

# 基于支路电流状态变量的灵敏度 分析方法研究

王承民 蒋传文

(上海交通大学电气工程系 上海 200030)

**摘要** 在 $\pi$ 型等值的基础上,将节点注入功率等值为电压源,而以阻抗支路为链支、接地支路为树支,建立网络的节点电压方程和回路电流方程,从而形成混合分析方程,并在极坐标系情况下,推导支路电流与节点注入功率的灵敏度关系;以一个小的算例来介绍灵敏度矩阵的简化计算方法。最后以 IEEE-30 节点系统进行仿真计算,得到了很好的计算结果。

**关键词**: 节点电压 回路电流 有功安全校正 灵敏度

**中图分类号**: TM732

## Research on Sensitivity Analysis Method Based on Line Current Variable

Wang Chengmin Jiang Chuanwen

(Shanghai Jiaotong University Shanghai 200030 China)

**Abstract** Node voltage and loop current functions of electric power network are established on the base of equivalent  $\pi$ -model network, with nodal injected power being equal to voltage source and impedance branches to the link branches and grounding branches to the tree branches, in order to form the complex analysis method for power flow calculation. The sensitivities of line current to nodal injected powers are introduced based on loop current analysis in polar coordinates, and the simple calculation method for sensitivities matrix is explained by an example. Through the calculation by the IEEE-30 node system, the result shows that the method is very effective.

**Keywords**: Node voltage, loop current, strategy for security correction, sensitivity

## 1 引言

有功安全校正控制是电力系统安全控制的一项重要内容,是指当系统出现支路潮流越限,特别是联络线潮流越限时,研究如何调整发电机有功出力使得线路的过负荷解除;或者当调整发电机出力不能消除支路潮流越限时,给出切负荷的方案。当然,切负荷是迫不得已的事情。

电力系统的有功安全校正算法主要有最优潮流方法<sup>[1,2]</sup>和灵敏度方法<sup>[3]</sup>两种。最优潮流算法首先列出一个规划模型,包括优化目标和各种安全约束条件,然后用数学的方法求解该模型。其优点是约束

条件考虑全面,调整策略的安全性和经济性好;缺点是调整的设备可能太多,在电网调度实践中不太实用,且可能有计算收敛性问题。灵敏度类算法无需迭代,没有收敛性问题,容易实现调整量最小或调整设备最少的目标,便于操作实施。因此,有功安全校正是以灵敏度算法为主的。文献[3,4]对有功安全校正中的灵敏度进行了详细的定义;文献[5]将灵敏度算法应用于电力市场中;文献[6,7]也是灵敏度算法的改进。

综上所述,以往基于灵敏度分析的有功安全校正算法大部分是基于支路潮流(功率)的直流潮流算法,计算往往不是很准确,这是因为:在直流潮流算法中考虑的简化条件太多,不适合精确计算。

以功率表示的支路潮流存在偏差,即存在功率损

耗。支路潮流超限往往不只是有功潮流在起作用，也有无功功率的影响。

本文以回路（支路）电流作为状态变量（关于回路电流在文献[8]中已经做了描述），将回路电流表示成极坐标的形式，推导支路电流与节点注入功率之间的灵敏度关系。并在 IEEE-30 节点系统上进行有功安全校正，得到了很好的仿真结果。

## 2 网络方程的混合表示

传统的潮流计算方法是节点电压法，由于其简单有效，并且物理意义直观等优点被广泛应用于电力系统的分析计算当中。但是，在很多情况下，节点电压方法显示出了其应用的狭隘性方面。在以往的潮流算法研究中，出现了计算配电网潮流的回路阻抗方法<sup>[1-6]</sup>，该算法具有处理网孔的能力强，收敛性好等优点，是通过将负荷作为恒定阻抗模型而建立的，并且忽略了对地的导纳支路，这在局部电网当中是可行的，但是在网当中，由于情况复杂，上述的假设往往不成立，所以回路阻抗法的应用具有一定的局限性。

在回路电流法网络分析当中，首要的问题是保证基本回路的建立，对于一个实际的电网，基本回路数与链支数量是相等的。对于电力网络而言，当采用  $\pi$  型等值模型时，将所有的接地支路作为树枝、阻抗支路作为链支，则形成以一条支路为基本回路单元的网络模型。如图 1 所示，每个回路由 3 条支路组成，其中两条支路为接地支路。

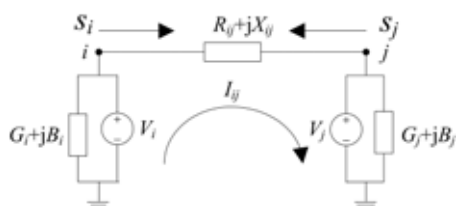


图 1 基本回路图

Fig.1 Basic circuit unit

其中， $s_i = p_i + jq_i$ ， $s_j = p_j + jq_j$  为节点注入功率；同时设节点电压分别为： $u_i = e_i + jf_i$ ， $u_j = e_j + jf_j$ ；则此回路的电流为  $i_l = i_l^a + ji_l^r$ ；下标  $i, j = 1, 2, \dots, N$  为节点序号；下标  $l = 1, 2, \dots, L$  为回路序号。则有回路电流方程

$$i_l (R_{ij} + jX_{ij}) = u_i - u_j \quad (1)$$

令  $R_l = R_{ij}$ ， $X_l = X_{ij}$  展开后得

$$\begin{cases} i_l^a R_l - i_l^r X_l - e_i + e_j = 0 \\ i_l^a X_l + i_l^r R_l - f_i + f_j = 0 \end{cases} \quad (2)$$

将负荷作为电压源处理时，节点注入功率为节点电压与回路电流共轭之积，而节点注入电流的走向要经过两条途径，即对地电容支路和负荷支路，因此负荷支路的功率方程为

$$u_i^* = \frac{p_i - jq_i}{\sum_{l \in i} i_{li} - u_i \sum_{l \in i} (G_l + jB_l)} \quad (3)$$

式中， $\sum_{l \in i} i_{li}$  表示节点注入电流，为与节点  $i$  相关联的所有支路电流之和； $u_i \sum_{l \in i} (G_l + jB_l)$  表示对地支路中的电流，其中  $\sum_{l \in i} (G_l + jB_l)$  表示与节点  $i$  相关联的所有支路对地导纳；则上式的分母表示负荷支路中的电流，为节点注入电流减去对地支路中的电流。展开得

$$u_i^* \sum_{l \in i} i_{li} - u_i \sum_{l \in i} (G_l + jB_l) = p_i - jq_i \quad (4)$$

将上式写成复数的形式

$$\begin{aligned} (e_i - jf_i) \left( \sum_{l \in i} i_{li}^a + j \sum_{l \in i} i_{li}^r \right) - (e_i^2 + f_i^2) \sum_{l \in i} (G_l + jB_l) \\ = p_i - jq_i \end{aligned} \quad (5)$$

进一步有

$$\begin{cases} e_i \sum_{l \in i} i_{li}^a + f_i \sum_{l \in i} i_{li}^r - (e_i^2 + f_i^2) \sum_{l \in i} G_l = p_i \\ e_i \sum_{l \in i} i_{li}^r - f_i \sum_{l \in i} i_{li}^a - (e_i^2 + f_i^2) \sum_{l \in i} B_l = -q_i \end{cases} \quad (6)$$

对于节点  $j$  同样有此类型的节点电压方程。由式 (2) 式 (6) 形成节点电压-回路电流混合分析方程。

## 3 极坐标表示与线性化方程

### 3.1 极坐标表示

将上述的节点与回路方程表示成极坐标的形式时，有

$$V_i \cos \theta_i \sum_{l \in i} I_l \cos \phi_l + V_i \sin \theta_i \sum_{l \in i} I_l \sin \phi_l = p_i \quad (7)$$

$$\begin{aligned} V_i \cos \theta_i \sum_{l \in i} I_l \sin \phi_l - V_i \sin \theta_i \sum_{l \in i} I_l \cos \phi_l - V_i^2 \sum_{l \in i} B_l \\ = -q_i + q_{ci} \end{aligned} \quad (8)$$

式中  $V_i$ ， $\theta_i$ ——节点  $i$  的电压幅值和相角

$\phi_l$ ——支路电流的相角

$q_{ci}$ ——节点  $i$  的无功补偿容量

进一步写成

$$\begin{aligned} V_i \sum_{l \in i} I_l \cos(\phi_l - \theta_i) &= p_i \\ V_i \sum_{l \in i} I_l \sin(\phi_l - \theta_i) - V_i^2 \sum_{l \in i} B_l &= -q_i + q_{ci} \end{aligned} \quad (9)$$

其中回路电流由下列方程描述

$$\begin{cases} I_l \cos \phi_l R_l - I_l \sin \phi_l X_l - V_i \cos \theta_i + V_j \cos \theta_j = 0 \\ I_l \cos \phi_l X_l + I_l \sin \phi_l R_l - V_i \sin \theta_i + V_j \sin \theta_j = 0 \end{cases} \quad (10)$$

## 2.2 线性化方程

将方程 (9) 和 (10) 线性化, 得

$$\begin{bmatrix} \Delta E \\ \Delta S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta C \\ \Delta D \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中  $\Delta E$ ——回路电压偏差向量

$\Delta S$ ——节点注入功率偏差向量

$\Delta C$ ——回路电流偏差向量

$\Delta D$ ——节点电压偏差向量

式 (11) 中  $H$  是阶数为  $2L \times 2L$  的分块对角矩阵, 其元素为

$$\begin{bmatrix} R_l \cos \phi_l - X_l \sin \phi_l & -R_l I_l \sin \phi_l - X_l I_l \cos \phi_l \\ X_l \cos \phi_l + R_l \sin \phi_l & R_l I_l \cos \phi_l - X_l I_l \sin \phi_l \end{bmatrix} \quad (12)$$

$N$  的结构与支路-节点关联矩阵的转置, 阶数为  $2L \times 2N$ , 其元素为

$$\begin{bmatrix} -\cos \theta_i & V_i \sin \theta_i \\ -\sin \theta_i & -V_i \cos \theta_i \end{bmatrix} \quad (13)$$

$J$  阶数为  $2N \times 2L$ , 其结构与节点-支路关联矩阵相同, 其元素为

$$\begin{bmatrix} V_i \cos(\phi_l - \theta_i) & -V_i I_l \sin(\phi_l - \theta_i) \\ V_i \sin(\phi_l - \theta_i) & V_i I_l \cos(\phi_l - \theta_i) \end{bmatrix} \quad (14)$$

$L$  是阶数为  $2N \times 2N$  对角阵, 其元素为

$$\begin{bmatrix} \sum_{l \in i} I_l \cos(\phi_l - \theta_i) & V_i \sum_{l \in i} I_l \sin(\phi_l - \theta_i) \\ \sum_{l \in i} I_l \sin(\phi_l - \theta_i) - 2V_i \sum_{l \in i} B_l & -V_i \sum_{l \in i} I_l \cos(\phi_l - \theta_i) \end{bmatrix} \quad (15)$$

## 4 灵敏度分析

将方程 (11) 展开, 得

$$\Delta E = H \Delta C + N \Delta D \quad (16)$$

$$\Delta S = J \Delta C + L \Delta D \quad (17)$$

在上面的分析中可见, 每一条回路实际上是以支路模型为基础的, 因此可以以支路 (回路) 电流

代替支路功率进行有功安全校正的灵敏度分析。由方程 (17) 得节点电压偏差方程为

$$\Delta D = L^{-1} (\Delta S - J \Delta C) \quad (18)$$

代入方程 (16) 中, 得

$$\Delta E = (H - NL^{-1}J) \Delta C + NL^{-1} \Delta S \quad (19)$$

其中,  $H - NL^{-1}J$  即为回路电流分析的雅可比矩阵。在通常的电力系统分析方法中, 认为电流方程是必须满足的, 即  $\Delta E = 0$ , 则得到

$$0 = (H - NL^{-1}J) \Delta C + NL^{-1} \Delta S \quad (20)$$

即

$$\Delta C = -(H - NL^{-1}J)^{-1} NL^{-1} \Delta S \quad (21)$$

令

$$\begin{aligned} \Delta C &= [\Delta I \quad \Delta \phi]^T, \Delta S = [\Delta P \quad \Delta Q]^T \\ J_s &= -(H - NL^{-1}J)^{-1} NL^{-1} = \begin{bmatrix} J_s^{11} & J_s^{12} \\ J_s^{21} & J_s^{22} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (22)$$

则得节点注入功率对支路电流的灵敏度公式为

$$\Delta I = J_s^{11} \Delta P + J_s^{12} \Delta Q \quad (23)$$

当忽略节点注入无功功率对支路潮流的影响时,  $J_s^{11}$  即为节点注入有功功率对支路潮流的灵敏度矩阵。

## 5 灵敏度矩阵的计算

$H - NL^{-1}J$  为回路电流计算的雅可比矩阵, 如果两条支路 (回路) 存在公共节点, 则相应的位置元素不为 0, 因此也是非常稀疏的, 其计算可以通过几个矩阵的运算得到, 因为  $L$  为分块对角矩阵, 所以  $H - NL^{-1}J$  的计算并不困难。但是逆矩阵  $(H - NL^{-1}J)^{-1}$  的计算一般来说计算量较大。

在有功安全校正过程中, 通常只有一条或者少数的几条线路传输容量越限, 因此, 可以只求出相应的逆矩阵的一行元素或者几行元素。

通常的计算逆矩阵的方法是, 将需要求逆的矩阵与一个单位矩阵一起形成增广矩阵, 进行初等的行变换, 当将原矩阵化成单位矩阵时, 对应的原单位矩阵就是要求的逆矩阵。因此, 矩阵求逆包括前向消元与后向消元两个过程, 前向消元消去下三角元素, 而后向消元消去上三角元素。当只求逆矩阵的一行或者几行元素时, 可以只进行前向消元和部分的后向消元, 以减少计算量。以 4 阶矩阵为例

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 & 5 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 7 & 2 & 8 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 7 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & -5 & 1 & 7 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

如果想求取逆矩阵的第 2 行，则首先将第 2 行与最后一行进行互换，变成

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 & 5 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -5 & 1 & 7 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 1 & 7 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -4 & 7 & 2 & 8 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

进行前向消元后得

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 & 5 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & 2 & 12 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 9 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -16.75 & 6.375 & 1 & -4.25 & -4.125 \end{bmatrix}$$

则逆矩阵的第 2 行元素为

$$[6.375 \quad 1 \quad -4.25 \quad -4.125]$$

如果要求逆矩阵的两行元素，则将此两行都换到最后，进行前向消元后再进行一次后向消元，消掉倒数第 2 行的上三角元素即可。

按照上述方法求得  $H-NL^{-1}J$  逆矩阵的部分行之后与矩阵  $NL^{-1}$  相乘可得到灵敏度矩阵的要求元素。这样可以减少近一半的计算量。

6 算例

以 IEEE-30 接点为例，系统的节点数据如表 1 所示，其中节点类型中，1 表示发电机节点，2 表示负荷节点，3 表示平衡节点。其他数据略，参见文献[9]。

表 1 节点数据

Tab.1 The node data

节点	电压		发电机		负载		节点类型
	幅值	相角/(°)	有功	无功	有功	无功	
1	0.91	-19.9	0	0	0.106	0.019	2
2	1.03	-4.19	0.36	-0.11	0	0	1
3	1.02	-6.96	0	0	0.024	0.012	2
4	1.02	-8.38	0	0	0.076	0.016	2
5	1.01	-11.4	-0.69	0.027	0	0	1
6	1.01	-9.83	0	0	0.1	0.05	2
7	1.00	-11.0	0	0	0.228	0.109	2
8	1.02	-10.1	0.05	-0.01	0	0	1
9	1.03	-13.0	0	0	0.1	0.05	2
10	1.02	-15.2	0	0	0.058	0.02	2
11	1.09	-11.1	0.18	0.16	0	0	1
12	1.04	-13.7	0	0	0.112	0.01	2
13	1.09	-12.5	0.17	0.19	0	0	1
14	1.03	-14.8	0	0	0.062	0.016	2
15	1.02	-15.0	0	0	0.082	0.025	2

(续)

节点	电压		发电机		负载		节点类型
	幅值	相角/(°)	有功	无功	有功	无功	
16	1.02	-14.6	0	0	0.035	0.018	2
17	1.02	-15.2	0	0	0.09	0.058	2
18	1.01	-15.8	0	0	0.032	0.009	2
19	1.02	-16.1	0	0	0.095	0.034	2
20	1.01	-15.9	0	0	0.022	0.007	2
21	0.99	-15.9	0	0	0.175	0.112	2
22	0.99	-16.0	0	0	0.1	0.05	2
23	0.99	-15.9	0	0	0.032	0.016	2
24	0.97	-16.8	0	0	0.087	0.067	2
25	0.94	-17.9	0	0	0.1	0.05	2
26	0.92	-18.5	0	0	0.035	0.023	2
27	0.95	-17.5	0	0	0.1	0.05	2
28	1.00	-10.7	0	0	0.1	0.05	2
29	0.93	-18.9	0	0	0.024	0.01	2
30	1.05	0	1.38	-0.032	0	0	3

上述数据实际上是一个潮流计算的结果，以第 35 条支路为例，将支路 35 进行换行，并计算其对节点注入的灵敏度如表 2 所示。

表 2 支路 35 对节点注入的灵敏度

Tab.2 The sensitivity of line 35 to nodal injected powers

节点	有功注入灵敏度	无功注入灵敏度	节点类型
1	-2.01688	-1.96794	2
2	0.229517	-0.0115664	1
3	-0.248366	-0.106599	2
4	-0.0541218	0.0024215	2
5	0.0151504	0.00285899	1
6	-0.0533616	0.0409023	2
7	-0.0625427	0.0794701	2
8	0.427421	0.119736	1
9	-0.0977604	-0.0440692	2
10	-0.0633259	-0.0285321	2
11	-0.0854501	0.00949596	1
12	-0.0387256	-0.0866384	2
13	-0.132213	0.0114406	1
14	-0.0862834	-0.135814	2
15	-0.144378	-0.170527	2
16	-0.106249	-0.113324	2
17	-0.156242	-0.132441	2
18	-0.147879	-0.171457	2

(续)

节点	有功注入灵敏度	无功注入灵敏度	节点类型
19	-0.158999	-0.165861	2
20	-0.15226	-0.170087	2
21	-0.261485	-0.206188	2
22	-0.269657	-0.248862	2
23	-0.367757	-0.304823	2
24	-0.589131	-0.555036	2
25	-1.71079	-1.23549	2
26	-1.91277	-1.03022	2
27	-2.19999	-1.77808	2
28	-0.0200094	0.160071	2
29	-2.23077	-1.82011	2
30	0	0	3

在没有进行节点注入功率调整之前,支路 35 的电流实部、虚部、幅值和相角分别为: -0.280654、0.275091、0.392991 及 44.4265。设按照灵敏度等比例调整发电机有功,调整的系数为 0.05 时,支路 35 的电流实部、虚部、幅值和相角分别为: -0.280628、0.271893、0.39074 及 -44.0943;当调整的系数为 0.08 时,支路 35 的电流实部、虚部、幅值和相角分别为: -0.280615、0.269975、0.389399 及 -43.8928。由此可见,随着调整幅度的增加,支路 35 的电流不断下降。如果将负荷调整也考虑在内时,调整系数为 0.001 时,支路 35 的电流实部、虚部、幅值和相角分别为: -0.277334、0.265729、0.384091 及 -43.7758,下降的幅度更大。在上述计算过程中,假设功率由平衡节点来进行平衡的。

## 7 结论

本文将网络方程描述成节点电压与回路(支路)电流混合表示的形式,从而推导出支路电流对节点注入功率的灵敏度关系,并将其用于有功安全校正

策略当中,经过实际系统的分析验证,得到很好的效果。

## 参考文献

- 1 白晓民,于尔铿,傅书述等.一种安全约束经济调度的广义网络流规划算法.中国电机工程学报,1992,12(3):66~72
- 2 朱文东,郝玉国,刘广一等.应用线性规划方法的安全约束调度.中国电机工程学报,1994,14(4):57~64
- 3 邓佑满,张伯明,相年德等.联络线族的有功安全校正控制.电力系统自动化,1994,18(6):47~51
- 4 邓佑满,黎辉,张伯明等.电力系统有功安全校正策略的反向等量配对调整法.电力系统自动化,1999,23(18):5~8
- 5 武亚光,邓佑满,张锐等.发电侧电力市场中安全核算法的研究与实现.中国电机工程学报,2001,21(6):48~52
- 6 沈瑜,夏清,康重庆.发电联合转移因子及快速静态安全核算法.电力系统自动化,2003,27(18):13~17
- 7 Stott B, Marinho J L. Linear programming for power system network security applications. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1979, PAS98(3):837~848
- 8 李宏仲,王承民,程浩忠等.利用回路电流和节点电压混合分析方法快速构造电压稳定域.电网技术,2005,29(8):35~39
- 9 张伯明,陈寿孙.高等电力网络分析.北京:清华大学出版社,1996

## 作者简介

王承民 男,1970年生,博士,主要研究方向为电力市场和电力网络的分析和计算。

蒋传文 男,1967年生,博士,副教授,主要研究方向为电力市场和电力网络的分析和计算。