Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»

(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ: Информатика и системы управления

КАФЕДРА: Компьютерные системы и сети

Домашняя работа № 3

Вариант 5

Дисциплина: Теория вероятности и Математическая статистика

Студент гр. ИУ6-32Б	______________________ (Подпись, дата)	И.В. Бобренко (И.О. Фамилия)
Преподаватель	______________________ (Подпись, дата)	В.Б. Горяинов (И.О. Фамилия)

Москва, 2021

Задача 1

Генератор обеспечивает выходное напряжение, которое может отклоняться от номинального на значение, не превышающее 1В, с вероятностью 0,95. Какие значения дисперсии выходного напряжения можно ожидать?

Дано:

$$P(|X - \mu| \leq 1) = \alpha = 0.95$$
$$\varepsilon = 1$$

Решение

Воспользуемся неравенством Чебышёва, которое определяет вероятность отклонения от μ более чем на ϵ:

$$B = P(|X - \mu| \geq \varepsilon) \quad \leq \quad \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}.$$

Соответственно есть связь: $A = 1 - B$, и уравнение можно представить как:

$$1 - \alpha \leq \sigma^2$$
$$\boxed{0.05 \leq \sigma^2}$$

Задача 2

Для заданной выборки:

1. постройте:

   a) статистический ряд

   b) интервальный статистический ряд, предварительно определив число интервалов

2. найдите значения точечных оценок математического ожидания и дисперсии

3. постройте гистограмму

4. на основе анализа результатов наблюдений выдвинете гипотезу о виде закона распределения генеральной совокупности

Расстояние безотказной работы тепловозов (расстояние, пройденное тепловозами до выхода из строя одного из его контроль-ных приборов), тыс. км.

46,0	120,0	122,5	93,5	69,5	102,5	76,5	37,5	22,5	77,0	107,0	123,0
48,5	78,5	108,5	127,5	51,5	80,0	112,5	131,5	53,0	81,5	113,5	132,0
54,6	82,0	116,0	134,0	57,5	83,0	117,0	66,5	84,0	118,5	68,0	91,5
119,0	38,5	66,0	43,5	60,5	91,5	39,0	65,5	137,5	40,5	99,5	52,5
143,0	89,5	94,5	80,5	79,0	62,0	87,5	97,5	62,5	64,0	23,5	78,5
61,0	98,0	62,5	97,5	70,0	65,5	71,5	99,0	72,5	63,5	47,0	77,0
76,5	64,0	63,5	56,5	77,0	63,5	72,0	66,0	87,6	66,5	55,0	108,5
99,0	110,0	86,6	88,0	66,0	105,5						

Решение

Статистический ряд

22.5	23.5	37.5	38.5	39	40.5	43.5
1	1	1	1	1	1	1
46	47	48.5	51.5	52.5	53	54.6
1	1	1	1	1	1	1
55	56.5	57.5	60.5	61	62	62.5
1	1	1	1	1	1	2
63.5	64	65.5	66	66.5	68	69.5
3	2	2	3	2	1	1
70	71.5	72	72.5	76.5	77	78.5
1	1	1	1	2	3	2
79	80	80.5	81.5	82	83	84
1	1	1	1	1	1	1
86.6	87.5	87.6	88	89.5	91.5	93.5
1	1	1	1	1	2	1
94.5	97.5	98	99	99.5	102.5	105.5
1	2	1	2	1	1	1
107	108.5	110	112.5	113.5	116	117
1	2	1	1	1	1	1
118.5	119	120	122.5	123	127.5	131.5
1	1	1	1	1	1	1
132	134	137.5	143			
1	1	1	1			

Интервальный статистический ряд

Определим количество интервалов:

$$m = 1 + \log_2 n = 1 + \log_2 90 = 7.49185 \leq 8$$

$[22.5, 37.6)$	$[37.6, 52.6)$	$[52.6, 67.7)$	$[67.7, 82.8)$	$[82.8, 97.8)$	$[97.8, 113)$
3	9	22	18	13	11

$[113, 128)$	$[128, 143]$
9	5

Точечные значения дисперсии и математического ожидания

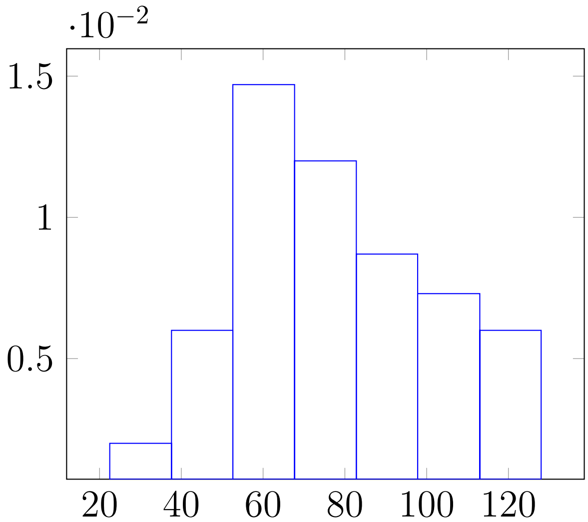
$$MX = \bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i = \boxed{81.12}$$

$$DX = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}) = \boxed{729.8787}$$

Гистрограмма

$$\Delta = \frac{143 - 22.5}{m} \approx 15$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{100 \cdot 15} = 0.0020, & x \in [22.5, 37.6), \\ \frac{9}{100 \cdot 15} = 0.0060, & x \in [37.6, 52.6), \\ \frac{22}{100 \cdot 15} = 0.0147, & x \in [52.6, 67.7), \\ \frac{18}{100 \cdot 15} = 0.0120, & x \in [67.7, 82.8), \\ \frac{13}{100 \cdot 15} = 0.0087, & x \in [82.8, 97.8), \\ \frac{11}{100 \cdot 15} = 0.0073, & x \in [97.8, 113), \\ \frac{9}{100 \cdot 15} = 0.0060, & x \in [113, 128), \\ \frac{5}{100 \cdot 15} = 0.0033, & x \in [128, 143], \\ 0, & x \notin [22.5, 143], \end{cases}$$



Гипотеза о законе распределения

По гистограмме можно предположить, что ряд подчиняется логонормальному распределению вероятности:

$$X \sim LogN(\mu, \sigma^2)$$

Плотность распределения:

$$f_X(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(\ln x - \mu)^2 / 2\sigma^2}$$

Задача 3

При определении прочности стержня на разрыв испытывались 8 образцов. В результате испытаний получены следующие значения усилия разрыва (в кг): 500; 510; 545; 600; 560; 530; 525; 540. Требуется определить доверительные интервалы уровня доверия 0,95 для среднего значения прочности и её среднего квадратичного отклонения, если закон распределения прочности нормальный.

Решение

$$\gamma = 0.95;$$
$$\bar{X} = 538.75;$$
$$S^2(\vec{X}_n) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 \approx 31.25357^2.$$

По таблице распределения Стьюдента:

$$n - 1 = 7;$$
$$t_{\frac{1+\gamma}{2}}(n-1) = 2.36;$$
$$\chi^2_{\frac{1+\gamma}{2}}(n-1) = \chi^2_{0.975}(7) = 16.01;$$
$$\chi^2_{\frac{1-\gamma}{2}}(n-1) = \chi^2_{0.025}(7) = 1.69.$$

Интервалы:

$$J_{0.95}(\mu) = \left(\bar{X} - \frac{St_{\frac{1+\gamma}{2}}(n-1)}{\sqrt{n}}; \bar{X} + \frac{St_{\frac{1+\gamma}{2}}(n-1)}{\sqrt{n}}\right) = \boxed{(512.67; 564.83)};$$
$$J_{0.95}(\sigma) = \left(S\sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{\frac{1+\gamma}{2}}}}; S\sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{\frac{1-\gamma}{2}}}}\right) = \boxed{(20.7; 63.7)}$$