2 .逻辑代数与硬件描述语言基础

逻辑关系、逻辑表达

1． 基本逻辑运算

与逻辑： $L = A \bullet B$

或逻辑： $L = A + B$

非逻辑： $L = \overline{A}$

真值表

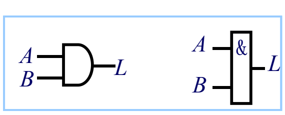
A	B	L
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

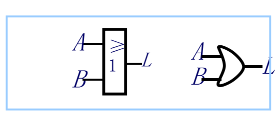
真值表

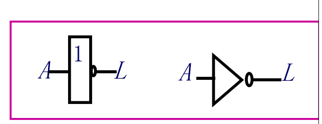
A	B	L
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

真值表

A	L
0	1
1	0







与非逻辑： $L = \overline{A \bullet B}$

或非逻辑： $L = \overline{A + B}$

异或逻辑： $L = A \oplus B = A\overline{B} + \overline{A}B$

同或逻辑: $L = A \odot B = AB + \overline{A}\,\overline{B}$

2

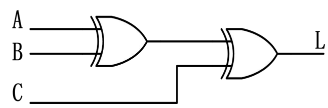
2. 表达式、真值表、逻辑图、波形图

逻辑表达式：$L = A \oplus B \oplus C \quad = \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + ABC$

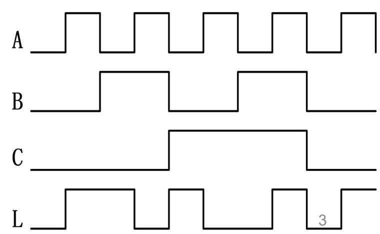
真值表：

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

逻辑图：



波形图：



2 .逻辑代数与硬件描述语言基础

教学基本要求

1、熟悉逻辑代数常用基本定律、恒等式和规则。

2、掌握逻辑代数的变换和卡诺图化简法;

2.1　逻辑代数

2.1 逻辑代数

逻辑代数又称布尔代数。它是分析和设计现代数字逻辑电路不可缺少的数学工具。逻辑代数有一系列的定律、定理和规则，用于对数学表达式进行处理，以完成对逻辑电路的化简、变换、分析和设计。

逻辑关系指的是事件产生的条件和结果之间的因果关系。在数字电路中往往是将<u>**事情的条件作为**</u>**输入信号**，而<u>**结果**</u>用**输出信号**表示。<u>条件</u>和<u>结果</u>的<u>两种对立状态</u>分别用逻辑“1” 和“0” 表示。

2.1.1 逻辑代数的基本定律和恒等式

1、基本公式

0-1律： $A+0=A$　　$A\cdot 0=0$

$A+1=1$　　$A\cdot 1=A$

$A+A=A$　　$A\cdot A=A$

$\overline{\overline{A}}=A$

互补律： $A+\overline{A}=1$　　$A\cdot\overline{A}=0$

交换律： $A+B=B+A$　　$A\cdot B=B\cdot A$

结合律： $A+B+C=(A+B)+C$　　$A\cdot B\cdot C=(A\cdot B)\cdot C$

分配律： $A(B+C)=AB+AC$　　$A+BC=(A+B)(A+C)$

重叠律： $A+A=A$ $A\cdot A=A$

反演律： $\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$ $\overline{AB}=\overline{A}+\overline{B}$

吸收律 $A+A\cdot B=A$ $A\cdot(A+B)=A$

$A+\overline{A}\cdot B=A+B$ $(A+B)\cdot(A+C)=A+BC$

其它常用恒等式

$AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$

$AB+\overline{A}C+BCD=AB+\overline{A}C$

重叠律： $A+A=A$ $A\cdot A=A$

反演律： $\overline{A+B}=\boxed{\quad}$ $\boxed{\quad}=\overline{A}+\overline{B}$

吸收律 $A+A\cdot B=\boxed{\quad}$ $A\cdot(A+B)=\boxed{\quad}$

$A+\overline{A}\cdot B=\boxed{\quad}$ $(A+B)\cdot(A+C)=A+BC$

其它常用恒等式

$AB+\overline{A}C+BC=\boxed{\quad}$

$AB+\overline{A}C+BCD=\boxed{\quad}$

1. 以下式子中不正确的是（ ）

A. $\overline{A+B}=\overline{A}+\overline{B}$　　B. $A+A=A$　　C。 $1\bullet A=A$　　D. $1+A=1$

2、基本公式的证明（真值表证明法）

例　证明 $\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$ ， $\overline{AB}=\overline{A}+\overline{B}$

列出等式、右边的函数值的真值表

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A+B}$	$\overline{A}\cdot\overline{B}$	$\overline{AB}$	$\overline{A}+\overline{B}$
0	0	1	1	$\overline{0+0}=1$	1	$\overline{0\cdot 0}=1$	1
0	1	1	0	$\overline{0+1}=0$	0	$\overline{0\cdot 1}=1$	1
1	0	0	1	$\overline{1+0}=0$	0	$\overline{1\cdot 0}=1$	1
1	1	0	0	$\overline{1+1}=0$	0	$\overline{1\cdot 1}=0$	0

2.1.2 逻辑代数的基本规则

1、代入规则：在包含变量A逻辑等式中，如果用另一个函数式代入式中所有A的位置，则等式仍然成立。这一规则称为代入规则。

例：$B(A+C) = BA+BC$，

用$A+D$代替A，得

左边$=B[(A+D)+C] = BA+BD+BC$

右边$=B(A+D)+BC = BA+BD+BC$

代入规则可以扩展所有基本公式或定律的应用范围

2. 反演规则：

对于任意一个逻辑表达式L，若将其中所有的**与（•）换成或（+）**，**或（+）换成与（•）**；**原变量**换为**反变量**，**反变量**换为**原变量**；将**1换成0**，**0换成1**；则得到的结果就是原函数的反函数。

反变量以外的“非”号应保留不变

例2.1.1 试求 $L = \overline{\overline{A}\,\overline{B} + CD + 0}$ 的返函数

解：按照反演规则，得

运算优先级不变

$$\overline{L} = \overline{(A+B)\cdot(\overline{C}+\overline{D})}\cdot 1 = \overline{(A+B)(\overline{C}+\overline{D})}$$

3. 对偶规则：

对于任何逻辑函数式，若将其中的与（• ）换成或（+），或（+）换成与（•）；并将1换成0，0换成1；那么，所得的新的函数式就是L的对偶式，记作 L' 。

例: 逻辑函数 $L=(A+\overline{B})(A+C)$ 的对偶式为

$$L'=A\overline{B}+AC$$

当某个逻辑恒等式成立时，则该恒等式两侧的对偶式也相等。这就是对偶规则。利用对偶规则，可从已知公式中得到更多的运算公式，例如，吸收律 $A+\overline{A}\cdot B=A+B$

$$A\cdot(\overline{A}+B)=A\cdot B$$

2.1.3 逻辑函数的代数法化简

1、逻辑函数的最简与-或表达式

在若干个逻辑关系相同的与-或表达式中，将其中包含的“与项”数目最少，且每个“与项”中变量数最少的表达式称为最简与-或表达式。

$$L=\boxed{AC+\overline{C}D}$$ “与-或” 表达式

$$=\overline{\overline{AC}\cdot\overline{\overline{C}D}}$$ “与非-与非”表达式

$$=\boxed{(A+\overline{C})(C+D)}$$ “或-与”表达式

$$=\overline{\overline{(A+\overline{C})}+\overline{(C+D)}}$$ “或非－或非” 表达式

$$=\overline{\overline{A}C+\overline{C}\,\overline{D}}$$ “与-或-非”表达式

“与-或” 表达式 $L=\boxed{AC+\bar{C}D}$

取两次非

“与非-与非” 表达式 $L=\overline{\overline{AC+\bar{C}D}} = \overline{\overline{AC}\cdot\overline{\bar{C}D}}$

“或-与” 表达式 $\boxed{L=(A+\bar{C})(C+D)}$

取两次非

“或非—或非” 表达式 $L=\overline{\overline{(A+\bar{C})(C+D)}} = \overline{\overline{(A+\bar{C})}+\overline{(C+D)}}$

“与-或-非” 表达式 $=\overline{\bar{A}C+\bar{C}\bar{D}}$

6。 函数 $Y=\overline{\bar{A}BC}+\overline{A\bar{B}}$ 的最简与或式（ ）

$(A)AB+\bar{A}\bar{B}+\bar{A}\bar{C}+B\bar{C}$ $(B)AB+\bar{A}\bar{B}+\bar{A}\bar{C}+BC$

$(C)0$ $(D)1$

7。 逻辑函数 $Y=A\overline{BC}+\overline{(\overline{A\bar{B}}+\bar{A}\bar{B}+BC)}$，最少需要几个与非门可以实现此逻辑（ ）

（A） 2 （B） 3 （C） 4 （D） 5

2、逻辑函数的化简方法

化简的主要方法：

1．公式法（代数法）

2．图解法（卡诺图法）

代数化简法：

运用逻辑代数的基本定律和恒等式进行化简的方法。

并项法： $A+\overline{A}=1$

$$L=\overline{A}\,\overline{B}C+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}=\overline{A}\,\overline{B}\,(C+\overline{C})=\overline{A}\,\overline{B}$$

吸收法： $A+AB=A$ A(1+B)=A

$$L=\overline{A}B+\overline{A}BCD(E+F)=\overline{A}B$$

消去法： $A+\overline{A}B=A+B$

$$L=AB+\overline{A}C+\overline{B}C=AB+(\overline{A}+\overline{B})C \quad \overline{A}+\overline{B}=\overline{AB}$$

$$=AB+\overline{AB}C=AB+C \quad A+\overline{A}B=A+B$$

配项法： $A+\overline{A}=1$

$$L=AB+\overline{A}\,\overline{C}+B\overline{C}=AB+\overline{A}\,\overline{C}+(A+\overline{A})B\overline{C}$$

$$=AB+\overline{A}\,\overline{C}+AB\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}$$

$$=(AB+AB\overline{C})+(\overline{A}\,\overline{C}+\overline{A}\,\overline{C}B)$$

$$=AB+\overline{A}\,\overline{C}$$

例2.1.8　已知逻辑函数表达式为

$$L = AB\bar{D} + \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{D} + ABD + \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C}D + \bar{A}\,\bar{B}CD$$

要求：（1）最简的**与-或**逻辑函数表达式，并画出相应的逻辑图；（2）仅用**与非门**画出最简表达式的逻辑图。

解：

$$L = AB(\bar{D} + D) + \bar{A}\bar{B}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}D(\bar{C} + C)$$

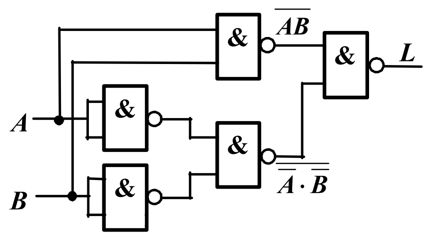
$$= AB + \bar{A}\bar{B}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}D$$

$$= AB + \bar{A}\bar{B}(D + \bar{D})$$

$$= AB + \bar{A}\bar{B}$$

$$= \overline{\overline{AB + \bar{A}\bar{B}}}$$

$$= \overline{\overline{AB} \cdot \overline{\bar{A}\bar{B}}}$$



例2.1.9 试对逻辑函数表达式　$L = \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C}$

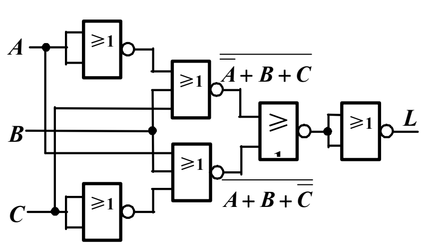
进行变换，仅用**或非门**画出该表达式的逻辑图。

解：

$$L = \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} = \overline{\overline{\bar{A}\bar{B}C}} + \overline{\overline{A\bar{B}\bar{C}}}$$

$$= \overline{A + B + \bar{C}} + \overline{\bar{A} + B + C}$$

$$= \overline{\overline{\overline{A + B + \bar{C}} + \overline{\bar{A} + B + C}}}$$



6。 函数$Y=\overline{\overline{A}BC}+\overline{AB}$的最简与或式（ ）

$(A)AB+\overline{A}\overline{B}+\overline{A}\overline{C}+B\overline{C}$ $(B)AB+\overline{A}\overline{B}+\overline{A}\overline{C}+BC$

$(C)0$ $(D)1$

7。 逻辑函数$Y=A\overline{BC}+\overline{(\overline{A}\overline{B}+\overline{A}B+BC)}$，最少需要几个与非门可以实现此逻辑（ ）

（A） 2 （B） 3 （C） 4 （D） 5

1、 已知某电路的真值表如下，该电路的逻辑表达式为（ ）。

A. $Y=C$ B. $Y=ABC$ C. $Y=AB+C$ D. $Y=B\overline{C}+C$

A	B	C	Y	A	B	C	Y
0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1

练习题：

1、试用代数化简法将逻辑函数 L 化简成最简与或表达式。

$$L = AC + \overline{B}C + B\overline{D} + A(B+\overline{C}) + \overline{A}C\overline{D} + A\overline{B}DE$$

2、试用代数化简法将逻辑函数 L 化简成最简与或表达式，及与非-与非表达式。

哪些取值使得L=1？

$$L = \overline{A\overline{B} + BC + \overline{A}\,\overline{B}} + A\overline{B}\,\overline{C}$$

练习题：

1、求逻辑函数 L 的最简 **与-或式** 和 **或-与式**

$$L = \overline{(AB+\overline{A}C)C} + \overline{C}D$$

2、求逻辑函数 L 的最简 **或-与式** 和 **或非-或非式**

$$L(A,B,C,D) = A\overline{B} + \overline{B}\,\overline{C} + \overline{D}$$

第二章

- 第一部分（参考练习）
- 2.1（1（2）、3（2、3））
- 2.2（3（1、3、4）、6（2）、7（2））
- 2.3（1（2、3、4、6）、5）
- 2.4（3（1、3、5、6、7））

- 第二部分（作业）
- 习题集

6。 函数$Y=\overline{\overline{A}BC}+\overline{A\overline{B}}$的最简与或式（　　） D

$(A)AB+\overline{A}\overline{B}+\overline{A}\overline{C}+B\overline{C}$ 　　 $(B)AB+\overline{A}\overline{B}+\overline{A}\overline{C}+BC$

$(C)0$ 　　 $(D)1$

7。 逻辑函数$Y=A\overline{BC}+\overline{(\overline{A}\overline{B}+\overline{A}B+BC)}$，最少需要几个与非门可以实现此逻辑（　　）

（A） 2　（B） 3　（C） 4　（D） 5

B

练习题：

1、试用代数化简法将逻辑函数 L 化简成最简与或表达式。

$$L = AC + \overline{B}C + B\overline{D} + A(B + \overline{C}) + \overline{A}C\overline{D} + A\overline{B}DE$$

2、试用代数化简法将逻辑函数 L 化简成最简与或表达式，及与非-与非表达式。

哪些取值使得L=1？

$$L = \overline{A\,\overline{B} + BC + \overline{A}\,\overline{B}} + A\,\overline{B}\,\overline{C}$$

1 $A + \overline{B}C + B\overline{D}$

2 110 100 010

练习题：

1、求逻辑函数 L 的最简 **与-或式** 和 **或-与式**

$$L = \overline{(AB + \overline{A}\,C)C} + \overline{C}\,D$$

2、求逻辑函数 L 的最简 **或-与式** 和 **或非-或非式**

$$L(A,B,C,D) = A\,\overline{B} + \overline{B}\,\overline{C} + \overline{D}$$

1 $A\overline{B} + \overline{C}$ $(A + \overline{C})(\overline{B} + \overline{C})$

2提示：用卡诺图

$(\overline{B} + \overline{D})(A + \overline{C} + \overline{D})$

$\overline{\overline{(\overline{B} + \overline{D})} + \overline{(A + \overline{C} + \overline{D})}}$