

## 图论与神经网络相关问题研究进展

丁琳

(烟台职业学院山东烟台 264000)

摘要: 本文阐述了图论与神经网络的相关关系, 在此基础上, 笔者详细论述了图论与神经网络相关问题的研究现状, 希望能给相关研究者提供借鉴和参考。

关键字: 图论 神经网络 研究现状 相关关系

中图分类号: Q189

文献标识码: A

文章编号: 1674-098X(2008)02(a)-0161-01

## 1 图论与神经网络的概念及相关关系

自然界和人类社会中的大量事物和事物之间的关系, 常常可以用图形来描述。例如, 物质的结构, 电气网络, 城市规划, 交通运输, 信息传递, 工作调配, 事物关系等等都可以用点和线连接起来的图模拟。研究图的基本概念和性质, 图的理论及其应用, 构成了图论的主要内容。图论是一门古老的学科, 它的诞生可以追溯到 1736 年, 然而图论的真正兴起并形成一门独立的学科是近几十年的事情。近若干年来, 在计算机科学蓬勃发展的刺激下, 图论也获得一个很大的空间, 有了自己的位置。图论具有直观、清晰、解决问题简捷等优点。

更重要的是, 许多的实际问题可以等价地转化为图论问题来处理。正因为如此, 图论已广泛应用于计算机科学、数学、物理、系统工程、通讯工程、控制工程、以及社会科学等领域。尤其在电子科学技术领域里, 就得到愈来愈多的应用。不仅用在网络的分析和综合, 通讯网络和开关网络的设计, 而且还可以直接应用于印制电路走线与集成电路布局以及故障的诊断与模式识别。可以这么说, 图论之所以成为图论, 是因为它显示了很好的应用前景。图论是一门既古老又年轻的学科, 具有强大的生命力。

神经网络可以分为两类: 一类是生物神经网络, 另一类是人工神经网络。生物神经网络是自然界中的一种客观存在的、由生物神经网络中神经细胞按照一定的连接方式连接而形成的网络如人脑神经系统是到目前为止所发现的最具有智慧的生物神经网络; 人工神经网络是科学工作者利用电子技术、光学技术等模拟生物神经网络的某些结构、特征以及功能而人为地研究制造的具有智能化的网络。

反馈人工神经网络是人工神经网络研究中具有非常重要地位的一类网络。目前在已经提出的反馈网络模型中, 最成功、最受人们关注而且相对成熟的模型有两种: 一种是大家非常熟悉的 Hopfield 网络, 另一种是细胞神经网络。

Hopfield 网络分为两种, 一种是离散 Hopfield 网络(Discrete Hopfield Neural Networks, 简记为 DHNN), 另一种是连续 Hopfield 网络(Continuous Hopfield Neural Networks, 简记为 CHNN)。DHNN 是 Hopfield 在 1982 年首先提出的, 而 CHNN 是 Hopfield 在 1984 年提出来的。Hopfield 网络的提出以及成功应用为神经网络的第二次兴起和发展起了极大的促进作用。Hopfield 网络目前是研究反馈神经网络的基础。Hopfield 网络已被广泛应用于各种组合优化计算, 模式识别, 联想记忆, 信号处理和图像处理

理等许多领域。

细胞神经网络(Cellular Neural Networks, 有时简记为 CNN) 是 Chua 和 Yang 于 1988 年提出的一种局域连接网络。CNN 的拓扑结构和 Hopfield 网络的拓扑结构类似也可以用一个图 G 来表示, 当然图 G 的顶点集是一个  $M \times N$  的矩形点阵, 即顶点分布在  $M \times N$  的矩形的交叉线上, 只不过这里的细胞与细胞之间的连接权仅仅取决于网络的模板结构和邻域半径。

由于 CNN 中的某些缺陷, 如细胞格子中的中间细胞、边上细胞与四个角上的细胞之间在连接上的不平等性导致边界上出现稳定性差的现象等, 人们提出了一种细胞格子是环面状结构的 CNN 和最小核度神经网络等网络。

图论作为一种很有用的工具可广泛地应用于神经网络许多方面的研究中, 诸如神经网络的结构算法, 神经网络的模型设计, 神经网络的稳定性理论以及前向人工神经网络模式分类问题。另一方面, 人工神经网络作为一种有力的工具可应用于图论的研究中, 如网络的优化问题, 特别是, 由于图论中有许多组合优化问题都是困难的 NP - 完全问题, 这些问题都可以借助于神经网络来求解, 如图的最大对集和 Hamilton 问题等<sup>[1-4]</sup>。

## 2 图论与神经网络相关问题的研究现状

近年来, 图的因子理论已成为图论中的热门问题之一, 特别是刘桂真开创性地提出正交因子分解更是受到国内外学者的关注。有不少博士论文研究的就是图的因子理论中的某些问题, 如中国科学院系统所的石民勇博士和山东大学的闰桂英博士等。目前, 图的因子理论的结果非常多, 文献总结了近些年来, 图的因子和因子分解的若干进展, 并且提出了需要进一步研究的问题, 猜想也很多。

在图的因子理论当中, 研究给定的图是否有相应的因子, 目前这方面讨论比较多的是具有某种给定性质的因子问题的研究。在图的因子覆盖和因子消去方面, 其度数有限制方面的结果比较多, 而分支因子覆盖和消去方面的结果则较少。在图的因子分解方面研究比较多的是正交因子分解, 如正交  $[a, b]$ ——因子分解, 正交  $(g, f)$ ——因子分解以及正交  $(g_i, f_i)m$ ——因子分解等。

除此以外, 还有满足某种特定条件的因子分解和正交因子分解, 如图的随机正交因子分解, 分数因子分解等。DHNN 模型是研究整个反馈离散人工神经网络的基础, 因而受到神经网络领域内许多学者的极大关注。由于 DHNN 模型在组合优化、函数逼近、模式识

别等领域都有广泛的应用, 而这些应用的前提是网络必须是收敛的。因此, 研究反馈网络的最基本最主要的问题之一是稳定性问题, 即网络的收敛性问题, 也就是说, 任给网络的初始状态, 网络最终是收敛到稳定吸引子, 环吸引子, 还是混沌(Chaos)吸引子。目前, 有关 DHNN 的稳定性和极限环的研究结果已有许多, 但多数是围绕连接权矩阵是对称或反对称以及阈值为零来进行的。当然研究的主要演化方式是异步、同步和部分同步。作为 DHNN 模型的推广。

CNN 的演化行为的研究一直受到国内外许多学者的重视, 得到了很多结果。特别是连续的 CNN 的稳定性吸引子, 环吸引子和混沌吸引子的研究结果更多。相比较而言离散 CNN 的吸引子方面的结论要少一些由于 CNN 的连接权矩阵取决于细胞格子的结构、模板的结构和邻域的半径, 因此, 我们可以从细胞格子和模板的结构出发研究其收敛性无论是离散 HNN 还是离散 CNN 以及暂态混沌神经网络或者离散反馈神经网络的理论研究和应用大都基于网络的连接权是对称的。而且所用的方法大部分都是定义能盘函数的方法。

## 参考文献

- [1] 许进, 保铮. 神经网络与图论[J]. 中国科学(E), 2001, 31(6): 533-555.
- [2] 许进, 焦李成. 最小核度神经网络及其相关问题的研究[R]. 八六三计划“八五”期间项目最终科学技术报告, 1999, 10.
- [3] 许进, 保铮. 离散神经网络的数学理论(I)-网络状态图[J]. 西安电子科技大学学报, 1999, 26(3): 265-268.
- [4] 许进, 张军英, 保铮. 基于 Hopfield 网络的图的着色算法[J]. 电子学报, 1996, 24(10): 8-13.