(s) commune(s).
5. Vérifier graphiquement ou numériquement votre résultat.