# Использование отношения Хигмана-Крускала для прерывания рекурсивной специализации функций

А. А. Кошелев

МГТУ им. Н. Э. Баумана

Третье совместное рабочее совещание ИПС имени А. К. Айламазяна РАН и МГТУ имени Н. Э. Баумана по функциональному языку программирования Рефал

12 июня 2020 года

#### Постановка задачи

Устранить зацикливание компилятора языка Рефал-5λ, возникающее при специализации функций, с помощью отношения Хигмана-Крускала.

#### Для этого необходимо:

- изучить причины возникновения зацикливания и способы его прерывания;
- разработать и реализовать алгоритм применения отношения Хигмана-Крускала и алгоритм обобщения сигнатур;
- проверить корректность работы реализованных алгоритмов.

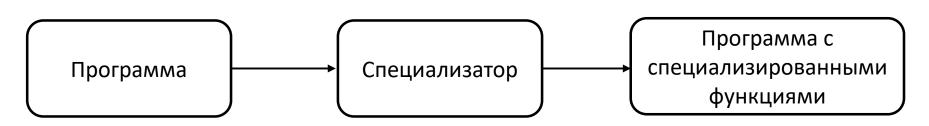
### Специализация функций

F(X,Y) — функция с параметрами X,Y. A — одно из возможных значений параметра Y. Тогда  $F_A(X) = F(X,A)$  — специализация функции F(X,Y) по параметру Y.

Параметры, по которым осуществляется специализация, называют *статическими*.

Предполагается, что построение специализации позволит:

- увеличить скорость работы программы;
- уменьшить объём требуемой памяти.



# Специализация функций в языке Рефал-5х

- В языке Рефал-5λ каждая функция принимает один аргумент.
- Поэтому был введён шаблон специализации, указывающий специализируемую функцию и её статические переменные.

# Пример использования шаблона специализации

```
\$SPEC — ключевое слово (specialization); F — имя функции, которую необходимо специализировать; t.Y — статическая переменная; t.x — динамическая переменная.
```

 $SPEC\ F\ t.x\ t.Y;$ 

# Алгоритм специализации функций

- 1. Происходит поиск вызова специализируемой функции.
- 2. Определяются значения статических переменных.
- 3.1. Если значения новые, строится новый экземпляр функции.
- 3.2. Иначе указывается вызов уже построенного экземпляра.
- 4. Запоминается сигнатура в виде (имя экземпляра; значения статических переменных).

# Зацикливание при специализации

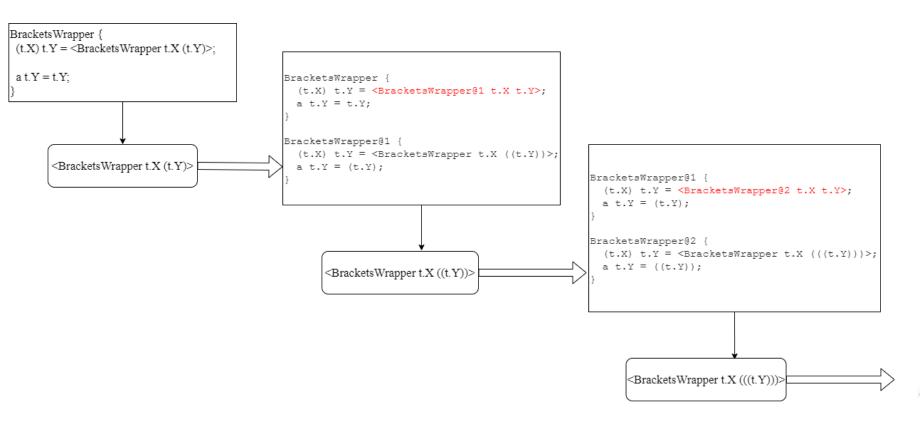
В ряде случаев алгоритм специализации может зациклиться.



## Пример зацикливания специализации

```
$SPEC BracketsWrapper t.x t.Y;
BracketsWrapper {
  (t.X) t.Y = <BracketsWrapper t.X (t.Y)>;
  a t.Y = t.Y;
}
```

## Процесс зацикливания специализации



Специализация данной функции с помощью приведённого алгоритма не может завершиться.

### Обнаружение зацикливания

- Сравниваем сигнатуры с помощью отношения Хигмана-Крускала (обозначается знаком ≤).
- Интуитивное определение отношения Хигмана-Крускала:
- для сигнатур  $S_1$ ,  $S_2$  выполняется  $S_1 \leq S_2$ , если путём удаления из  $S_2$  некоторых элементов (переменных, скобочных символов, функций и т. д.) можно получить  $S_1$ .
- Примеры:

$$x \le (y); (y) \le (((y))); x y \le f(g(x), y)$$

#### Формальное определение

Отношение Хигмана-Крускала имеет индуктивное определение:

- 1.  $x \le y$  для любых переменных x и y.
- 2.  $X \le f(Y_1, Y_2, ..., Y_n)$ , если f функция и выполняется условие

$$\exists i: X \leq Y_i$$
.

3.  $f(X_1, X_2, ..., X_n) \le f(Y_1, Y_2, ..., Y_n)$ , если f — функция и выполняется

$$\forall i = 1, ..., n X_i \leq Y_i$$
.

#### Теорема Хигмана-Крускала

Отношение Хигмана-Крускала является отношением хорошего предпорядка для выражений в конечном алфавите.

Для любой бесконечной последовательности сигнатур  $\{S_i\}_{i\in\mathbb{N}}$ , имена переменных в которых составлены из конечного алфавита:

 $\exists i, k: S_i \leq S_k$ 

### Обобщение сигнатур

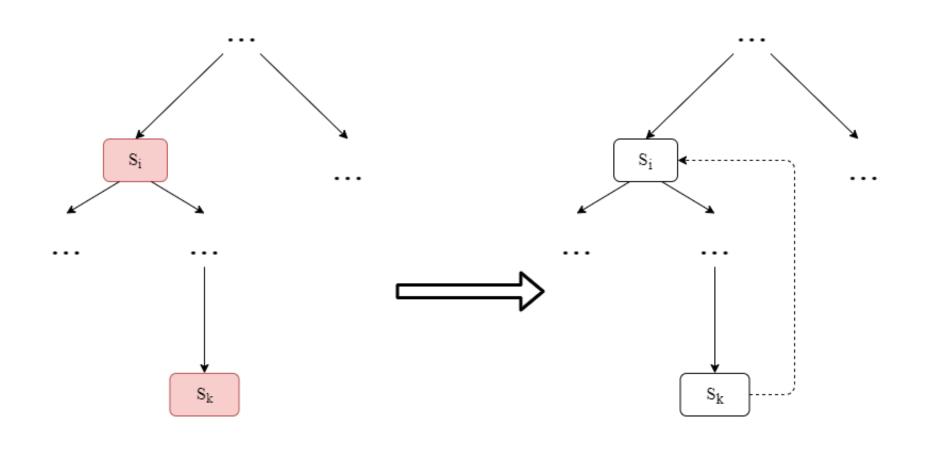
- Пусть для сигнатур  $S_1$ ,  $S_2$  выполнилось  $S_1 \leq S_2$ .
- Обобщение  $S_1$  и  $S_2$  сигнатура  $S_{gen}$ , из которой можно подстановками получить  $S_1$ ,  $S_2$ .
- Пример:

$$S_1 = () t. y, S_2 = ('a') t. y.$$
  
 $S_{gen} = (e. x) t. y.$ 

При  $e.x = \varepsilon$  получаем  $S_{gen} \rightarrow S_1$ .

При e.x = 'a'получаем  $S_{gen} \rightarrow S_2$ .

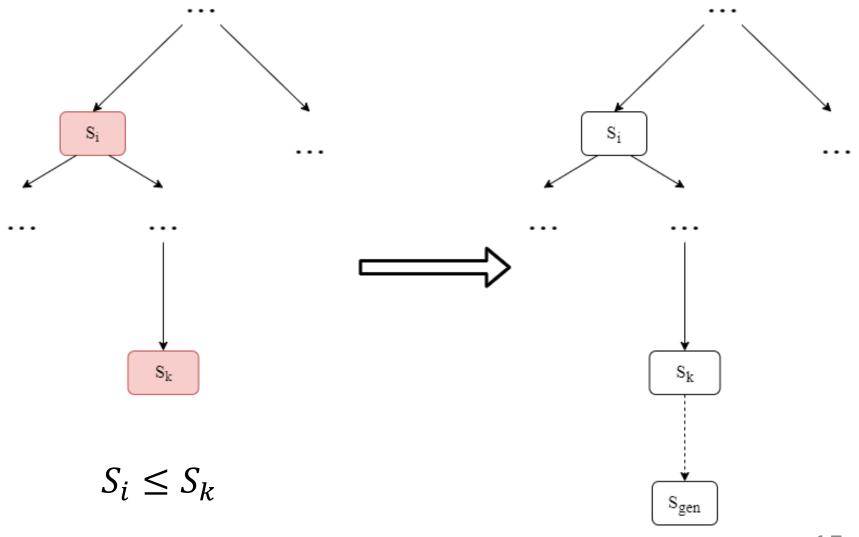
### Частный случай обобщения



$$S_i \leq S_k$$

$$S_{gen} = S_i$$

### Обобщение снизу



## Реализация отношения Хигмана-Крускала

Пусть имеются выражения  $E_1$  и  $E_2$ , причём выражение  $E_2$  можно представить в виде конкатенации  $E_2'E_2''$ . Тогда, если  $E_1 \leq E_2$ , то верно одно из трёх:

- 1.  $E_1 \leq E_2'$ .
- $2. E_1 \leq E_2''$ .
- 3.  $E_1$  можно представить в виде конкатенации  $E_1'E_1''$ , где  $|E_1'|>0$  и  $|E_1''|>0$ , для которой выполняются условия:  $E_1'\leq E_2'$  и  $E_1''\leq E_2''$ .

# Реализация метода обобщения снизу

- Обобщение сигнатур в общем случае определяется неоднозначно.
- Пример:

$$S_1 = () t.y, S_2 = ('a') t.y$$
  
 $S_{gen_1} = (e.x) t.y$  или  $S_{gen_2} = e.x$ 

- Для сохранения максимального количества информации о сигнатуре использован алгоритм глобального сложнейшего обобщения.

#### Пример тестирования

#### После применения специализации

# До применения специализации BracketsWrapper {

```
BracketsWrapper {
  (t.X) t.Y = <BracketsWrapper t.X (t.Y)>;
  a t.Y = t.Y;
}
```

```
BracketsWrapper {
  (t.X) t.Y = <BracketsWrapper@1 t.X t.Y>;
  a t.Y = t.Y;
}

BracketsWrapper@1 {
  (t.X) t.Y = <BracketsWrapper@1 t.X (t.Y)>;
  a t.Y = (t.Y);
}
```

#### Заключение

- Было рассмотрено использование отношения Хигмана-Крускала и алгоритма обобщения снизу для решения проблемы зацикливания рекурсивной специализации.
- Методы были разработаны и реализованы в компиляторе языка Рефал-5λ.
- Тестирование показало корректность работы реализованных методов.