

1	<p>Последовательность, конструируемая как арифметическая прогрессия:</p> $a(n) = a_0 + dn.$ <p>Сумма двух последовательностей (знак «+») определяется как:</p> $a = a_1 + a_2 \iff \forall n \geq 0 : a(n) = a_1(n) + a_2(n).$ <p>Умножение последовательности на число (знак «*»):</p> $a = k * a_1 \iff \forall n \geq 0 : a(n) = ka_1(n).$ <p>Обнуление всех членов последовательности, начиная с заданного номера (знак «/»):</p> $a = a_1/n_0 \iff \forall n \geq 0 : a(n) = \begin{cases} a_1(n), & n < n_0; \\ 0, & n \geq n_0. \end{cases}$ <p>Кроме того, в классе должен быть реализован метод «get», возвращающий i-тый элемент последовательности.</p>
2	<p>Идеальный «размен» суммы денег минимальным количеством рублёвых купюр и монет. Операции: объединение двух разменов («+»), пересечение двух разменов («-»), получение количества купюр или монет заданного номинала («count»).</p>
3	<p>Множество точек на плоскости, задающих некоторую геометрическую фигуру.</p> <p>У класса должно быть два конструктора: первый конструктор принимает координаты нижней левой и верхней правой вершин прямоугольника, каждая сторона которого параллельна одной из осей координат, и порождает множество точек, принадлежащих этому прямоугольнику; аналогично, второй конструктор порождает множество точек круга по координатам центра и радиусу.</p> <p>Операции: «+» и «-» – объединение и разность двух множеств; «in» – проверка принадлежности точки множеству.</p>
4	<p>Система неравенств вида $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_Nx_N \leq b$. Конструктор класса должен принимать список коэффициентов a_i и свободный член b и порождать систему, состоящую из одного неравенства. Операции: «+» – объединение двух систем в одну; «/» – принимает число i и возвращает систему, полученную из данной системы путём присвоения нулевого значения i-той переменной; «check» – проверка, удовлетворяет ли список значений переменных системе неравенств.</p>
5	<p>Конечное множество интервалов на множестве вещественных чисел с операциями объединения («+»), пересечения («*») и проверки принадлежности числа множеству интервалов («in»).</p>
6	<p>Двоичное неотрицательное число произвольной разрядности с операциями сложения и умножения.</p>
7	<p>Множество, конструируемое как множество строк, содержащих некоторую строку s. Операции: объединение («+»), пересечение («*»), проверка принадлежности строки множеству («in»).</p>

8	Множество абитуриентов, имеющих оценки по трём ЕГЭ. Конструктор множества должен порождать множество, состоящее из одного элемента, принимая в качестве параметров имя абитурента, его оценки и факт подачи оригинала аттестата. Операции: объединение множеств («+»); формирование подмножества абитуриентов, набравших указанную сумму баллов («/»); формирование подмножества абитуриентов, подавших оригиналы аттестатов («!»).
9	Истинностное значение троичной логики («истина», «неизвестно», «ложь») с операциями конъюнкции («*»), дизъюнкции («+») и отрицания («!»). Вместо создания экземпляров класса должны быть заранее заготовлены три возможных объекта.
10	Булевская формула, состоящая из вхождений имён переменных, а также операций И, ИЛИ и НЕ. Конструктор формулы принимает в качестве параметра имя переменной и порождает формулу, состоящую из вхождения этой переменной. Операции: объединение двух формул в одну с помощью операций И («*») и ИЛИ («+»); отрицание формулы («!»). Кроме того, у формулы должен быть метод «eval», принимающий в качестве параметра ассоциативный массив, отображающий имена переменных в их значения, и вычисляющий значение формулы.
11	Целочисленный вектор в n -мерном пространстве с операциями сложения, вычитания, скалярного умножения, умножения на число и обращения (унарный минус).
12	Полином с целыми коэффициентами и операциями сложения, умножения и дифференцирования (унарный «!»).
13	Последовательность степеней простых делителей, на которые раскладывается некоторое натуральное число. Операции: «*» – умножение на число, представленное другой последовательностью; «**» – наибольший общий делитель числа, представленного текущей последовательностью, и числа, представленного другой последовательностью; «==», «!=» – сравнения; «!» – преобразование к Int.
14	Отношение на множестве целых чисел с операциями объединения («+»), пересечения («*») и транзитивного замыкания («!»).
15	80-битовое целое число со знаком, представленное списком из пяти Short'ов, с операциями сложения, вычитания, умножения и изменения знака (унарный минус).
16	Элемент свободной группы с двумя образующими. Представляет собой либо пустое слово (единица группы), либо конечное слово, составленное из четырёх символов $a, \tilde{a}, b, \tilde{b}$ таким образом, что в нём a не появляется рядом с \tilde{a} , а b не появляется рядом с \tilde{b} . Операция сложения двух слов определяется как их конкатенация с последующим сокращением пар $a\tilde{a}$, $\tilde{a}a$, $b\tilde{b}$ и $\tilde{b}b$. Операция взятия обратного элемента – как переворачивание слова с одновременной заменой a на \tilde{a} , \tilde{a} – на a , b – на \tilde{b} и \tilde{b} – на b .

17	<p>Линейное неравенство вида $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_Nx_N \bowtie b$, в котором \bowtie – это $<, \leq, >$ или \geq.</p> <p>Операции: умножение левой и правой части на число, отличное от нуля – «*», формирование отрицания неравенства (т.е., например, из $x \leq 5$ получается $x > 5$) – «!», сложение двух неравенств – «+», проверка справедливости неравенства для списка значений переменных – «check».</p>
18	<p>Мультимножество строк с операциями объединения («+»), пересечения («*») и вычитания («-»). В мультимножестве одна строка может содержаться в нескольких экземплярах.</p>
19	<p>Множество, конструируемое как множество целых чисел, являющихся членами некоторой арифметической прогрессии. Операции: объединение («+»), пересечение («*»), проверка принадлежности числа множеству («in»).</p>
20	<p>Множество, конструируемое как набор чисел, кратных некоторому числу k. Операции: объединение («+»), пересечение («*»), проверка принадлежности числа множеству («in»).</p>
21	<p>Вектор с вещественными коэффициентами в трёхмерном пространстве с операциями сложения («+»), вычитания («-»), скалярного произведения («*»), векторного произведения («**»), а также умножения на число («*»).</p>
22	<p>Множество вещественных чисел. Конструктор множества принимает в качестве параметров границы интервала $[a, b]$ и формирует множество, содержащее числа, принадлежащие этому интервалу. Подразумевается, что более сложные множества могут быть сконструированы с помощью перегруженных операций «*» и «+», означающих пересечение и объединение двух множеств, соответственно, а также операции «!», возвращающей дополнение множества до множества всех вещественных чисел. У множества также должна быть реализована операция «in», осуществляющая проверку принадлежности указанного числа множеству.</p>
23	<p>Множество целых чисел, конструируемое на основе предиката, определяющего принадлежность числа множеству.</p> <p>Операции: объединение двух множеств («+»), пересечение двух множеств («*»), дополнение множества («!»), умножение всех элементов множества на целое число («*»), целочисленное деление всех элементов множества на целое число («/»), проверка принадлежности числа множеству («contains»).</p>
24	<p>Множество последовательностей целых чисел, конструируемое как множество всех размещений чисел от 0 до k без повторений по m элементов. Операции: объединение («+»), проверка принадлежности последовательности множеству («in») и вычисление размера («size»).</p>
25	<p>Булевская формула с операциями И, ИЛИ и НЕ, а также с именами переменных. Формула должна находиться в так называемой <i>нормальной форме отрицания</i> (Negation Normal Form), в которой операция НЕ применяется только к значениям переменных.</p> <p>Операции: «*» и «+» – объединение двух формул с помощью операции И и ИЛИ, соответственно; «!» – формирование новой формулы, являющейся отрицанием текущей формулы (здесь надо не забыть о нормальной форме отрицания!).</p>

26	<p>Положительный числовой ряд $\sum_{i=i_0}^{\infty} a_i$, где $a_i \geq 0$ и $i_0 \geq 0$. Конструктор ряда принимает в качестве параметра i_0 и функцию, вычисляющую i-тый член ряда. Операции: «*» – умножение на число, «+» – сумма двух рядов, «get» – получение i-го члена ряда (если $i < i_0$, «get» возвращает 0).</p>
27	<p>«Нечёткое» число вида $a + k\delta$, где a и k – числа с плавающей точкой, а δ – неизвестное неотрицательное бесконечно малое число. Выполнение операций сложения «нечётких» чисел «+», умножения «нечёткого» числа на число с плавающей точкой «*» и сравнения «нечётких» чисел «<» определяется правилами:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $(a_1 + k_1\delta) + (a_2 + k_2\delta) \equiv a_1 + a_2 + (k_1 + k_2)\delta$; 2. $c(a + k\delta) \equiv ca + ck\delta$; 3. $a_1 + k_1\delta < a_2 + k_2\delta$ тогда и только тогда, когда либо $a_1 < a_2$, либо $(a_1 = a_2) \wedge (k_1 < k_2)$.
28	<p>Вещественная матрица размера $m \times n$, где $0 < m, n < 10^9$, конструируемая на основе функции, вычисляющей значение элемента с указанными координатами. Операции: сложение («+»), умножение на число («*»), умножение на матрицу («*»), транспонирование («!»), удаление i-той строки («delRow»), удаление i-того столбца («delColumn»), вычисление значения элемента с указанными координатами («get»). Операции должны порождать исключения при невозможности их применения к операндам.</p>
29	<p>Целое число, представленное последовательностью нулей и единиц в фибоначчевой системе счисления. Операции: сложение («+»); вычисление наибольшего числа, составленного из общих для двух чисел фибоначчевых слагаемых («%»); перевод в BigInteger («toInteger»).</p>