Темы и методические указания для выполнения НИР

по дисциплине "Моделирование"

I. Темы работ

1. Алгоритм и программная реализация модели, построенной на основе линейного ОДУ второго порядка, с использованием метода коллокации и численного метода конечных разностей.
2. Алгоритм и программная реализация модели, построенной на основе нелинейного ОДУ второго порядка, с использованием метода коллокации и численного метода конечных разностей.
3. Алгоритм и программная реализация модели, построенной на основе линейного ОДУ второго порядка, с использованием дискретного метода наименьших квадратов и численного метода конечных разностей.
4. Алгоритм и программная реализация модели, построенной на основе линейного ОДУ второго порядка, с использованием приближенного метода Галеркина и численного метода конечных разностей.
5. Алгоритм и программная реализация модели, построенной на основе линейного ОДУ второго порядка, с использованием метода стрельбы.
6. Алгоритм и программная реализация модели, построенной на основе системы ОДУ первого порядка, с использованием численного метода Адамса.
7. Алгоритм и программная реализация модели, построенной на основе квазилинейного ОДУ второго порядка в плоской геометрии, с применением метода Ньютона.
8. Алгоритм и программная реализация модели, построенной на основе квазилинейного ОДУ второго порядка в плоской геометрии, с применением метода простых итераций.
9. Алгоритм и программная реализация модели, построенной на основе квазилинейного ОДУ второго порядка в цилиндрических координатах, с применением метода простых итераций.
10. Алгоритм и программная реализация модели, построенной на основе квазилинейного дифференциального уравнения параболического типа в одномерной цилиндрической геометрии, с применением явной и неявной разностных схем.
11. Алгоритм и программная реализация модели, построенной на основе квазилинейного дифференциального уравнения эллиптического типа, с использованием продольно-поперечной схемы.
12. Алгоритм и программная реализация модели, построенной на основе квазилинейного дифференциального уравнения эллиптического типа, с использованием локально-одномерной схемы.
13. Алгоритм и программная реализация модели, построенной на основе квазилинейного дифференциального уравнения параболического типа в двумерной плоской геометрии, с использованием продольно-поперечной схемы.
14. Алгоритм и программная реализация модели, построенной на основе квазилинейного дифференциального уравнения параболического типа в двумерной плоской геометрии, с использованием локально-одномерной схемы.

II. Задания на НИР

Таблица 1

Номер темы	Математическая модель	Комментарии
1	$u''+u'-\frac{u}{x}=8x^2-8x+1.5,\ u(0)=0,\ u'(1)=1,$ $0\le x\le 1$	Точки коллокации: 0.25; 0.50 и 0.75. На правой границе задана производная.
2	$u''=2x+u^2,\ \ u(0)=0,\ u(1)=0,$ $0\le x\le 1$	Точки коллокации: 0.25 и 0.75.
3	$u''-2x\,u'+2u=x,\quad u(0)=0,\ u'(1)=1,$ $0\le x\le 1$	На правой границе задана производная.
4	$u''-u'\cos x+u\sin x=\cos x,\ u(-\pi)=2,\ u(\pi)=2,$ $-\pi\ \le x\le \pi$	
5	$u''+2\,u'-\frac{4u}{x}=1,\quad u'(0.5)=1.5,\ u(1)+u'(1)=4,$ $0.5\le x\le 1$	На левой границе задана производная, на правой - связь функции и производной.
6	$\begin{cases} u'=z-\cos x \\ z'=u+\sin x \end{cases},$ $u(0)=0,\ z(0)=0$	Решается задача Коши
7	$\frac{d}{dx}\left(k(T)\frac{dT}{dx}\right)-\frac{2}{R}\alpha(x)T+\frac{2T_0}{R}\alpha(x)=0$	Краевые условия и $\alpha(x)$ взять как в лаб. работе №3. Зависимость $k(T)$ взять как в лаб. работе №5
8	$\frac{d}{dx}\left(k(T)\frac{dT}{dx}\right)-\frac{2}{R}\alpha(x)T+\frac{2T_0}{R}\alpha(x)=0$	Краевые условия и $\alpha(x)$ взять как в лаб. работе №3. Зависимость $k(T)$ взять как в лаб. работе №5
9	$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\,k(T)\frac{dT}{dr}\right)+f_0\exp(-\gamma r^2)=0,$ $r=0,\frac{dT}{dr}=0,$ $r=R,-k(R)\frac{dT}{dr}=\alpha(T-T_0)$	Искомая функция - $T(r)$, r - текущий радиус. Можно принять R =0.5 см. Зависимость $k(T)$ взять как в лаб. работе №5 Коэффициент γ варьируется.
10	$c(T)\frac{\partial T}{\partial r}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\,k(T)\frac{\partial T}{\partial r}\right)+f_0\exp(-\gamma r^2),$ $t=0,\ T(r,0)=T_0,$ $r=0,\frac{\partial T}{\partial r}=0,$ $r=R,-k(R)\frac{\partial T}{\partial r}=\alpha(T-T_0)$	Искомая функция - $T(r,t)$, $r,\ t$ - текущий радиус, время. Можно принять R =0.5 см. Зависимости $k(T),\ c(T)$ взять как в лаб. работе №5 Коэффициент γ варьируется.

11	$\frac{\partial}{\partial x}\left(k(u)\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k(u)\frac{\partial u}{\partial z}\right)+f(x,z)=0,$	Краевые условия и указания к работе см. в Приложении 1.
12	$\frac{\partial}{\partial x}\left(k(u)\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k(u)\frac{\partial u}{\partial z}\right)+f(x,z)=0,$	Краевые условия и указания к работе см. в Приложении 1.
13	$c(u)\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(k(u)\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k(u)\frac{\partial u}{\partial z}\right)+f(x,z),$	Начальные и краевые условия, а также указания к работе см. в Приложении 2.
14	$c(u)\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(k(u)\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k(u)\frac{\partial u}{\partial z}\right)+f(x,z),$	Начальные и краевые условия, а также указания к работе см. в Приложении 2.

III. Требования к содержанию и оформлению НИР

Техническое задание на НИР формируется на основе таблицы 1 в соответствии с темой исследования.

На защиту представляется отлаженная программа и пояснительная записка, в которой приводятся результаты, полученные автором работы (формулы, описания разработанных алгоритмов, программный код, системы тестов, диаграммы, графики, таблицы). Многостраничные переписанные из учебников тексты не приветствуются, т.к. жанр представляемой работы - отчет о НИР. На защите автор демонстрирует работу программы на заранее сформированных массивах данных, в которые могут вноситься изменения по желанию пользователя

Программа должна быть тщательно проверена на системе тестов, разработанных автором НИР.

В ходе защиты автор должен быть готов внести небольшие изменения в программу, позволяющие рассматривать новые варианты решаемой задачи и демонстрирующие самостоятельность автора при разработке программы и свободное владение представляемым к защите материалом.

Объем записки не регламентируется, можно 8 - 12 стр.

ЛИТЕРАТУРА

1. Градов В.М., Овечкин Г.В. и др. Компьютерное моделирование: Учебник. –М.: КУРС: ИНФРА-М, 2019. – 264 с.

2. Градов В.М. Компьютерные технологии в практике математического моделирования: Учебное пособие. – Ч.1. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. – 108 с.

3. Градов В.М. Компьютерные технологии в практике математического моделирования: Учебное пособие. – Ч.2. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 48 с.

4. Калиткин Н.Н. Численные методы: Учеб. пособие. — 2-е изд., исправленное. — СПб.: БХВ - Петербург, 2011. — 592 с.

5. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы: Учеб. пособие. – М.: Наука, 1989.- 432 с.

6. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения: Учеб. пособие. 5-е изд. –СПб.: Изд-во «Лань», 2021-400с.

7. Галанин М.П., Савенков Е.Б. Методы численного анализа математических моделей. 2-е изд., испр.– М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018. – 591 с.

8. Жидков Е.Н. Вычислительная математика: учебник. 2-е изд., перераб. – М:Издат. центр «Академия», 2013.-208 с.

9. Рябенький В.С. Введение в вычислительную математику. – М.: Наука, 1994.- 336 с.

10. Пирумов У.Г. Численные методы. 2-е изд., перераб – М.: Дрофа, 2003. – 224 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

В результате решения уравнения следует определить функцию $u(x,z)$.

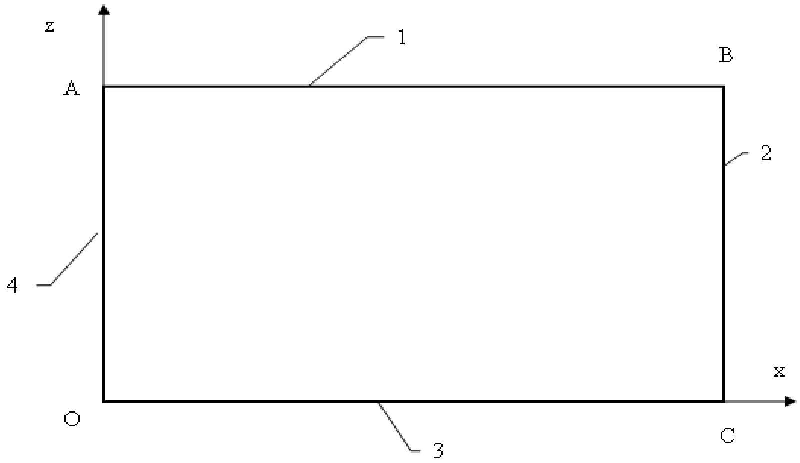

Рис. 1. Область интегрирования уравнения

Область интегрирования уравнения изображена на рис.1 и представляет собой прямоугольник OABC .

На границах 1-4 области задаются **краевые условия**. Все размеры известны, т.е. заданы координаты точек A,B,C (см. рисунок).

Указанные краевые условия на границах 1-4 можно ставить в разных комбинациях. Пусть у изображенного прямоугольника размеры OC=a, OA=b. Предлагается следующий вариант постановки **краевых условий:**

$$\begin{cases} x=0,\ \textit{граница}\ 4,\ -k(u(0,z))\dfrac{\partial u}{\partial x}=F_0, \\ x=a,\ \textit{граница}\ 2,\ -k(u(a,z))\dfrac{\partial u}{\partial x}=\alpha_2\,(u(a,z)-u_0), \\ z=0,\ \textit{граница}\ 3,\ \quad k(u(x,0))\dfrac{\partial u}{\partial z}=\alpha_3\,(u(x,0)-u_0), \\ z=b,\ \textit{граница}\ 1,\ -k(u(x,b))\dfrac{\partial u}{\partial z}=\alpha_4\,(u(x,b)-u_0) \end{cases}$$

***Указания*.**

Параметры α_i варьируются в диапазоне 0.05-1.0 Вт/см^2 К, (i=1,2,3,4).

Для отладки программы геометрические размеры прямоугольника можно принять $a=b=$ 10 см.

Можно взять значение $u_0 = 300$К, значение потока при $x = 0$ F_0=30 Вт/см^2 .

В качестве примера функции источников можно взять распределение вида $f(x,z) = f_0\, e^{-\beta[(x-x_0)^2+(z-z_0)^2]}$, параметры f_0, β варьируются исходя из условия, чтобы максимум решения уравнения - функции $u(x,z)$ не превышал 3000К. Коэффициент β - положительный, координаты x_0, z_0 центра распределения функции $f(x,z)$ задаются пользователем.

Коэффициенты уравнения $k(u)$ взять из лабораторной работы №5 (в обозначениях лаб. работы №5 - $k(T)$).

Приложение 2

В результате решения уравнения следует определить функцию $u(x,z,t)$.

Начальные условия:

$$t = 0,\ u(x,z,0) = u_0.$$

Краевые условия:

$$\begin{cases} x = 0, & u(0,z,t) = u_0, \\ x = a, & u(a,z,t) = u_0, \\ z = 0, & u(x,0,t) = u_0, \\ z = b, & u(x,b,t) = u_0. \end{cases}$$

Указания.

Коэффициенты уравнения $k(u), c(u)$ взять из лабораторной работы №5 (в обозначениях лаб. работы №5 - $k(T), c(T)$).

Остальные параметры и указания к работе см. Приложение1.