

ЗАДАНИЕ на лабораторные работы №5

Тема: Построение и программная реализация алгоритмов численного интегрирования функций.

Цель работы. Получение навыков построения алгоритмов вычисления однократного и двукратного интегралов с использованием квадратурных формул трапеций, Гаусса и Симпсона.

Задание 1.

Сравнить точность численного определения интеграла от функции, имеющей разрыв производной (при $k=1$)

$$\int_{-1}^1 |x|^k dx, \quad \text{где показатель степени в подинтегральной функции (} k=1 \text{ и } 2\text{)}.$$

Исследовать методы трапеций, Симпсона и Гаусса для 3-х узлов.

Найти аналитически значение интеграла и оценить погрешности расчета по разным формулам при двух значениях показателя степени.

Задание 2.

Построить алгоритм и программу для вычисления двукратного интеграла

$$I = \iint_G f(x, y) dx dy$$

по области G , ограниченной функциями $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ и прямыми $x=a$ и $x=b$.

Функция $z=f(x, y)$ задана таблично в файле, $\varphi(x) = \alpha x^2$, $\psi(x) = \beta x^2$, параметры α, β , a, b задаются пользователем. Для отладки принять $\alpha = 1, \beta = 4, a=0, b=2$.

Применить метод последовательного интегрирования с автоматическим выбором шага с использованием по обоим направлениям формулы Гаусса и формулы Симпсона.

Указание. При двумерной интерполяции по таблице функции $z=f(x, y)$ применить последовательную интерполяцию, причем можно ограничиться полиномами Ньютона второй степени.

Результаты.

1. Разработать алгоритм вычисления n корней полинома Лежандра n -ой степени $P_n(x)$ при реализации формулы Гаусса.

2. Исследовать влияние количества выбираемых узлов сетки по каждому направлению на результаты расчетов.

Вопросы при защите лабораторной работы.

1. В каких ситуациях теоретический порядок квадратурных формул численного интегрирования не достигается.
2. Получить формулу погрешности метода трапеций.
3. Получить формулу Симпсона из формулы трапеций на основе 2-ой формулы Рунге.
4. Построить формулу Гаусса численного интегрирования при одном узле.
5. Построить формулу Гаусса численного интегрирования при двух узлах.
6. Получить обобщенную кубатурную формулу, для вычисления двойного интеграла методом последовательного интегрирования на основе формулы трапеций с **тремя** узлами по каждому направлению.

Методика оценки работы.

Модуль 3, срок - 17-я неделя..

1. Задание полностью выполнено - 11 баллов (минимум).
2. В дополнение к п.1 даны исчерпывающие ответы на вопросы – до 17 баллов (максимум).