

图论中最短路径问题算法程序的开发

张俊杰¹, 杨艳丽², 曹 岩³, 白 瑀³, 蔺麦田³

(1. 华为技术有限公司, 广东 深圳 518027; 2. 深圳大学 信息工程学院计算机系, 广东 深圳 518060;

3. 西安工业大学 机电工程学院, 陕西 西安 710032)

摘 要: 研究了图论中最短路径问题算法程序的开发。首先, 介绍了最短路径问题的概念和最短路径问题的算法。然后在 Delphi 7.0 环境下开发目前最短路径问题算法的流程。最后, 通过实例对最短路径问题的算法程序进行了验证。所开发的算法程序直观简捷, 方便工程人员的使用。

关键词: 图论; 最短路径; 算法; Delphi

中图分类号: O157.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 1002-6673 (2008) 01-103-02

0 引言

图论最早应用于分析电路网络, 随着科学的发展, 图论在解决运筹学, 网络理论, 信息论, 控制论, 博弈论以及计算机科学等各个领域的问题方面, 发挥出越来越大的作用^[1]。图论方法直观明了、使用方便、容易掌握, 图论已成为解决自然科学、工程技术、社会科学、生物技术以及经济、军事等领域中许多问题的有力工具之一。最短路径问题^[2,3]是网络理论中应用最广泛的问题之一。许许多多的优化问题上可以使用这个模型, 如设备更新、管道铺设、线路安排、厂区布局等。

本文讨论最短路径问题的算法, 利用 Delphi 7.0 语言开发最短路径问题的算法程序, 同时考虑了所开发的系统用户界面友好, 便于使用, 最后利用实例进行程序调试和验证。所开发的最短路径问题算法程序也是图论算法平台的一个重要组成部分。

1 最短路径问题

定义: 给定一个赋权的有向图 $D = (V, A)$, 记 D 中每一条弧 $a_i = (v_i, v_j)$ 上的权为 $w_{ij}(a_i) = w_{ij}$ 。给定 D 中一个起点 v_s 和 v_t 终点, 设 P 是 D 中从 v_s 到 v_t 的一条路, 则定义路 P 的权是 P 中所有弧的权之和。记为 $w(P)$, 即:

$$w(P) = \sum w_{ij}$$

又若 P' 是 D 图中 v_s 到 v_t 的一条路, 且满足 $w(P') =$

$\min\{w(P) \mid P \text{ 是到 } v_t \text{ 的路}\}$ 。

式中对 D 的所有从 v_s 到 v_t 的路 P 取最小, 则称 P' 为从 v_s 到 v_t 的最短路径, $w(P')$ 为 v_s 到 v_t 的最短距离。在一个图 $D = (V, A)$ 中, 求从 v_s 到 v_t 的最短路径和最短距离的方法就是最短路径问题。

2 最短路径问题算法

在一个赋权有向图中寻求最短路径的方法实际上就是求出了从给定 v_s 到任一个顶点 v_j 的最短路径。

求最短路径采用标号法, 此法是 1959 年由 E.W.Dijkstra 首先提出来的, 故称为 Dijkstra 算法, 此算法求解两个固定点之间的最短路径或从一个固定点到其它所有点之间的最短路径, 目前被认为是求无负权网络最短路径问题的最好方法^[4]。但是此算法只是适合所有的权 $w_{ij} \geq 0$ 的情形^[5]。这种算法的基本思路是从起点 v_s 出发, 逐步向外探寻最短路径, 执行过程中, 给每一个顶点 v_i 标号, 若 $\{v_s, v_1, \dots, v_i\}$ 是从 v_s 到 v_i 的最短路径, 则 $\{v_s, v_1, \dots, v_k\}$ 是从 v_s 到 v_k 的最短路径。

所谓的标号法采用两种标号: T 标号和 P 标号, 其中 T 为临时标号, P 为永久标号, 给 v_i 一个 P 标号时, 表示从 v_s 到 v_i 点的最短路径, v_i 点的标号不再改变。给 v_i 一个 T 标号时, 表示从 v_s 到 v_i 点的估计最短路径权的上界, 是临时的标号, 没有得到 P 标号的就都是 T 标号。所以算法的关键就是把每一点的 T 标号改为 P 标号, 直到终点变为 P 标号时算法结束。

Dijkstra 算法的具体步骤: 给 v_s 以 P 标号, $P(v_s) = 0$, 其余的各点为 T 标号, $T(v_i) = +\infty$; 若 v_i 点为刚得到 P 标号的点, 考虑这样的点 v_j : $(v_i, v_j) \in A$, 且 v_j 为 T 标号。对于 v_j 进行修改: $T(v_j) = \min\{T(v_j), P(v_i) + w_{ij}\}$; 比较所有的 T 标号的点, 把最小者改为 P 标号, 即: $P(v_i) = \min\{T(v_i)\}$

收稿日期: 2007-09-18

作者简介: 张俊杰 (1963-), 男, 山西阳曲人, 工学博士。主要研究方向: 通信设备故障监测与诊断、通信设备内的控制与管理技术等。发表文章 10 余篇; 杨艳丽 (1964-), 女, 江苏溧阳人, 副教授, 工学博士, 硕士生导师。主要研究方向: 智能控制、CAD\CAM, 发表文章 10 余篇。

若存在两个以上最小者时,可同时改为P标号。若全部点为P标号时则停止。

3 基于 Delphi 开发最短路径问题算法程序

基于以上最短路径问题的算法,采用 Delphi 7.0 开发

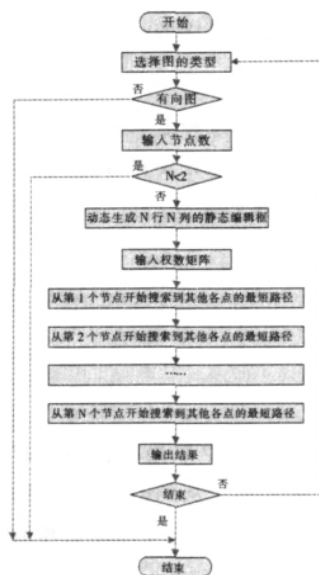


图1 流程图

Fig.1 Workflow

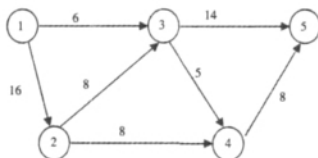


图2 有向图

Fig.2 Directed graph

了最短路径问题算法程序,其流程如图1所示。对于给定非负权的简单连通图上的第*i*个顶点到第*j*顶点,使用本软件可以求出第*i*个顶点到第*j*顶点的最短路径,并给出最短通路所经过的顶点。

4 最短路径问题算法程序实例验证

下面利用实例对开发的最短路径问题算法程序进行验证。求从 v_1 出发,经哪条路线到达 v_5 才能使总行程最短,如图2所示。最短路径问题算法程

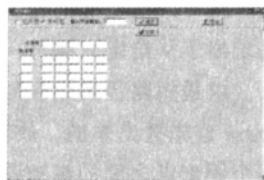


图3 生成编辑框

Fig.3 Edit box generation

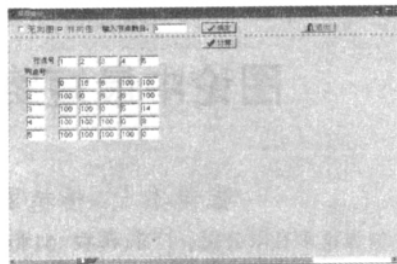


图4 输入邻接矩阵

Fig.4 Adjacency matrix input

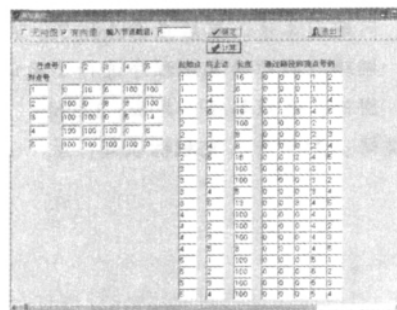


图5 输出结果

Fig.5 Result output

念和原理的基础上,运用 Delphi 7.0 语言开发了相应的算法程序,并用实例进行了验证。所开发的最短路径问题算法程序作为图论算法程序平台的一个重要组成部分,能够方便实际应用中最短路径问题的解决,直观简捷,工程使用人员不必具有很深入的专业知识,这对最短路径问题算法的研究以及应用普及具有积极意义。该算法程序尚有局限性,软件功能及自身的通用性也有待扩展,下一步的研究问题包括:程序界面的宜人化;算法功能的进一步扩展和提高。

参考文献:

- [1] 曹立明,魏兵,周强.图论及其在计算机科学中的应用[M].江苏:中国矿业大学出版社,1995.
- [2] 牛映武,龚益鸣,陶德滋.运筹学[M].西安:西安交通大学出版社,1999.
- [3] 田丰,马仲蕃.图与网络流理论[M].北京:科学出版社,1987.
- [4] 徐凤生.求最短路径的新算法[J].计算机工程与科学,2006,2.
- [5] 宁宣熙.运筹学实用教程[M].北京:科学出版社,2002.
- [6] 吴问龙,陆正中.Delphi 程序设计教程[M].北京:中国铁道出版社,2004.

5 结论

针对图论中的最短路径问题的算法,在图论基本概

Algorithm Program Development of Shortest Path Problem in Graph Theory

ZHANG Jun-Jie¹, YANG Yang-Li², CAO Yan³, BAI Yu³, LIN Mai-Tian³

(1.Huawei Technologies Co., Ltd, Shenzhen Guangdong 518027, China;

(2.Computer Department, College of Information Engineering, Shenzhen University, Shenzhen Guangdong 518060, China;

(3.School of Mechatronic Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an Shaanxi 710032, China)

Abstract: The development of algorithm program of shortest path problem in graph theory is studied. First, the concept and algorithm of shortest path problem are discussed. Then, the algorithm workflow of shortest path problem is presented and the algorithm program is developed based on Delphi 7.0. Finally, the program is illustrated and validated by an example. The algorithm program developed is concise and convenient for engineering personnel to use.

Key words: graph theory; shortest path; algorithm; delphi