

文章编号:1671-9352(2004)06-0078-04

无漂移全极点有源低通滤波器的灵敏度分析方法

徐 慧, 陈 涤*

(山东大学 信息科学与工程学院, 山东 济南 250100)

摘要:提出一种无漂移全极点有源低通滤波器灵敏度的分析方法,并验证了其正确性.当以该电路结构实现低通滤波器时,可以此方法简便地求解系统的 Q 和 ω_c 的灵敏度,进而调整电路参数直至达到设计要求.同时证明了对一般的滤波器灵敏度问题,该方法普遍适用.

关键词: Q 灵敏度; 灵敏度; 漂移; 低通滤波器

中图分类号:TN713 文献标识码:A

A method of analyzing of the non-drift all-pole active lowpass filters s sensitivity

XU Hui & CHEN Di

(School of Information Science and Engineering, Shandong Univ., Jinan 250100, Shangdong, China)

Abstract:Sensitivity is one of the most important parameters to be concerned about before realizing a system. A method of analyzing of Q and ω_c sensitivities of the non-drift all-pole active lowpass filters is proposed and the validity of it is proved. The method was also proved to be universal and applicable for the analysis of other filters s Q and ω_c sensitivities.

Key words: Q sensitivity; sensitivity; drift; low pass filter

0 引言

文献[1]提出了如图1所示的无漂移全极点有源低通滤波器,它是为抑制噪声,特别是工频噪声而设计的.它的结构决定了由于 C_i 的隔离,在信道中不会引入由运放失调和漂移带来的附加直流漂移,可同时满足高准确度检测系统的高测量灵敏度、低直流漂移指标要求,具有实际的工程应用价值^[1].

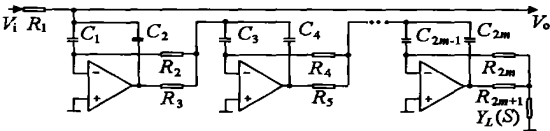


图 1 任意阶无漂移全极点有源低通滤波器的一般结构
Fig.1 Structure of the non-drift all-pole active lowpass filters

截止频率 ω_c 和品质因数 Q 是滤波器的两个重要参数,我们通常关心系统元件值变化时这两个参数的影响,即系统的 Q 和 ω_c 灵敏度^[2~4].因为图1所示系统不能表示成独立二阶节级联形式,通常基于独立二阶节的灵敏度分析方法不再适用.为了分析图1所示系统的性能,本文研究并给出其 Q 和 ω_c 灵敏度的一般计算方法.事实上,这种方法对一般的因级间存在多重耦合而不能分解为独立二阶节的高阶滤波系统的 Q 和 ω_c 灵敏度分析同样适用,因此具有一般意义.

1 高阶全极点低通滤波器灵敏度分析的一般原理

n 阶全极点低通滤波器(巴特沃思、切比雪夫、

收稿日期:2003-12-19

基金项目:山东省自然科学基金资助项目(Y2002G14)

作者简介:徐慧(1979-),女,硕士研究生,研究方向:滤波器设计及通信与信息系统中的信号处理.

*通讯联系人



汤普森滤波器等)可以写成如下形式:

$$H(S) = \frac{H_0}{T_n(S)} = \begin{cases} H_0 \prod_{i=1}^m \frac{1}{S^2 + \frac{2}{Q_i} S + 1}, n = 2m \\ \frac{H_0}{S + 1} \prod_{i=1}^m \frac{1}{S^2 + \frac{2}{Q_i} S + 1}, n = 2m + 1 \end{cases} \quad (1)$$

系统的 H 和 Q 灵敏度的定义为^[5]:

$$\begin{cases} S_{l_j^i}^H \triangleq \frac{\partial \ln H}{\partial \ln l_j} = \frac{l_j}{H} \frac{\partial H}{\partial l_j}, \\ S_{l_j^i}^Q \triangleq \frac{\partial \ln Q_i}{\partial \ln l_j} = \frac{l_j}{Q_i} \frac{\partial Q_i}{\partial l_j}, \\ S_{l_j}^H \triangleq \frac{\partial \ln H}{\partial \ln l_j} = \frac{l_j}{H} \frac{\partial H}{\partial l_j}. \end{cases} \quad (2)$$

其中 l_j 为网络元件 R_j 和 C_j . 如果 $l_j = f_i(l_1, l_2, l_3, \dots)$, k 为常数,容易证明^[6]:

$$\begin{cases} S_{l_j}^{\mu(1,2,3,\dots)} = S_{l_1}^{\mu} S_{l_j}^1 + S_{l_2}^{\mu} S_{l_j}^2 + \dots, \\ S_{l_j}^{\mu} = S_{l_j}^{\mu}, \\ S_{l_j}^{\mu k} = k S_{l_j}^{\mu}, \\ S_{l_j}^{1^2} = S_{l_j}^1 + S_{l_j}^2, \\ S_{l_j}^{1^+2} = \frac{1}{1 + 2} (S_{l_j}^1 + S_{l_j}^2), \\ S_{l_j}^{\perp} = -S_{l_j}^{\mu}. \end{cases} \quad (3)$$

将(1)式的传递函数改写为

$$H(S) = \frac{H_0}{T_n(S)} = \begin{cases} H_0 \prod_{i=1}^m \frac{1}{(S^2 + \frac{1}{Q_i} S + 1)}, n = 2m \\ \frac{H_0}{S + 1} \prod_{i=1}^m \frac{1}{(S^2 + \frac{1}{Q_i} S + 1)}, n = 2m + 1 \end{cases} \quad (4)$$

并引入参数 x, y_i, z_i

$$\begin{cases} x = \frac{1}{S}, \\ y_i = \frac{1}{2}, \\ z_i = \frac{1}{Q_i}, \end{cases} \quad (5)$$

那么

$$H(S) = \frac{H_0}{T_n(S)} = \begin{cases} H_0 \prod_{i=1}^m \frac{1}{y_i S^2 + z_i S + 1}, n = 2m \\ \frac{H_0}{xS + 1} \prod_{i=1}^m \frac{1}{y_i S^2 + z_i S + 1}, n = 2m + 1 \end{cases} \quad (6)$$

将(6)式中的分母展开,得到

$$H(S) = \frac{H_0}{T_n(S)} = \frac{H_0}{a_n S^n + a_{n-1} S^{n-1} + \dots + a_1 S + 1},$$

则

$$\begin{cases} a_n = f_n(y_1, z_1, y_2, z_2, \dots, x), \\ a_{n-1} = f_{n-1}(y_1, z_1, y_2, z_2, \dots, x), \\ \dots \\ a_1 = f_1(y_1, z_1, y_2, z_2, \dots, x). \end{cases} \quad (7)$$

由(3),(5)和(7),推得

$$\begin{bmatrix} S_{y_1}^{f_n} & S_{z_1}^{f_n} & S_{y_2}^{f_n} & \dots & S_x^{f_n} \\ S_{y_1}^{f_{n-1}} & S_{z_1}^{f_{n-1}} & S_{y_2}^{f_{n-1}} & \dots & S_x^{f_{n-1}} \\ S_{y_1}^{f_{n-2}} & S_{z_1}^{f_{n-2}} & S_{y_2}^{f_{n-2}} & \dots & S_x^{f_{n-2}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{y_1}^{f_1} & S_{z_1}^{f_1} & S_{y_2}^{f_1} & \dots & S_x^{f_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{l_j}^{y_1} \\ S_{l_j}^{z_1} \\ S_{l_j}^{y_2} \\ \dots \\ S_{l_j}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{l_j}^{a_n} \\ S_{l_j}^{a_{n-1}} \\ S_{l_j}^{a_{n-2}} \\ \dots \\ S_{l_j}^{a_1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

以及

$$\begin{cases} S_{l_j}^i = -\frac{1}{2} S_{l_j}^{y_i}, \\ S_{l_j}^{Q_i} = \frac{1}{2} S_{l_j}^{y_i} - S_{l_j}^{z_i}, \\ S_{l_j} = -S_{l_j}^x. \end{cases} \quad (9)$$

等式(8)和(9)提供了一种计算灵敏度 $S_{l_j^i}^H, S_{l_j^i}^Q$ 和 S_{l_j} 的一般方法.将(8)式写成

$$AS^{xyz} = S^a,$$

其中系数矩阵 A 只与传递函数的形式有关,与所用电路方案无关;而 S^a 与电路实现方案相关,也是和 Q 灵敏度的直接影响因素.不同电路方案灵敏度的不同,实质上是因为 S^a 的不同,因此,(8)和(9)对一般的全极点滤波系统均适用.

不失一般性,以下以图 1 所示的无漂移全极点有源低通滤波器为例讨论上述灵敏度的计算方法.

)由(6)求矩阵 A

将 $T_n(S)$ 写成

$$T_n(S) =$$

$$\begin{cases} (y_m S^2 + z_m S + 1) T_{n-2}(y_{m-1}, y_{m-2} \dots), n = 2m \\ (xS + 1) T_{n-1}(y_{m-1}, y_{m-2} \dots), n = 2m + 1 \end{cases}$$

并用 $f_j^{T_i}$ 表示 T_i 的 S^j 项系数,则

$$f_k^{T_n} = \begin{cases} f_{k-2}^{T_{n-2}} y_m + f_{k-1}^{T_{n-2}} z_m + f_k^{T_{n-2}}, n = 2m \\ f_{k-1}^{T_{n-1}} x + f_k^{T_{n-1}}, n = 2m + 1 \end{cases} \quad (10)$$

其中 $k = 0, 1, 2, \dots, n, n = 1, 2, \dots, m$. 显然,当 $j > i$ 或 $j < 0$ 时, $f_j^{T_i} = 0$.

由 (3) 和 (10), A 中的各个值将由下式得到:

$$\begin{cases} S_k^{f_{T_n}} = \frac{1}{f_k^{T_n}} [y_m f_{k-2}^{T_{n-2}} S_{k-2}^{f_{T_{n-2}}} + y_m f_{k-2}^{T_{n-2}} S_{k-2}^{f_{T_{n-2}}} + f_{k-1}^{T_{n-2}} z_m S_{k-1}^{f_{T_{n-2}}} + f_{k-1}^{T_{n-2}} z_m S_{k-1}^{f_{T_{n-2}}} + f_k^{T_{n-2}} S_{k-2}^{f_{T_{n-2}}}], n = 2m \\ S_k^{f_{T_n}} = \frac{1}{f_k^{T_n}} [x f_{k-1}^{T_{n-1}} S_{k-1}^{f_{T_{n-1}}} + x f_{k-1}^{T_{n-1}} S_{k-1}^{f_{T_{n-1}}} + f_k^{T_{n-1}} S_{k-1}^{f_{T_{n-1}}}], n = 2m + 1 \end{cases} \quad (11)$$

其中 y_i, z_i 和 x .

) S^a 的计算

S^a 取决于系统的实现方案,对于图 1 所示的任意阶无漂移全极点有源低通滤波方案^[1],

$$a_k = \begin{cases} R_1 (C_1 + C_2), & k = 1 \\ R_1 C_1 (R_2 + R_3) C_2, & k = 2 \\ R_1 R_2 R_3 \dots R_{k-1} C_1 C_2 \dots C_{k-1} R_k (C_k + C_{k+1}), & k = 3, 5, \dots, n \\ R_1 R_2 R_3 \dots R_{k-1} C_1 C_2 \dots C_{k-1} (R_k + R_{k+1}) C_k, & k = 4, 6, \dots, n \\ R_1 R_2 R_3 \dots R_n C_1 C_2 C_3 \dots C_n, & k = n \end{cases} \quad (12)$$

$$k = \begin{cases} C_{k+1}/C_k, & k = 1, 3, \dots, n \\ R_{k+1}/R_k, & k = 2, 4, \dots, n \end{cases}$$

则

$$\begin{cases} S_{R_i}^a = S_{C_i}^a = 1, i = 1, 2, \dots, n \\ S_{R_i}^a = S_{C_i}^a = 1, k = 1, 2, \dots, n-1; i = 1, 2, \dots, k-1 \\ S_{R_k}^a = \frac{1}{1+k}, S_{R_{k+1}}^a = \frac{k}{1+k}, S_{C_k}^a = 1, k = 2, 4, 6, \dots \\ S_{R_k}^a = 1, S_{C_k}^a = \frac{1}{1+k}, S_{C_{k+1}}^a = \frac{k}{1+k}, k = 1, 3, 5, \dots \\ \text{其它为 } 0. \end{cases} \quad (13)$$

这样通过解线性方程组 $AS^{xyz} = S^a$,便可得到 S^{xyz} ,进而由 (9) 式得到各 y_i, z_i 和 Q 的灵敏度.

2 仿真实验

用仿真实验检验上述计算方法的正确性.方法是:假设无漂移滤波器的某一元件值有一定变化,则由 (12) 可得到变化后系统传递函数的多项式形式.将多项式分解,联合 (4)、(5),得到新的 y_i, z_i 和 x 的值,再由灵敏度的定义 $S_{l_j}^{\mu} = \frac{\partial \mu / \mu}{\partial l_j / l_j}$,便可得到 $S_{l_j}^{y_i}, S_{l_j}^{z_i}$ 和 $S_{l_j}^x$,再由 (9) 式得到各 Q 灵敏度.这个结果为实验值.最后,将该实验值与 (8) 式的计算结果比较以验证 (8) ~ (13) 式所述理论方法的正确性.

对于 3 阶系统,传递函数为: $H(S) = \frac{H_0}{T_n(S)} = \frac{H_0}{(xS + 1)(y_1 S^2 + z_1 S + 1)}$,由 (11) 得矩阵 A 为:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ \frac{y_1}{x z_1 + y_1} & \frac{x z_1}{x z_1 + y_1} & \frac{x z_1}{x z_1 + y_1} \\ 0 & \frac{z_1}{z_1 + x} & \frac{x}{z_1 + x} \end{bmatrix} \quad \text{. 如要设计一巴特沃}$$

思滤波器,则 $T_n(S) = (S + 1)(S^2 + S + 1)$, A 阵为

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \quad \text{. 由 (13) 式计算无漂移滤波器的系}$$

数灵敏度矩阵 $\begin{bmatrix} S_{R_1}^{a_3} \\ S_{R_1}^{a_2} \\ S_{R_1}^{a_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$. 因此线性方程组 (8) 的

根为 $\begin{bmatrix} S_{R_1}^{y_1} \\ S_{R_1}^{z_1} \\ S_{R_1}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, 由 (9) 得 $\begin{bmatrix} S_{R_1}^1 \\ S_{R_1}^{Q_1} \\ S_{R_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$. 另一方

面,假设 R_1 变为 $1.002 R_1$,则 $T_n(S)$ 由 $S^3 + 2S^2 + 2S + 1$ 相应地变为 $1.002 S^3 + 2.004 S^2 + 2.004 S + 1 = (1.002 S + 1) + (S^2 + 1.002 S + 1)$,并由 (4) 和 (5) 可知 y_1, z_1, x 分别变为 $1.000, 1.002$ 和 1.002 .

再由 $S_{l_j}^{\mu} = \frac{\partial \mu / \mu}{\partial l_j / l_j} = \frac{\mu / \mu}{l_j / l_j}$ 得到 $\begin{bmatrix} S_{R_1}^{y_1} \\ S_{R_1}^{z_1} \\ S_{R_1}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 \\ 1.000 \\ 1.000 \end{bmatrix}$,进而

得到 $\begin{bmatrix} S_{R_1}^1 \\ S_{R_1}^{Q_1} \\ S_{R_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 \\ -1.000 \\ -1.000 \end{bmatrix}$. 这里用 $\frac{\mu / \mu}{l_j / l_j}$ 逼近 $\frac{\partial \mu / \mu}{\partial l_j / l_j}$,

当假设每个元件值变为原来的 100.2 % 时,以 $i = 1$ 为例,所有参数的灵敏度如表 1 所示.

表 1 三阶无漂移巴特沃斯滤波器 Q 和 灵敏度理论与实验值对照表

Tab. 1 Theoretical and experimental result of Q and sensitivities of the non-drift 3rd order butterworth filter						
理论值/ 实验值	R_1	C_1	R_2	C_2	R_3	C_3
$S_{I_j}^1$	0/ 0.000	- 0.5/ - 0.501	- 0.5/ - 0.501	- 0.5/ - 0.501	- 0.5/ - 0.501	0/ 0.000
$S_{I_j}^{Q_1}$	- 1/ 1.000	- 0.5/ - 0.501	0.5/ 0.501	- 0.5 - 0.501	0.5/ 0.501	1/ 1.000
S_{I_j}	- 1/ 1.000	0/ 0.000	0/ 0.000	0/ 0.000	0/ 0.000	- 1/ - 1.002

对于 4 阶系统, $T_n(S) = (y_2 S^2 + z_2 S + 1)(y_1 S^2 + z_1 S + 1)$, A 阵为:

1

0

1

0

$\frac{z_2 y_1}{z_2 y_1 + z_1 y_2}$

$\frac{y_2 z_1}{z_2 y_1 + z_1 y_2}$

$\frac{z_1 y_2}{z_2 y_1 + z_1 y_2}$

$\frac{y_1 z_2}{z_2 y_1 + z_1 y_2}$

$\frac{y_1}{y_1 + z_1 z_2 + y_2}$

$\frac{z_1 z_2}{y_1 + z_1 z_2 + y_2}$

$\frac{y_2}{y_1 + z_1 z_2 + y_2}$

$\frac{z_1 z_2}{y_1 + z_1 z_2 + y_2}$

0

$\frac{z_1}{z_1 + z_2}$

0

$\frac{z_2}{z_1 + z_2}$

仍以巴特沃斯滤波器为例, $T_n(S) = (S^2 + 0.765S + 1)(S^2 + 1.848S + 1)$, 同样用图 1 所示电路实现. 以 $i = 1$ 为例,则 和 Q 灵敏度的理论与实验值如表 2 所示. (由于 C_1 和 C_2 、 R_2 和 R_3 以及 C_3 和 C_4 对系统灵敏度的贡献在 $i = 1$ 时相同,我们将其合并为一列表示.)

数据表明,理论值与实验结果的一致性很好,验证了(8)~(13)式所述理论方法的正确性. 同时,综合表 1 和表 2 数据可见图 1 所示系统具有良好的低参数灵敏度特性.

3 结论

本项研究得到了一种计算无漂移全极点有源低通滤波器 Q 和 灵敏度的一般方法,对于给定阶数的滤波器, A 阵的形式是一样的,并且当系统阶数

表 2 四阶无漂移巴特沃斯滤波器 Q 和 灵敏度理论与实验值对照表

Tab. 2 Theoretical and experimental result of Q and sensitivities of the non-drift 4th order butterworth filter

理论/ 实验值	R_1	$C_1 (C_2)$	$R_2 (R_3)$	$C_3 (C_4)$	R_4
$S_{I_j}^1$	- 0.86/ - 0.86	- 0.25/ - 0.25	0.36/ 0.35	- 0.25/ - 0.25	- 0.86/ - 0.86
$S_{I_j}^{Q_1}$	- 0.35/ - 0.36	0.25/ 0.24	- 0.01/ 0.00	- 0.25/ - 0.25	0.36/ 0.35
$S_{I_j}^2$	0.36/ 0.35	- 0.25/ - 0.25	- 0.86/ - 0.86	- 0.25/ - 0.25	0.36/ 0.35
$S_{I_j}^{Q_2}$	- 0.86/ - 0.82	- 1.46/ - 1.43	0.01/ 0.01	1.46/ 1.45	0.85/ 0.87

增加时,通过简单的迭代关系便可得到矩阵 A 的各元素值. 当具体实现的滤波器不同(如巴特沃斯、切比雪夫、汤普森滤波器等)时,只需简单地将相应滤波器的参数代入,这为滤波器的灵敏度分析提供了方便,从而简化了设计期间参数优化的繁琐计算. 特别地,计算中有规律的迭代关系很容易用软件在计算机上实现,非常利于设计的自动化. 该方法对一般的滤波器灵敏度问题具有普适性.

参考文献:

[1] 陈涤,崔仁涛,樊德军. 任意阶无漂移全极点有源低通滤波器的原理与实现[J]. 仪器仪表学报,1999,20(3): 290~293.

[2] Sanjit R Mitra, P P Vaidyanathan, Brian D O Anderson. A General Theory and Synthesis Procedure for Low-Sensitivity Active RC Filters[J]. IEEE, Trans on Circuits and Systems, 1985,32(7):687~699.


[3] Kenneth R Laker, M S Ghausi. Synthesis of a Low-Sensitivity Multiloop Feedback Active RC Filter[J]. IEEE, Trans On Circuits and Systems, 1974,21(2):252~259.

[4] G S Moschytz. Low-Sensitivity, Low-Power, Active-RC Allpole Filters Using Impedance Taping[J]. IEEE, Trans on Circuits and Systems, 1999,46(8):1009~1026.

[5] M S Ghausi, K R Laker. Modern Filter Design: Active RC and Switched Capacitor[M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1981.

[6] L P Huelsman. Active and Passive Analog Filter Design: An Introduction[M]. New York:McGraw-Hill, 1993.

(编辑:冯保初)

 © 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>