

# ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ "ПРИЛОЖЕНИЯ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА"

1к, 2 сем., для факультетов ИУ, РЛ, БМТ

## Вариант 1.

**Задача 1.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = \operatorname{arctg} x$ ,  $y = \operatorname{arctg}(2x - 4)$ ,  $y = 0$ . **(1 балл)**

**Задача 2.** Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси  $OX$  фигуры, ограниченной кривой:  $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$  для  $x \geq 1$ . **(2 балла)**

**Задача 3.** Найти длину дуги кривой  $\rho = 4(1 - \cos \varphi)$  от точки  $A(0; 0)$  до точки пересечения с прямой  $\varphi = \frac{3}{2}\pi$ . **(2 балла)**

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_1^{+\infty} \frac{\ln \cos \frac{1}{x}}{x^2} dx$ . **(1 балл)**

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^1 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{1-x^4}}$ . **(1 балл)**

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

## Вариант 2.

**Задача 1.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией:  $\rho = a \sin^3 \frac{\varphi}{3}$ , лежащую ниже полярной оси. **(1 балл)**

**Задача 2.** Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси  $OY$  фигуры, ограниченной осью  $OX$  и одной аркой циклоиды:  $\begin{cases} x = 7(t - \sin t) \\ y = 7(1 - \cos t) \end{cases}$ . **(2 балла)**

**Задача 3.** Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси  $OX$  кривой:  $y = \frac{x^3}{3}$  для  $-2 \leq x \leq 2$ . **(2 балла)**

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_1^{+\infty} \frac{\sin^2 x}{x} dx$ . **(1 балл)**

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{(1-x^2)^5}}$ . **(1 балл)**

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

## Вариант 3.

**Задача 1.** Найти площадь фигуры, ограниченной кривой:  $y = \ln x$ , касательной к ней в точке  $x = e$  и осью  $OX$ . **(1 балл)**

**Задача 2.** Фигура, ограниченная кривой  $y = \sqrt{x}e^{-x^2}$ , вращается вокруг своей асимптоты. Найти объём тела вращения. **(2 балла)**

**Задача 3.** Найти длину дуги всей кривой:  $\begin{cases} x = 5 \cos^3 \frac{t}{4} \\ y = 5 \sin^3 \frac{t}{4} \end{cases}$ . **(2 балла)**

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^{+\infty} \sqrt{x}e^{-x} dx$ . **(1 балл)**

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^1 \frac{dx}{e^{\sqrt{x}} - 1}$ . **(1 балл)**

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

## Вариант 4.

**Задача 1.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  $(x - 2)(y + 3) = 6$  и  $x + y = 6$ .  
**(1 балл)**

**Задача 2.** Определить объем тела, образованного вращением вокруг оси  $OY$  фигуры, ограниченной линиями:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $y = b$ ,  $y = -b$ .  
**(2 балла)**

**Задача 3.** Вычислить площадь поверхности, образованной вращением лемнискаты  $\rho^2 = a^2 \sin 2\varphi$  вокруг полярной оси.  
**(2 балла)**

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + \sqrt[3]{x^4 + 1}}$ .  
**(1 балл)**

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{e^{\sin x} - 1} dx$ .  
**(1 балл)**

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

## Вариант 5.

**Задача 1.** Прямая  $x = -2$  делит площадь, заключенную между кривой  $y = xe^{-x^2/2}$  и ее асимптотой, на две части. Найти ту площадь, для которой  $x \geq -2$ .  
**(1 балл)**

**Задача 2.** Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $OY$  фигуры, ограниченной линиями:  $x = 2$ ,  $y = \arcsin \frac{x}{2}$  и касательной к этой кривой в начале координат.  
**(2 балла)**

**Задача 3.** Окружность  $\rho = 2r \sin \varphi$  вращается вокруг полярной оси. Найти площадь поверхности, которая при этом получается.  
**(2 балла)**

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^{+\infty} \frac{x \operatorname{arctg} x}{\sqrt[3]{1+x^4}} dx$ .  
**(1 балл)**

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^1 \frac{dx}{e^x - \cos x}$ .  
**(1 балл)**

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

## Вариант 6.

**Задача 1.** Вычислить площадь фигуры, расположенной внутри каждой из кривых:  $\rho = 1$ ,  $\rho = 2(1 - \cos \varphi)$ .  
**(1 балл)**

**Задача 2.** Фигура, ограниченная линиями:  $y = \frac{x+6}{x+3}$ ,  $y = 2 - x$ , вращается вокруг оси  $OX$ . Найти объем тела вращения.  
**(2 балла)**

**Задача 3.** Вычислить площадь поверхности, образованной вращением астроиды:  

$$\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$$
 вокруг оси  $OY$ .  
**(2 балла)**

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_1^{+\infty} \frac{1 + \operatorname{arctg} \frac{1}{x}}{x+2} dx$ .  
**(1 балл)**

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^{\pi/2} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sqrt{x^3}} dx$ .  
**(1 балл)**

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

### Вариант 7.

**Задача 1.** Вычислить площадь фигуры, расположенной внутри окружности  $\rho = \sin \varphi$  и вне окружности  $\rho = \cos \varphi$ . (1 балл)

**Задача 2.** Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $OY$  фигуры, ограниченной линиями:  $y = e^x + 1$ ,  $y = e^{2x} - 1$ ,  $x = 0$ . (2 балла)

**Задача 3.** Найти длину дуги кривой  $x = \frac{t^6}{6}$ ,  $y = 2 - \frac{t^4}{4}$  между точками ее пересечения с осями координат. (2 балла)

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_1^{+\infty} \frac{2 + \arcsin \frac{1}{x}}{1 + \sqrt{x}} dx$ . (1 балл)

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^{\pi} \frac{dx}{\sin^8 x}$ . (1 балл)

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

### Вариант 8.

**Задача 1.** Найти большую из площадей, ограниченных циклоидой:  $\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}$ , осью  $OX$  и параболой  $y^2 = -\frac{16}{\pi}(x - 3\pi)$ . (1 балл)

**Задача 2.** Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $OY$  фигуры, ограниченной кривой  $y = 3x^2 - 12x$  и прямой  $y = -6$ . (2 балла)

**Задача 3.** Вычислить площадь, образованную вращением параболы  $y^2 = \frac{R^2}{H}x$  вокруг оси  $OX$ , отсекаемой прямой  $x = H$ . (2 балла)

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} \frac{1}{x}}{x + \sqrt{x^2 + 5}} dx$ . (1 балл)

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^{\pi} \frac{dx}{\sin^5 x}$ . (1 балл)

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

### Вариант 9.

**Задача 1.** Найти площадь фигуры, ограниченную кривой  $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = b \sin^3 t \end{cases}$ . (1 балл)

**Задача 2.** Фигура, ограниченная линиями:  $x = 0$ ,  $y = e^x$ ,  $y = 1 + 2e^{-x}$ , вращается вокруг оси  $OX$ . Вычислить объем тела вращения. (2 балла)

**Задача 3.** Найти длину спирали  $\rho = e^{a\varphi}$ , находящейся внутри круга  $\rho = 1$ . (2 балла)

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_1^{+\infty} \frac{\cos 2x}{\sqrt{x^5 + 5x + 2}} dx$ . (1 балл)

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_1^3 \frac{x^5 + 3x + 1}{\sqrt[5]{(x^3 - 1)^2}} dx$ . (1 балл)

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

### Вариант 10.

**Задача 1.** Найти площадь фигуры, расположенной внутри кривой  $\rho^2 = 4 \cos 2\varphi$  и вне кривой  $\rho^2 = \cos 2\varphi$ . (1 балл)

**Задача 2.** Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси  $OY$  фигуры, ограниченной кривой:  $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$  для  $x \geq 1$ . (2 балла)

**Задача 3.** Найти длину всей кривой  $\rho = 9(1 + \cos \varphi)$ . (2 балла)

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_1^{+\infty} \frac{\sin 3x}{\sqrt[3]{x^5 + 2x + 4}} dx$ . (1 балл)

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^{\pi/2} \frac{1 - \cos x}{x^3} dx$ . (1 балл)

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

### Вариант 11.

**Задача 1.** Найти меньшую из площадей, ограниченных линиями:  $\rho = 1 + \cos \varphi$ ,  $x + 2y = 2$ . (1 балл)

**Задача 2.** Фигура, ограниченная линиями:  $y = \frac{1}{2}(x - 2)^2$ ,  $y = \frac{1}{4}(x - 2)^2 + 1$ , вращается вокруг оси  $OY$ . Вычислить объем тела вращения. (2 балла)

**Задача 3.** Дано астроида:  $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$  и точки на ней  $A(a, 0)$ ,  $B(0, a)$ . Найти на дуге  $AB$  такую т.  $M$ , чтобы длина дуги  $AM$  составляла четверть длины дуги  $AB$ . (2 балла)

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_1^{+\infty} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3(x + \operatorname{arctg} x)} dx$ . (1 балл)

**Задача 6.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^1 \frac{\operatorname{ch} x - 1}{\sqrt[5]{1 + x^4} - 1} dx$ . (1 балл)

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

### Вариант 12.

**Задача 1.** Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$ ,  $x^2 = -a(y - a)$ . (1 балл)

**Задача 2.** Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $OY$  фигуры, ограниченной линиями:  $y = e^x$ ,  $y = 1 + 2e^{-x}$ ,  $x = 0$ . (2 балла)

**Задача 3.** Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кардиоиды  $\rho = a(1 - \cos \varphi)$  вокруг полярной оси. (2 балла)

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_1^{+\infty} \frac{x + \sin x}{x^3(x - \sin x)} dx$ . (1 балл)

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_e^{e^2} \frac{x \ln x}{(x - e)^2} dx$ . (1 балл)

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

### Вариант 13.

**Задача 1.** Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми:  $\rho = \sqrt{6} \cos \varphi$ ,  $\rho^2 = 9 \cos 2\varphi$ , расположенной внутри каждой из них. (1 балл)

**Задача 2.** Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси  $OY$  фигуры, ограниченной параболой  $y = 2x - x^2$  и осью  $OX$ . (2 балла)

**Задача 3.** Вычислить длину дуги полукубической параболы  $5x^3 = y^2$ , заключенной внутри окружности  $x^2 + y^2 = 6$ . (2 балла)

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_2^{+\infty} \frac{e^{3/x} - 1}{\sqrt{x^2 + 4}} dx$ . (1 балл)

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x}{x\sqrt{x}} dx$ . (1 балл)

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

### Вариант 14.

**Задача 1.** Найти площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = x^2 - 4x + 3$ , касательной к ней в точке  $x = 4$  и осью  $OY$ . (1 балл)

**Задача 2.** Фигура, ограниченная линиями:  $y = \frac{x+1}{x-3}$ ,  $x = 4$ ,  $x = 6$ ,  $y = 1$ , вращается вокруг оси  $OY$ . Вычислить объем тела вращения. (2 балла)

**Задача 3.** Вычислить площадь поверхности, образованной вращением лемнискаты  $\rho^2 = 9 \cos 2\varphi$  вокруг полярной оси. (2 балла)

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_2^{+\infty} \frac{xdx}{\sqrt{x^4 + 1}}$ . (1 балл)

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x(e^x - e^{-x})}}$ . (1 балл)

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

### Вариант 15.

**Задача 1.** Найти площадь одного лепестка кривой  $\rho = 4 \sin^2 \varphi$ . (1 балл)

**Задача 2.** Фигура, ограниченная линиями:  $y = x$  и  $y = x + \sin^2 x$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ), вращается вокруг оси  $OY$ . Вычислить объем тела вращения. (2 балла)

**Задача 3.** Вычислить площадь поверхности, полученную вращением вокруг оси  $OX$  той части астроиды:

$\begin{cases} x = 8 \cos^3 t \\ y = 8 \sin^3 t \end{cases}$ , для которой  $x \leq -1$ . (2 балла)

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x dx}{\sqrt[3]{x^3 + 1}}$ . (1 балл)

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_{0.1}^1 \frac{\sin(1/x)}{\sqrt{1-x}} dx$ . (1 балл)

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

### Вариант 16.

**Задача 1.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = \frac{1}{1+x^2}$ ,  $y = \frac{x^2}{2}$  и осью  $OX$ . **(1 балл)**

**Задача 2.** Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси  $OY$  фигуры, ограниченной линиями:  $y = x^3$  и  $y = \sqrt[3]{x}$ . **(2 балла)**

**Задача 3.** Найти длину всей кривой  $\rho = a(1 - \sin \varphi)$ . **(2 балла)**

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_1^{+\infty} \frac{x^{13}}{(x^5 + x^3 + 1)^3} dx$ . **(1 балл)**

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^3 \frac{x dx}{\sqrt[3]{1+x^2} - 1}$ . **(1 балл)**

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

### Вариант 17.

**Задача 1.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной лемнискатой  $\rho^2 = 2 \cos 2\varphi$ , окружностью  $\rho = 1$ , расположенной вне окружности. **(1 балл)**

**Задача 2.** Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси  $OY$  фигуры, ограниченной линиями:  $y = \ln x$ ,  $y = 2 - \ln x$  и осью  $OX$ . **(2 балла)**

**Задача 3.** Вычислить длину дуги линии  $y = \frac{(3-x)\sqrt{x}}{3}$  между точками, ординаты которых равны нулю. **(2 балла)**

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_1^{+\infty} \frac{\ln \cos(1/x)}{x} dx$ . **(1 балл)**

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_2^3 \frac{\sin 3x dx}{\sqrt[3]{x^5(x-2)}}$ . **(1 балл)**

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

### Вариант 18.

**Задача 1.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной астроидой:  $\begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$  и прямой  $x = \frac{1}{4}$ , содержащей точку  $A(0, 2)$ . **(1 балл)**

**Задача 2.** Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси  $OX$  фигуры, ограниченной линиями:  $y = 0$  и  $y = 1 + \sin x$  (между двумя соседними точками касания этой линии с осью  $OX$ ). **(2 балла)**

**Задача 3.** Вычислить площадь поверхности, образованной вращением меньшей части кривой  $\rho = 2a \sin \varphi$ , отсекаемой лучами  $\varphi_1 = \frac{\pi}{4}$  и  $\varphi_2 = \frac{3\pi}{4}$  вокруг полярной оси. **(2 балла)**

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_1^{+\infty} \frac{(2x+1) \sin(1/2x)}{\sqrt[5]{x^6 + 3x - 2}} dx$ . **(1 балл)**

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_1^2 \frac{dx}{\ln x}$ . **(1 балл)**

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

### Вариант 19.

**Задача 1.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной окружностью  $\rho = \sqrt{3} \sin \varphi$  и кардиоидой  $\rho = 1 - \cos \varphi$ , расположенной вне кардиоиды. (1 балл)

**Задача 2.** Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси  $OY$  фигуры, ограниченной кривой:  $\begin{cases} x = 2 \cos t & \text{для } y \geq \frac{1}{2}, \\ y = \sin t & \end{cases}$ . (2 балла)

**Задача 3.** Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси  $OX$  дуги кривой  $y^2 = 4 + x$ , отсеченной прямой  $x = 2$ . (2 балла)

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[4]{x^4 + 3x + 1} \cdot \ln x}$ . (1 балл)

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{1 - x^4}}$ . (1 балл)

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

### Вариант 20.

**Задача 1.** Найти площадь фигуры, ограниченной астроидой:  $\begin{cases} x = 8 \cos^3 t & \text{для } y \geq \frac{1}{4}, \\ y = 2 \sin^3 t & \end{cases}$ . (1 балл)

**Задача 2.** Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси  $OY$  фигуры, ограниченной линиями:  $x = 4$ ,  $y = \ln x$  и касательной к этой кривой в точке пересечения ее с осью  $OX$ . (2 балла)

**Задача 3.** Вычислить длину дуги полукубической параболы  $y^2 = \frac{2}{3}(x-1)^3$ , заключенной внутри параболы  $y^2 = \frac{x}{3}$ . (2 балла)

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_1^{+\infty} \ln \frac{x^2 + 3}{x^2 + 2} dx$ . (1 балл)

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^2 \frac{\sin^2 x}{(2-x)^2} dx$ . (1 балл)

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

### Вариант 21.

**Задача 1.** Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = \ln(x+4)$ ,  $y = \ln(-x)$ ,  $y = \ln 6$ . (1 балл)

**Задача 2.** Фигура, ограниченная линией:  $y = \arcsin x$  и прямой  $y = \frac{\pi}{2}x$ , вращается вокруг оси  $OY$ . Вычислить объем тела вращения. (2 балла)

**Задача 3.** На циклоиде:  $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t)t \end{cases}$ . Найти точку, которая делит первую арку циклоиды по длине в отношении  $1 : 3$ . (2 балла)

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_4^{+\infty} \frac{2 - 3 \sin x}{x^3 + x} dx$ . (1 балл)

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^2 \frac{\ln(\sqrt[4]{x} + 1)}{e^{\operatorname{tg} x} - 1} dx$ . (1 балл)

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

## Вариант 22.

**Задача 1.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой:  $\rho = 2a \cos 3\varphi$  и лежащую вне круга  $\rho = a$ . (1 балл)

**Задача 2.** Фигура, ограниченная линиями:  $y = \frac{x+6}{x+3}$  и  $y = 2 - x$ , вращается вокруг оси  $OY$ .  
Вычислить объем тела вращения. (2 балла)

**Задача 3.** Фигура, ограниченная параболой  $y^2 = 2px$  и прямой  $x = p/2$  вращается вокруг оси  $OX$ . Найти площадь поверхности вращения. (2 балла)

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_1^{+\infty} \frac{\sin x}{\sqrt[3]{x^2 - 1} + 7x^3} dx$ . (1 балл)

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x} + 4x^3}$ . (1 балл)

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

## Вариант 23.

**Задача 1.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной окружностями  $\rho = a(\cos \varphi + \sin \varphi)$  и  $\rho = a \cos \varphi$ , расположенной внутри каждой из них. (1 балл)

**Задача 2.** Фигура, ограниченная линиями  $y = \arcsin x$ ,  $y = \frac{\pi}{2}x$  вращается вокруг оси  $OX$ .  
Вычислить объем тела вращения. (2 балла)

**Задача 3.** Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси  $OY$  кривой  $x = y^3/3$  для  $-2 \leq y \leq 2$ . (2 балла)

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx$ . (1 балл)

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^2 \frac{\ln(1 + \sqrt[5]{x^3})}{e^{\sin x} - 1} dx$ . (1 балл)

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

## Вариант 24.

**Задача 1.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  $\rho = 2(1 + \cos \varphi)$  и  $\rho = 1$  и расположенной внутри каждой из них. (1 балл)

**Задача 2.** Фигура, ограниченная линиями:  $y = \frac{16}{x^2 + 4x + 8}$  и  $y = 2$ , вращается вокруг оси  $OY$ .  
Вычислить объем тела вращения. (2 балла)

**Задача 3.** Найти площадь поверхности, образованной вращением части кривой  $y^2 = 4 + x$  (при  $x \leq 2$ ) вокруг оси  $OX$ . (2 балла)

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_1^{+\infty} \frac{\sin x}{x^2 + 2\sqrt{x}} dx$ . (1 балл)

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^1 \frac{dx}{\sin^2 x}$ . (1 балл)

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

### Вариант 25.

**Задача 1.** Найти площадь фигуры, ограниченную кривой:  $\rho = a(1 + \sin \varphi)$ . **(1 балл)**

**Задача 2.** Фигура, ограниченная гиперболой  $y = \frac{5-x}{x-1}$  и прямой  $y = 5 - x$ , вращается вокруг оси  $OY$ . Вычислить объем тела вращения. **(2 балла)**

**Задача 3.** Найти длину дуги кривой:  $\begin{cases} x = a(3 \cos t - \cos 3t) \\ y = a(3 \sin t - \sin 3t) \end{cases}$  от  $t = 0$  до  $t = \pi/2$ . **(2 балла)**

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{tg}(1/x)}{1+x\sqrt{x}} dx$ . **(1 балл)**

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_1^3 \frac{(3x+4)}{x^3 \sqrt[3]{\ln x}} dx$ . **(1 балл)**

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

### Вариант 26.

**Задача 1.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной окружностями  $\rho = 6 \cos \varphi$  и  $\rho = 3\sqrt{2}$  и расположенной вне второй из них. **(1 балл)**

**Задача 2.** Фигура, ограниченная линиями:  $y = \frac{x^2}{2} + 2x + 2$  и  $y = 2$ , вращается вокруг оси  $OY$ . Вычислить объем тела вращения. **(2 балла)**

**Задача 3.** Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси  $OX$  той части кривой:  $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$ , для которой  $x \geq \frac{a}{8}$ . **(2 балла)**

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_1^{+\infty} \frac{2 + \cos x}{\sqrt{x}} dx$ . **(1 балл)**

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^1 \frac{\operatorname{tg} x dx}{\sqrt{1-x^2}}$ . **(1 балл)**

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

### Вариант 27.

**Задача 1.** Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линией:  $\begin{cases} x = 8 \cos^3 t \\ y = 2 \sin^3 t \end{cases}$  для  $x \geq 1$ . **(1 балл)**

**Задача 2.** Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры вокруг оси  $OX$ , ограниченной линиями:  $2y = x^2$ ,  $2x + 2y - 3 = 0$ . **(2 балла)**

**Задача 3.** Вычислить длину дуги линии  $x = \frac{1}{3} \cdot (3-y)\sqrt{y}$  между точками, абсциссы которых равны нулю. **(2 балла)**

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_2^{+\infty} \frac{3 + \arcsin(1/x)}{1+x\sqrt{x}} dx$ . **(1 балл)**

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^1 \frac{\cos^2 x}{(1-x)^2} dx$ . **(1 балл)**

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

### Вариант 28.

**Задача 1.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  $\begin{cases} x = 4 \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}$ ,  $y = 1$ , содержащей точку  $A(0, 2)$ . (1 балл)

**Задача 2.** Фигура, ограниченная линиями:  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ ,  $y = \sqrt{3}$ , вращается вокруг оси  $OX$ . Вычислить объем тела вращения. (2 балла)

**Задача 3.** Вычислить площадь поверхности, образованной вращением лемнискаты  $\rho^2 = a^2 \cos 2\varphi$  вокруг полярной оси. (2 балла)

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^6 + 3} \arctg(1 + x^2)}$ . (1 балл)

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^1 \frac{2 + \sin x}{(x - 1)^2} dx$ . (1 балл)

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

### Вариант 29.

**Задача 1.** Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми  $\rho = \sqrt{3} \sin \varphi$ ,  $\rho = 1 + \cos \varphi$  и расположенной внутри каждой из них. (1 балл)

**Задача 2.** Фигура, ограниченная линиями:  $y = e^{-2x} - 1$ ,  $y = e^{-x} + 1$ ,  $x = 0$ , вращается вокруг оси  $OX$ . Найти объем тела вращения. (2 балла)

**Задача 3.** Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси  $OY$  дуги кривой  $x^2 = 4 + y$ , отсекаемой прямой  $y = 2$ . (2 балла)

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_1^{+\infty} \left(1 - \cos \frac{2}{\sqrt[4]{x}}\right) dx$ . (1 балл)

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x - 2)^2(x^2 + 4x + 3)} \cdot \ln(3 - x)}$ . (1 балл)

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.

### Вариант 30.

**Задача 1.** Найти площадь фигуры, ограниченной кривой:  $\rho = a \cos 3\varphi$ . (1 балл)

**Задача 2.** Фигура, ограниченная кривой:  $y = 2 \sin x$  и ветвью тангенсоиды  $y = \operatorname{tg} x$ , проходящей через начало координат, вращается вокруг оси  $OX$ . Вычислить объем тела вращения. (2 балла)

**Задача 3.** Вычислить длину дуги кривой  $y = \frac{\sqrt{x}}{3}(x - 3)$  между точками, ординаты которых равны нулю. (2 балла)

**Задача 4.** Исследовать на сходимость:  $\int_1^{+\infty} \left(1 - \cos \frac{3}{\sqrt[4]{x}}\right) dx$ . (1 балл)

**Задача 5.** Исследовать на сходимость:  $\int_0^1 \frac{(5x + 2)}{\sqrt[3]{(x^2 - 1)(x^3 - 1)}} dx$ . (1 балл)

*Баллы к рейтингу:* min -4, max -7.