1、求序列 $x(n)=a^n[u(n)-u(n-N)]$ 的傅立叶变换。

1.解: $X(e^{jw})=\sum_{n=-\infty}^{\infty}a^n[u(n)-u(n-N)]e^{-jwn}$

$=\sum_{n=0}^{N-1}a^n e^{-jwn}=\frac{1-(ae^{-jw})^N}{1-ae^{-jw}}$

89

2、已知理想低通滤波器的频率响应函数为: $H(e^{j\omega})=\begin{cases}e^{-j\omega n_0} & 0\le|\omega|\le\omega_c\\ 0 & \omega_c<|\omega|\le\pi\end{cases}$, n_0 为整数，求所对应的单位脉冲响应 $h(n)$。

2.解: $h(n)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}H(e^{jw})e^{jwn}dw$

$=\frac{1}{2\pi}\int_{-w_c}^{w_c}e^{jw(n-n_0)}dw$

$=\frac{1}{2\pi}\int_{-w_c}^{w_c}[\cos w(n-n_0)+i\sin w(n-n_0)]dw$

$=\frac{1}{\pi}\int_{0}^{w_c}\cos w(n-n_0)dw=\frac{\sin w_c(n-n_0)}{\pi(n-n_0)}$

3、已知理想高通滤波器的频率响应函数为: $H(e^{j\omega})=\begin{cases}0 & 0\le|\omega|\le\omega_c\\ 1 & \omega_c<|\omega|\le\pi\end{cases}$，求所对应的单位脉冲响应 $h(n)$。

3.解: $h(n)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{-w_c}e^{jwn}dw+\frac{1}{2\pi}\int_{w_c}^{\pi}e^{jwn}dw$

$=\frac{1}{2\pi jn}[e^{-jw_cn}-e^{-j\pi n}+e^{j\pi n}-e^{jw_cn}]dw$ $=\frac{\sin\pi n}{\pi n}-\frac{\sin w_c n}{\pi n}$

$=-\frac{\sin w_cn}{\pi n}$

$\delta(n)$

扫描全能王 创建

4、已知周期信号的周期为5,主值区间的函数值$=\delta(n)+\delta(n-1)$,求该周期信号的离散傅里叶级数和傅里叶变换.

4.解: $\tilde{X}(k)=\sum_{n=0}^{4}\tilde{x}(n)e^{-j\frac{2\pi}{5}nk}=\sum_{n=0}^{1}e^{-j\frac{2\pi}{5}nk}=\frac{1-e^{-j\frac{4\pi}{5}k}}{1-e^{-j\frac{2\pi}{5}k}}=2e^{-j\frac{\pi}{5}k}\cos\frac{\pi}{5}k$

$\tilde{x}(n)=\frac{2}{5}\sum_{k=0}^{4}e^{j\frac{\pi}{5}k(2n-1)}\cos\frac{\pi}{5}k$

$X(e^{jw})=\frac{4\pi}{5}\sum_{k=-\infty}^{\infty}e^{-j\frac{\pi}{5}k}\cos\frac{\pi}{5}k\,\delta(w-\frac{2\pi}{5}k)$

5、已知信号$x(n)$的傅立叶变换为$X(e^{j\omega})$，求下列信号的傅立叶变换。

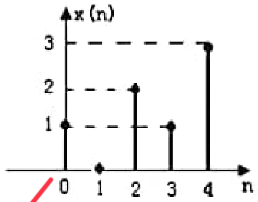
（1）$x(n-3)$ （2）$x^*(-n)$

5.解: (1) $FT[x(n-3)]=e^{-jw3}X(e^{jw})$

(2) $FT[x^*(-n)]=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x^*(-n)e^{-jwn}=\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(-n)e^{-j(-w)(-n)}\right]^*$

$=X^*(e^{jw})$

6、已知实因果信号 $x(n)$ 如图所示，求 $x_e(n)$ 和 $x_o(n)$。



6. 解: $x(n)=\{\underset{n=0}{\underline{1}}, 0, 2, 1, 3\}$

$x(-n)=\{3, 1, 2, 0, \underset{n=0}{\underline{1}}\}$

$x_e(n)=\frac{1}{2}[x(n)+x(-n)]$

$x_o(n)=\frac{1}{2}[x(n)-x(-n)]$

$\therefore x_e(n)=\{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 1, 0, \underset{n=0}{\underline{1}}\ 0, 1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\}$

$x_o(n)=\{-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, -1, 0, \underset{n=0}{\underline{0}}, 0, 1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\}$

7、已知实因果信号 $x(n)$ 的偶分量为{-2,-3,3,4,$\underline{1}$,4,3,-3,-2},求信号 $x(n)$。

7. 解: $x_e(n)=\{-2, -3, 3, 4, \underline{1}, 4, 3, -3, -2\}$

$x_e(n)=\frac{1}{2}[x(n)+x(-n)]$

$\because$ $n<0$ 时, $x(n)=0$

$\therefore x(n)=\{1, 8\ 6, -6, -4\}$

8、已知信号 $x_a(t)=\cos(2\pi 100t), f_s=300Hz$,对信号采样,得到时域采样信号 $\hat{x}_a(t)$ 和时域离散信号 x(n),求:

(1)写出信号 $x_a(t)$ 的傅里叶变换.

(2)写出时域采样信号 $\hat{x}_a(t)$ 和时域离散信号 x(n)的表达式.

(3)求时域采样信号 $\hat{x}_a(t)$ 和时域离散信号 x(n)的傅里叶变换.

8. (1)解: $\mathcal{F}[x_a(t)]=\int_{-\infty}^{\infty}\cos(2\pi 100t)e^{-j\omega t}dt$

$$=\pi[\delta(\omega+200\pi)+\delta(\omega-200\pi)]$$

Ω Ω

(2)解: $\hat{x}_a(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\cos(2\pi 100nT)\delta(t-nT)$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\cos\left(\frac{2}{3}\pi n\right)\delta\left(t-\frac{n}{300}\right)$$

$\therefore x(n)=\cos\left(\frac{2}{3}\pi n\right)$

$$=300\pi\sum_{k=-\infty}^{\infty}\left[\delta(\Omega+200\pi-k600\pi)+\delta(\Omega-200\pi-k600\pi)\right]$$

(3)解: $\mathcal{F}[\hat{x}_a(t)]=\frac{1}{2\pi}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\pi[\delta(\omega+200\pi)+\delta(\omega-200\pi)]*e^{-j\frac{n}{300}\omega}$

$$=\frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[e^{-j\frac{n}{300}(\omega+200\pi)}+e^{-j\frac{n}{300}(\omega-200\pi)}\right]$$

5'

$$X(e^{j\omega})=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\cos\left(\frac{2}{3}\pi n\right)e^{-j\omega n}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{1}{2}\left[e^{j\frac{2\pi}{3}n}+e^{-j\frac{2\pi}{3}n}\right]e^{-j\omega n}$$

$$=\frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[e^{j(\frac{2\pi}{3}-\omega)n}+e^{-j(\frac{2\pi}{3}+\omega)n}\right]$$

$$=\pi\sum_{l=-\infty}^{\infty}\delta\left(\omega-\frac{2\pi}{3}-2\pi l\right)+\delta\left(\omega+\frac{2\pi}{3}-2\pi l\right)$$ l为整数

9、已知稳定离散时间系统的差分方程为：$y(n)-10/3y(n-1)+y(n-2)=x(n)$，

求(1)系统函数和单位脉冲响应，

(2)若 $x(n)=u(n)$，求系统的零状态响应。

(3)写出频率响应函数 $H(e^{j\omega})$。

(4)若输入为 $x(n)=e^{j\omega_0 n}$，求输出 $y(n)$。

9. (1) 解：$Y(z)-\frac{10}{3}z^{-1}Y(z)+z^{-2}Y(z)=X(z)$

$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{1}{1-\frac{10}{3}z^{-1}+z^{-2}}=\frac{z^2}{z^2-\frac{10}{3}z+1}$

ROC: $\frac{1}{3}<|z|<3$

$\frac{H(z)}{z}=\frac{z}{(z-3)(z-\frac{1}{3})}=-\frac{1}{8}\frac{1}{z-\frac{1}{3}}+\frac{9}{8}\frac{1}{z-3}$

$\therefore H(z)=-\frac{1}{8}\cdot\frac{z}{z-\frac{1}{3}}+\frac{9}{8}\frac{z}{z-3}$

-2

即 $h(n)=[-\frac{1}{8}(\frac{1}{3})^n+\frac{9}{8}(3)^n]\cdot u(n)$ $=-\frac{1}{8}(\frac{1}{3})^n-\frac{9}{8}3^n u(-n-1)$

(2) $Y_{zs}(z)=X(z)\cdot H(z)=\frac{z}{z-1}\cdot\frac{z^2}{(z-3)(z-\frac{1}{3})}$

$\frac{Y_{zs}(z)}{z}=\frac{z^2}{(z-1)(z-3)(z-\frac{1}{3})}=\frac{z^2}{z-\frac{1}{3}}\frac{1}{2}(\frac{1}{z-3}-\frac{1}{z-1})$

$=\frac{1}{2}\left[\frac{z^2}{(z-\frac{1}{3})(z-3)}-\frac{z^2}{(z-\frac{1}{3})(z-1)}\right]$

$=\frac{1}{2}\left[-\frac{1}{8}\frac{z}{z-\frac{1}{3}}+\frac{9}{8}\frac{z}{z-3}+\frac{1}{2}\frac{z}{z-\frac{1}{3}}-\frac{3}{2}\frac{z}{z-1}\right]$

$=\frac{1}{2}\left[\frac{3}{8}\left(1+\frac{\frac{1}{3}}{z-\frac{1}{3}}\right)+\frac{9}{8}\left(1+\frac{3}{z-3}\right)-\frac{3}{2}\left(1+\frac{1}{z-1}\right)\right]$

$=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{z-\frac{1}{3}}+\frac{27}{8}\cdot\frac{1}{z-3}-\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{z-1}\right]$

$\therefore y_{zs}(n)=[\frac{1}{16}(\frac{1}{3})^n+\frac{27}{16}(3)^n-\frac{3}{4}]\cdot u(n)$ $-\frac{27}{16}3^n u(-n-1)$ -2

(3) $H(z)=\frac{z^2}{z^2-\frac{10}{3}z+1}$ $H(e^{jw})=\frac{e^{jw2}}{e^{jw2}-\frac{10}{3}e^{jw}+1}=-\frac{3}{8}\cdot\frac{1}{3-e^{jw}}+\frac{9}{8}\cdot\frac{1}{1-3e^{-jw}}$

(4) $y(n)=e^{jw_0 n}H(e^{jw_0})=-\frac{3}{8}\cdot\frac{e^{jw_0 n}}{3-e^{jw}}+\frac{9}{8}\cdot\frac{e^{jw_0 n}}{1-3e^{-jw}}$

10、一个离散时间系统有一对共轭极点：$p_1=0.8e^{j\pi/4}, p_2=0.8e^{-j\pi/4}$，且在 z=1 处有一阶零点。H(0)=1。

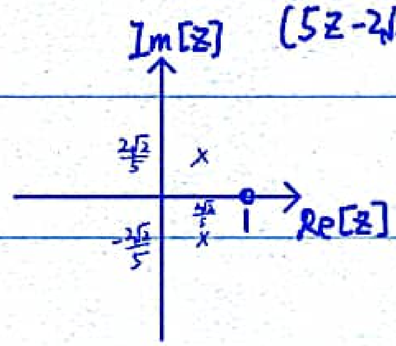
（1） 写出该系统的系统函数 H(z)，并画出零极点图。

（2） 试用零极点分析的方法大致画出其幅频响应（0~2π）。

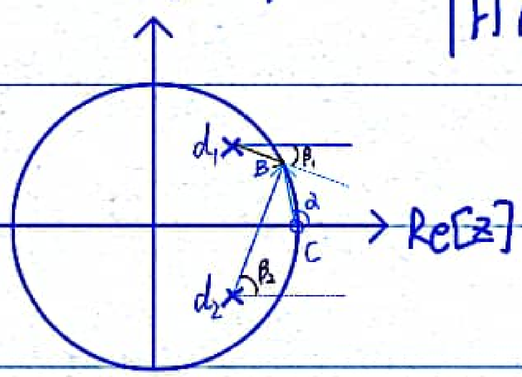
（3） 若输入信号 $x(n)=e^{j\frac{\pi}{2}n}$，求该系统的输出 y(n)。

10. (1)解：$H(z)=-\frac{16}{25}\frac{z-1}{(z-\frac{4}{5}e^{j\frac{\pi}{4}})(z-\frac{4}{5}e^{-j\frac{\pi}{4}})}$

$=\frac{16(1-z)^2}{(5z-2\sqrt{2})^2+8}$

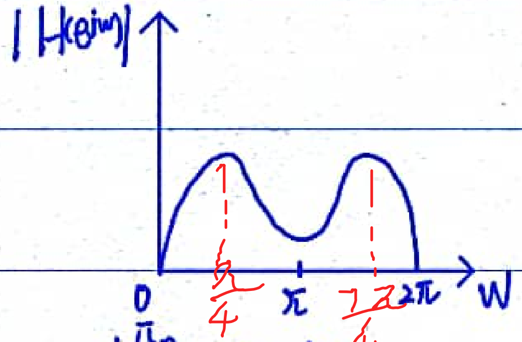


(2) $H(e^{jw})=-\frac{16}{25}\cdot\frac{e^{jw}-1}{(e^{jw}-\frac{4}{5}e^{j\frac{\pi}{4}})(e^{jw}-\frac{4}{5}e^{-j\frac{\pi}{4}})}$



$|H(e^{jw})|=|A|\frac{|\vec{cB}|}{|\vec{d_1B}||\vec{d_2B}|}$

$\varphi(w)=w+\alpha-\beta_1-\beta_2$



(3) $y(n)=e^{j\frac{\pi}{2}n}\cdot H(e^{jw})$

$=-\frac{16}{25}\frac{e^{j(w+\frac{\pi}{2})n}-e^{j\frac{\pi}{2}n}}{(e^{jw}-\frac{4}{5}e^{j\frac{\pi}{4}})(e^{jw}-\frac{4}{5}e^{-j\frac{\pi}{4}})}$