

图论的应用实例

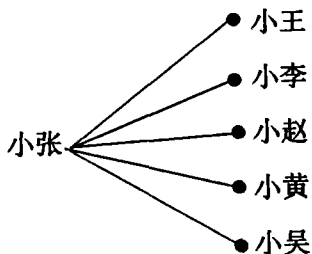
张建茹

(内蒙古电大直属学院)

虽然最早的图论问题追溯 1736 年(哥尼斯堡七桥问题),而且在 19 世纪关于图论的许多重要结论已得出。但是直到 20 世纪 20 年代图论才引起广大学者的注意并得以广泛接受和传播。毫无疑问,近年来图论受到广泛关注的一个重要原因是其在许多领域的广泛应用价值,这些领域包括计算机科学、化学、运筹学、电子工程、语言学 and 经济学等。下面的一些应用实例,能够简单说明图论的应用方法。

一、一个部门中有 25 人,由于纠纷而使得关系十分紧张,是否可使每个人与 5 个人相处融洽?

这看起来是社会学领域的问题,我们可以尝试多种方法,而其中的一种方法就是将其化为图。建立一个图的模型,最基本的问题是如何描述它——什么是结点,什么是边?在本问题中,没有太多的选择,只有人和纠纷。我们可试着用结点来代表人。用边来代表图中结点之间的关系,这是很常见的。在这里结点之间的关系是“关系是否融洽”,因此,若两个结点(人)关系融洽,那么就在它们之间加上一条边。



现在假设每个人与其他 5 个人关系融洽。例如,在图一上显示出我们所描述的图的一部分,小张与小王、小李、小赵、小黄和小吴关系融洽,再没有其他。25 个人均是这种情况。这是否可能?在图论中,一个重要的推论:在任意图中,具有奇数度的结点个数必为偶数。现在出现了矛盾:有 25 (奇数)个具有 5(奇数)度的结点。因此,该问题是

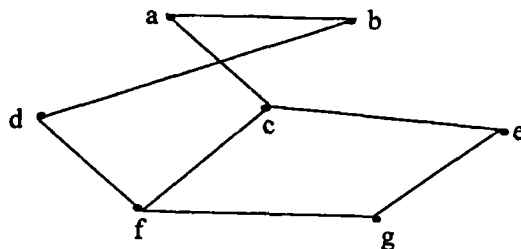
不可能实现的。

二、举行一个国际会议,有 a, b, c, d, e, f, g 等 7 个人,已知下列事实:

- a 会讲英语;
- b 会讲英语和汉语;
- c 会讲英语、意大利语和俄语;
- d 会讲日语和汉语;
- e 会讲德语和意大利语;
- f 会讲法语、日语和俄语;
- g 会讲法语和德语。

试问这 7 个人应如何排座位,才能使每个人都能和他身边的人交谈?

这个问题看起来很熟悉。我们还是用图解这个问题。依然是建立一个图的模型,确定结点和边。这里有“人和语言”,那么我们用结点来代表人,于是结点集合 $V = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ 。对于任意的两点,若有共同语言,就在它们之间连一条无向边,可得边集 E, 图 $G = (V, E)$, 如图二:



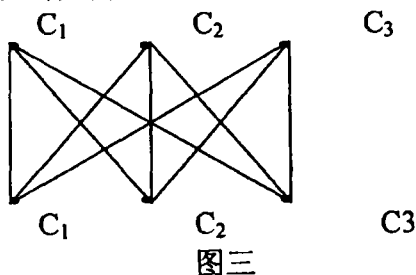
图二

如何排座位使每个人都能和他身边的人交谈?问题转化为在图 G 中找到一条哈密顿回路的问题(哈密顿回路即是通过每个结点一次且仅一次的回路)。而 $a b d f g e c a$ 即是图中的一条哈密顿回路。照此顺序排座位即可。

三、有三座城市 C_1, C_2, C_3 , 要修建高速公路与另外三座城市 C_4, C_5, C_6 直接相连通。能否设计一个公路网使任意两个高速公路之间彼此不交叉?

这是一个涉及交通方面的问题。很显然我们

用结点代表城市,两城市之间修建高速公路,则在它们之间连一条无向边。图三所示是一个存在交叉的设计方案。



图三

当你试着找出一个不存在交叉的设计方案时,很快就会发现不可能做到这一点。

我们给出一个定义:如果一个图能够在平面中画出来,且任意两条边不相交,则该图就是平面图。

在设计电路时要求相交的线尽可能的少,因此,电路设计者面临的主要问题就是平面性问题。

当在一个平面上画出一个连通的平面图时,该平面被分成几个连续的区域,这样的区域被称为面,我们称图 $G = (V, E)$, 点集 V 的个数为 v , 边集 E 的个数为 e , 若 G 是平面图, 面的个数为 f 。早在

1752 年,欧拉证明了对于任何连通的平面图均满足等式: $f = e - v + 2$ 。图三被我们称作 $k_{3,3}$, 现在我们来证明 $k_{3,3}$ 不是平面图。

假设 $k_{3,3}$ 是平面图, 面数为 f , 因为每一条回路最少有四条边, 所以每个面的边界至少有四条边围成, 所有边界所含的边的总数至少等于 $4f$ 。在平面图中, 每一条边最多属于两个面的边界回路, 所以有

$$2e \geq 4f$$

由欧拉公式 $2e \geq 4(e - v + 2)$

图 $k_{3,3}$ 中 $e = 9, v = 6$, 代入得

$$18 = 2 \times 9 \geq 4 \times (9 - 6 + 2) = 20$$

产生矛盾。因此 $k_{3,3}$ 不是平面图。

所以在这里无法设计一个公路网使任意两个高速公路彼此不交叉。

由上几例, 可以看出图论的应用范围非常广泛。许多离散的问题都可用图建立模型。为了建立图的模型, 要确定结点和边各代表什么。一般的作法是用边来代表结点之间的联系。

(责任编辑: 张建荣)

(上接第 49 页)理有效, 能否进行合理的推测、想象以及大胆的猜想。

在地理实践中, 教师根据学生实地观察与观测、调查、实验、讨论、解决问题等活动的质量, 以及在活动中表现出来的兴趣、好奇心, 投入程度, 合作态度, 意志毅力和探索精神等, 即可评价出学生参与地理探索活动的程度和水平。

四、地理实践活动是实现三大课程目标的重要途径之一

长期以来, 受“科技至上”、“唯智主义”等教育思想的影响, 基于认知的“双基”成为教学目的的主宰, 学生的情感发展多被忽略, 学习过程体验及方法学习几乎为空白, 严重影响了学生健全人格的发展。传统教育弊端逐渐被教育专家所认识。美国教育心理学家 B·P·布鲁姆、R·M·加涅等主张的知、能、情协调以及过程体验、学习策略等教育心理学理论日益受到关注, 成为当代世界课程目标价值取向的重点。

地理实践活动以其在实现三大课程目标中特有的作用, 在地理教学中占据了极其重要的地位。

地理实践活动在实践下列课程目标中发挥着突出的作用。(1)知识与技能方面: 地理观测、调查统计以及运用其它手段获取地理信息; 知道家乡的地理概貌; 了解人类所面临的人口、资源、环境和发展等重大问题, 初步认识环境与人类活动的相互关系。(2)过程和方法方面: 感知身边的地理事物, 形成地理表象; 根据收集到的地理信息, 通过比较、抽象、概括等思维过程, 形成地理概念、规律; 运用已获得的地理概念、原理, 对地理事物进行分析, 做出判断; 从生活中发现地理问题, 提出探究思路, 收集相关信息, 运用有关知识和方法, 提出看法或解决问题的设想; 运用适当的方法和手段, 表达自己学习的体会、看法和成果, 并和别人交流。(3)情感态度与价值观方面: 形成对地理的好奇心和兴趣, 养成求真、求实的科学态度和审美情趣; 关心家乡的环境与发展, 增强热爱家乡的情感; 增强对环境资源的保护意识和法制意识, 初步形成可持续发展的观念。

[责任编辑: 张建荣]