

ЗАДАНИЕ на лабораторные работы №6

Тема: Построение и программная реализация алгоритмов численного дифференцирования.

Цель работы. Получение навыков построения алгоритма вычисления производных от сеточных функций .

Задание 1.

Задана табличная (сеточная) функция. Имеется информация, что закономерность, представленная этой таблицей, может быть описана формулой

$$y = \frac{a_0 x}{a_1 + a_2 x},$$

параметры функции неизвестны и определять их не нужно.

x	y	1	2	3	4	5
1	0.571					
2	0.889					
3	1.091					
4	1.231					
5	1.333					
6	1.412					

Вычислить первые разностные производные от функции и занести их в столбцы (1)-(4) таблицы:

- 1 - односторонняя разностная производная ,
- 2 - центральная разностная производная,
- 3- 2-я формула Рунге с использованием односторонней производной,
- 4 - введены выравнивающие переменные.

В столбец 5 занести вторую разностную производную.

Проанализировать полученные результаты.

Задание 2.

Дано обыкновенное дифференциальное уравнение с соответствующими краевыми условиями (поставлена краевая задача)

$$u'' - 2x^2 u' + 4u = 2x + e^{-x},$$

$$0 \leq x \leq 1$$

$$u'(0) = \alpha,$$

$$u'(1) = \beta u(1) + \gamma$$

Заменяя производные соответствующими разностными аналогами, получить разностную схему, которая может быть реализована методом прогонки.

Примерные вопросы при защите лабораторной работы.

1. Найти порядок точности трехчленной формулы для второй разностной производной в крайних узлах из трех узлов, фигурирующих в этой формуле.
2. Пояснить идею сгущающихся сеток для определения погрешности расчетов и повышения порядка точности вычислений.
3. Получить формулу порядка точности $O(h^2)$ для первой разностной производной y'_N в крайнем правом узле x_N .
4. Получить формулу порядка точности $O(h^2)$ для второй разностной производной y''_0 в крайнем левом узле x_0 .
5. Используя 2-ую формулу Рунге, дать вывод выражения для первой производной y'_0 в левом крайнем узле

$$y'_0 = \frac{-3y_0 + 4y_1 - y_2}{2h} + O(h^2).$$

6. Любым способом получить формулу порядка точности $O(h^3)$ для первой разностной производной y'_0 в крайнем левом узле x_0 .
7. Применяя полином Ньютона. получить формулы из п.3 и п.4.

Методика оценки работы.

Модуль 3, срок - 17-я неделя. Работа завершает Лабораторный практикум по курсу.

1. Задание полностью выполнено - 11 баллов (минимум).
2. В дополнение к п.1 даны исчерпывающие ответы на вопросы- до 17 баллов (максимум).