系统可靠性灵敏度分析方法及其应用研究*

RELIABILITY SENSITIVITY ANALYSIS METHOD FOR STRUCTURAL SYSTEM AND ITS APPLICATION

宋述芳** 　吕震宙
(西北工业大学 航空学院 ,西安 710072)
SONG ShuFang　LU ZhenZhou
(School of Aeronautics , Northwestern Polytechnical University , Xi'an 710072 , China)

摘要　基于已有的单个失效模式可靠性灵敏度分析 ,建立多模式串、并联系统失效概率对基本变量分布参数的灵敏度分析方法 ,着重研究多模式并联系统可靠性灵敏度分析的近似方法。该方法以数字模拟为基础 ,根据样本点对系统失效概率的贡献 ,对计算失效概率的所有样本点进行筛选 ,并由筛选出的样本点线性回归模拟并联系统失效域 ,得到等价的单个线性极限状态方程 ,从而将多模式并联系统的可靠性灵敏度分析等价转换为单个模式的灵敏度分析。对于多模式串联系统的可靠性灵敏度分析 ,文中采用的方法是将串联系统的失效概率精确转换成单个模式失效概率与多个模式并联系统失效概率的代数和 ,然后逐项进行灵敏度分析 ,进而得到串联系统的可靠性灵敏度。对于结构系统的极限状态方程含有复杂综合随机变量的灵敏度分析问题 ,提出一种基于二次回归分析的近似处理方法 ,通过推导的综合随机变量分布参数对基本变量分布参数的偏导数公式和复合函数求导法则 ,最终得到复杂多模式系统失效概率对基本变量分布参数的灵敏度。文中用理论数值算例验证所提算法的精度与可行性 ,并将所提方法推广应用到工程算例中 ,验证其工程应用价值。

关键词　可靠性灵敏度分析　失效模式　回归分析

中图分类号　O213.2　TB114.3

Abstract　Based on reliability sensitivity analysis method of single failure mode , the sensitivity method of system failure probability with respect to distribution parameters of basic variables is constructed for the structural system with multiple failure modes in series or in parallel. The reliability sensitivity method is first presented for the structural system with multiple failure modes in parallel , which is founded on the numerical simulation algorithm. By taking the contribution of the samplings to the system failure probability into consideration , the appropriate samplings are selected to fit the failure region of the structural system with multiple modes in parallel by regression. After the equivalent failure region described by single limit state equation is obtained to represent the failure region of the structural system described by multiple limit state equations , the reliability sensitivity analysis of the structural system in parallel is equivalently transformed to that of the single failure mode. For the structural system with multiple failure modes in series , since the system failure probability can be expressed by the algebra sum of the failure probabilities of each failure mode and those of multiple failure modes in parallel precisely , the reliability sensitivity analysis of the system in series might be completed by use of the reliability sensitivity methods for the single failure mode and for the system in parallel. When the complex random variable , the function of the basic random variable , is included in the structural system , a quadratic polynomial is proposed to fit the relationship of the complex random variable and the basic random variable. Combining the derived gradient function of the distribution parameters of the complex variables to those of the basic variables , the chain derivative law is proposed to get the reliability sensitivity for the structural system with complex variables. After the precision and the feasibility of the presented method are illustrated by the numerical examples , it is applied to the engineering example.

Key words　Reliability sensitivity analysis ; Failure mode ; Regression analysis

Corresponding author : LU ZhenZhou , E-mail : zhenzhoulu @nwpu. edu. cn , Tel :/ Fax : + 86-29-88460480

The project supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 10572117) , the Program for New Century Excellent Talents in University(No. NCET-05-0868) ,China.

Manuscript received 20050705 , in revised form 20050913.

* 20050705 收到初稿 ,20050913 收到修改稿。国家自然科学基金(10572117) 、新世纪优秀人才支持计划(No. NCET-05-0868) 资助项目。

** 宋述芳 ,女 ,1982 年 1 月生 ,河北省定州市人 ,汉族。西北工业大学航空学院研究生 ,主要研究方向为结构可靠性。

1 引言

可靠性灵敏度分析是可靠性设计中非常重要的一项工作,它可以提供基本变量分布参数的变化引起可靠性的变化率信息,因而有必要对其进行研究。目前对于单个失效模式的可靠性灵敏度分析已有很好的解决方法,如基于改进一次二阶矩的可靠性灵敏度分析方法,该方法对于线性极限状态方程、正态变量的情况可以得到精确解[1~3],对于非线性极限状态方程、正态变量可以得到近似解;还有基于 Monte Carlo 数字模拟的可靠性灵敏度分析方法[3,4],该方法的基本思路是,从 Monte Carlo 法计算失效概率的样本点中抽取落入失效域的所有样本点,通过线性回归得到极限状态方程的近似表达式,然后再利用解析法进行灵敏度分析。这种基于数字模拟的单模式灵敏度分析方法适用于隐式极限状态方程,并且在隐式极限状态方程的非线性程度不太大时有很高的计算精度,该方法的显著缺点是对于小失效概率问题计算工作量较大。对于单失效模式的可靠性灵敏度分析,也有文献采用基于二次二阶矩的近似解析法[5],但这种方法对一次二阶矩的可靠性灵敏度分析方法有很大的依赖性。

以上主要是对单个模式的可靠性灵敏度分析方法进行分析,目前关于多模式系统可靠性灵敏度分析的文献并不多见,已查到的文献多采用的是有限差分法[6]。有限差分法虽然很简单,但其计算工作量很大,有限差分法中步长控制不当很有可能引出错误的结果,因此,多模式的可靠性灵敏度分析问题亟待解决。对于结构系统的多个失效模式,它们之间相互制约又相互关联,使得由单个模式失效概率的变化很难预测多失效模式系统失效概率的变化,为了较准确地预测基本变量分布参数的变化引起系统失效概率的变化率,本文主要研究串、并联系统的可靠性灵敏度分析方法。本文首先提出一种并联系统可靠性灵敏度近似分析方法,并将其推广到串联系统,还解决含有复杂综合随机变量的多模式系统的可靠性灵敏度分析问题,最后用算例验证所提方法的合理性。

2 并联系统可靠性灵敏度分析的近似方法

为讨论简单起见,设所研究问题包含的基本变量为 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$, n 个基本变量均服从均值为 μ_i 和方差为 σ_i^2 的正态分布,即 $x_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)\ (i = 1,2,\cdots,n)$,并设并联系统含有 m 个极限状态函数为 $g_j(\mathbf{x})\ (j = 1,2,\cdots,m)$ 的失效模式,此时并联系统的失效域 Ω_f 可由式(1)表示,失效概率可由式(2)表示

$$\Omega_f = \bigcap_{j=1}^{m} [g_j(\mathbf{x}) < 0] \tag{1}$$

$$P_f^{(s)} = \int \cdots \int_{\Omega_f} f_X(\mathbf{x}) \mathrm{d}\mathbf{x} \tag{2}$$

其中 $g_j(\mathbf{x}) < 0$ 表示第 j 个失效模式定义的失效域, $f_X(\mathbf{x})$ 为基本变量的联合概率密度函数。

为了得到可靠性灵敏度,即求得 $\dfrac{\partial P_f^{(s)}}{\partial \mu_i}$ 和 $\dfrac{\partial P_f^{(s)}}{\partial \sigma_i}$,本文提出基于数字模拟的近似可靠性灵敏度分析方法。该方法的基本思路是用单个失效模式定义的失效域等价替代 Ω_f。为了使所得的单个失效模式能够在失效概率和失效概率的梯度函数上近似等效原来的多模式并联系统,必须建立一个合理的选择回归分析样本点的准则,该准则必须考虑要近似的对象 Ω_f 的边界,以及样本点对失效概率的贡献。从后续灵敏度分析方法上考虑,可以将等价的单个模式极限状态函数选为线性的或二次多项式的形式。

设 $\mathbf{x}_i\ (i = 1,2,\cdots,N)$ 是用来求式(2)所示的并联系统失效概率的 N 个样本点,由式(2)可知,在并联系统失效域 Ω_f 中,样本点的联合概率密度函数越大,其对 $P_f^{(s)}$ 的贡献越大,并且对 $P_f^{(s)}$ 贡献大的样本一般都会落在并联失效域的边界附近,为此可以将极限状态函数值落在下列区域的样本点选作回归分析的样本点。

$$-\varepsilon \le g_j(\mathbf{x}_i) \le 0$$
$$(i = 1,2,\cdots,N,\ j = 1,2,\cdots,m) \tag{3}$$

上式中 ε 是一个小的正数,它是一个经验常数,可以通过试算的方法加以确定。满足式(3)的样本点显然是落在并联失效域边界附近的。

设由满足式(3)的样本点,经过回归分析得到如下线性的单个等价极限状态方程 $g_e(\mathbf{x}) = 0$。

$$g_e(\mathbf{x}) = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i x_i = 0 \tag{4}$$

则可以采用单模式可靠性灵敏度分析方法近似得到 $\dfrac{\partial P_f}{\partial \mu_i}$ 和 $\dfrac{\partial P_f}{\partial \sigma_i}$ 如下所示

$$\frac{\partial P_f}{\partial \mu_i} \approx \frac{\partial P(g_e < 0)}{\partial \mu_i} = \frac{\partial P(g_e < 0)}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial \mu_i} = -\frac{a_i}{\sqrt{2\pi}\sigma_{g_e}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu_{g_e}}{\sigma_{g_e}}\right)^2\right] \tag{5}$$

$$\frac{\partial P_f}{\partial \mu_i} \approx \frac{\partial P(g_e < 0)}{\partial \sigma_i} = \frac{\partial P(g_e < 0)}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial \sigma_i} = \frac{a_i^2 \sigma_i \mu_{g_e}}{\sqrt{2\pi}\sigma_{g_e}^3} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu_{g_e}}{\sigma_{g_e}}\right)^2\right] \tag{6}$$

其中

$$\beta = \frac{\mu_{g_e}}{\sigma_{g_e}} = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i \mu_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} a_i^2 \sigma_i^2}}$$

3　多模式串联系统可靠性灵敏度分析

对于极限状态方程为 $g_j(x) = 0 (j = 1, 2, \cdots, m)$ 的 m 个模式的串联系统,则系统的失效概率 $P_f^{(s)}$ 的精确表达式为

$$P_f^{(s)} = \sum_{i=1}^{m} P_{f\,i} - \sum_{i=2}^{m}\sum_{j=1}^{i-1} P_{f\,ij} + \cdots + (-1)^{m-1} P_{f\,12\ldots m} \quad (7)$$

其中 P_{fi} 为第 i 个失效模式的失效概率;$P_{f\,ij}$ 为第 i 和第 j 个失效模式同时失效的概率,可以看作两个模式的并联系统的失效概率;$P_{f\,12\ldots m}$ 则可以看作 m 个失效模式并联系统的失效概率。

为求得串联系统的可靠性灵敏度,可以逐项求得式(7)的灵敏度,其中单个失效模式可靠性灵敏度的求解可借鉴已有的方法,两个及两个以上模式的共同失效概率的灵敏度分析可采用上节并联系统的求解方法。

4　数值算例

为验证所提算法的精度,以下给出四个具有精确解的算例,由于并联系统可靠性灵敏度近似算法的精度,可以合并在串联系统可靠性灵敏度分析中加以验证,因此下面均对串联系统的灵敏度计算准确度进行验证。

4.1　算例 1

某串联系统由两个失效模式组成,它们的极限状态方程如下所示

$$g_1(x) = 4x_1 + 3x_2 - 7 = 0$$
$$g_2(x) = -3x_1 + 4x_2 - 7 = 0$$

其中 $x_1 \sim N(3,1)$、$x_2 \sim N(2,1)$,系统失效概率 $P_f^{(s)}$ 对基本变量分布参数的灵敏度计算结果对照见表 1。

4.2　算例 2

某串联系统由两个失效模式组成,它们的极限状态方程如下所示

$$g_1(x) = x_1 + x_2 - 5 = 0$$
$$g_2(x) = -x_1 + x_2 - 3.5 = 0$$

其中 $x_1 \sim N(4,1)$、$x_2 \sim N(4,1)$,系统失效概率 $P_f^{(s)}$ 对基本变量分布参数的灵敏度计算结果对照见表 1。

表 1　算例 1 与 2 的计算结果

Tab. 1　Results of example 1 and 2

算例 Example		$\partial P_f^{(s)}/\partial\mu_{x_1}$	$\partial P_f^{(s)}/\partial\mu_{x_2}$	$\partial P_f^{(s)}/\partial\sigma_{x_1}$	$\partial P_f^{(s)}/\partial\sigma_{x_2}$
1	精确解 Exact results	0.019 352	-0.082 808	0.098 602	0.116 772
	本文解 Proposed method	0.016 642	-0.069 095	0.101 108	0.119 046
2	精确解 Exact results	-0.016 761	-0.042 809	0.067 030	0.067 030
	本文解 Proposed method	-0.014 272	-0.040 659	0.067 719	0.067 719

4.3　算例 3

某串联系统由两个失效模式组成,它们的极限状态方程如下所示

$$g_1(x) = 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 8 = 0$$
$$g_2(x) = x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 23 = 0$$

其中 $x_1 \sim N(3,1)$、$x_2 \sim N(4,1)$、$x_3 \sim N(6,1)$,系统失效概率 $P_f^{(s)}$ 对基本变量分布参数的灵敏度计算结果对照见表 2。

4.4　算例 4

某串联系统由三个失效模式组成,它们的极限状态方程如下所示

$$g_1(x) = 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 8 = 0$$
$$g_2(x) = x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 23 = 0$$
$$g_3(x) = -2x_1 - x_2 + x_3 + 10 = 0$$

其中 $x_1 \sim N(3,1)$、$x_2 \sim N(4,1)$、$x_3 \sim N(6,1)$,系统失效概率 $P_f^{(s)}$ 对基本变量分布参数的灵敏度计算结果对照见表 2。

从表 1 和 2 的计算结果对照可以看出,本文所得方法与精确解符合较好,但是精确解只有在线性极限状态方程正交情况下才能得到。而本文方法则无此限制,它甚至不依赖于极限状态方程的解析表达式,有着较广的适用范围。

表 2　算例 3 与 4 的计算结果

Tab. 2　Results of example 3 and 4

算例 Example		$\partial P_f^{(s)}/\partial\mu_{x_1}$	$\partial P_f^{(s)}/\partial\mu_{x_2}$	$\partial P_f^{(s)}/\partial\mu_{x_3}$	$\partial P_f^{(s)}/\partial\sigma_{x_1}$	$\partial P_f^{(s)}/\partial\sigma_{x_2}$	$\partial P_f^{(s)}/\partial\sigma_{x_3}$
3	精确解 Exact results	-0.025 520	0.024 322	-0.026 720	0.026 620	0.063 345	0.038 060
	本文解 Proposed method	-0.025 201	0.024 519	-0.025 410	0.026 258	0.063 858	0.033 465
4	精确解 Exact results	-0.008 223	0.034 760	-0.030 078	0.058 488	0.069 886	0.039 913
	本文解 Proposed method	-0.007 806	0.032 610	-0.026 837	0.058 259	0.062 748	0.031 615

5 工程应用

将所提的方法应用到某型发动机涡轮盘低周疲劳寿命的可靠性灵敏度分析中,由 Manson-Coffin 公式可知,低周疲劳寿命 N_f 与结构应力应变之间有下列关系

$$\Delta\varepsilon/2 = \left(\frac{\sigma_f' - \sigma_m}{E}\right)(2N_f)^b + (\varepsilon_f' - \varepsilon_m)(2N_f)^c \quad (8)$$

其中 $\Delta\varepsilon$ 为应变变程,σ_m 为平均应力,ε_m 为平均应变,σ_f' 为疲劳强度系数,ε_f' 为疲劳延性系数,b 为寿命强度指数,c 为疲劳延性指数,E 为材料的弹性模量。

当多级载荷(如 l 级循环载荷)作用在涡轮盘上时,可以采用累积线性损伤法则建立如下的极限状态方程

$$g = a - \sum_{i=1}^{l}\frac{n_i}{N_{f\,i}(\Delta\varepsilon_i/2, \sigma_{m\,i}, \sigma_f', \varepsilon_f', b, c)} = 0 \quad (9)$$

其中 $N_{f\,i}$ 为第 i 级载荷作用下涡轮盘的低周疲劳寿命,n_i 为第 i 级载荷的循环次数,a 为损伤强度,通常取 $a = 1$。

对于涡轮盘结构来说,应力与应变可以看作是由最基本变量(温度、转速、材料参数)构成的综合随机变量。由第 3 节的方法可以求得系统失效概率对综合随机变量分布参数的灵敏度,但却不能求得系统失效概率对最基本随机变量分布参数的灵敏度。为求此灵敏度,可以采用二次不含交叉项的多项式近似综合随机变量与最基本随机变量关系,并通过综合随机变量分布参数对最基本随机变量分布参数偏导数及复合函数求导法则,得到系统失效概率对基本变量分布参数的灵敏度。

5.1 含综合随机变量情况的可靠性灵敏度分析

设由响应面回归分析可得到综合随机变量 x_j 与基本变量 x_i 的关系如下

$$x_j = c_0 + \sum_{i=1}^{m} c_i x_i + \sum_{i=1}^{m} c_{i\,i} x_i^2 \quad (10)$$

对上式求均值与方差可得

$$\mu_{x_j} = c_0 + \sum_{i=1}^{m} c_i \mu_{x_i} + \sum_{i=1}^{m} c_{i\,i}(\mu_{x_i}^2 + \sigma_{x_i}^2) \quad (11)$$

$$\sigma_{x_j}^2 = \sum_{i=1}^{m} c_i^2 \sigma_{x_i}^2 + 4\sum_{i=1}^{m} c_{i\,i}^2 \mu_{x_i}^2 \sigma_{x_i}^2 + 4\sum_{i=1}^{m} c_i c_{i\,i} \mu_{x_i} \sigma_{x_i}^2 \quad (12)$$

表 3 涡轮盘低周疲劳寿命可靠性灵敏度分析结果

Tab. 3 Results of reliability sensitivity analysis for low cycle fatigue life of aeronautical engine turbine disc

基本变量 Basic random variable	本文方法 Proposed method		近似精确解 Approximately exact results	
	$\partial P_f^{(s)}/\partial\mu_x$	$\partial P_f^{(s)}/\partial\sigma_x$	$\partial P_f^{(s)}/\partial\mu_x$	$\partial P_f^{(s)}/\partial\sigma_x$
ρ	$9.622\,42\times10^{7}$	$9.226\,73\times10^{9}$	$9.622\,42\times10^{7}$	$9.226\,73\times10^{9}$
ω_1	0.011 52	0.004 64	0.011 52	0.004 64
ω_2	0.021 61	0.011 45	0.021 61	0.011 45
ω_3	$-9.419\,99\times10^{-10}$	$-2.196\,63\times10^{-10}$	$-9.419\,99\times10^{-10}$	$-2.196\,62\times10^{-10}$
ω_4	-0.005 49	$-3.098\,77\times10^{-6}$	-0.005 49	$-3.098\,78\times10^{-6}$
T_{11}	$5.501\,9\times10^{-5}$	$8.387\,32\times10^{-7}$	$5.501\,9\times10^{-5}$	$8.387\,32\times10^{-7}$
T_{12}	$3.303\,98\times10^{-6}$	$9.439\,77\times10^{-7}$	$3.303\,98\times10^{-6}$	$9.439\,77\times10^{-7}$
T_{13}	$-6.897\,84\times10^{-12}$	$2.192\,06\times10^{-21}$	$-6.897\,84\times10^{-12}$	$2.192\,06\times10^{-21}$
T_{14}	-0.000 15	$3.338\,18\times10^{-7}$	-0.000 15	$3.338\,18\times10^{-7}$
T_{21}	$1.119\,46\times10^{-11}$	$1.475\,64\times10^{-12}$	$1.078\,08\times10^{-11}$	$1.421\,08\times10^{-12}$
T_{22}	$1.006\,06\times10^{-11}$	$1.164\,66\times10^{-11}$	$9.688\,70\times10^{-12}$	$1.121\,60\times10^{-11}$
T_{23}	$-1.585\,00\times10^{-16}$	$5.693\,76\times10^{-20}$	$-1.526\,41\times10^{-16}$	$5.483\,27\times10^{-20}$
T_{24}	$3.189\,66\times10^{-11}$	$1.260\,40\times10^{-12}$	$3.071\,74\times10^{-11}$	$1.213\,80\times10^{-12}$
n_1	0.040 91	0.000 37	0.040 91	0.000 37
n_2	0.017 81	$7.010\,80\times10^{-5}$	0.017 81	$7.010\,80\times10^{-5}$
n_3	0.000 33	$2.385\,27\times10^{-8}$	0.000 33	$2.385\,27\times10^{-8}$
n_4	0.024 27	0.000 13	0.024 27	0.000 13
n_5	$1.369\,23\times10^{-10}$	$4.704\,46\times10^{-21}$	$1.369\,22\times10^{-10}$	$4.683\,77\times10^{-21}$
σ_f'	-0.000 49	0.000 82	-0.000 49	0.000 82
ε_f'	-3.555 96	0.335 53	-3.555 96	0.335 53
b	-5.088 97	1.431 66	-5.088 97	1.431 66
c	-0.335 85	0.023 94	-0.335 85	0.023 94

进而由上式可推得综合随机变量 x_j 分布参数对最基本随机变量 x_q 分布参数的灵敏度如下

$$\frac{\partial \mu_{x_j}}{\partial \mu_{x_q}} = c_q + 2c_{qq}\mu_{x_q} \tag{13}$$

$$\frac{\partial \mu_{x_j}}{\partial \sigma_{x_q}} = 2c_{qq}\sigma_{x_q} \tag{14}$$

$$\frac{\partial \sigma_{x_j}}{\partial \mu_{x_q}} = (8c_{qq}^2\sigma_{x_q}^2\mu_{x_q} + 4c_q c_{qq}\sigma_{x_q}^2)/(2\sigma_{x_j}) \tag{15}$$

$$\frac{\partial \sigma_{x_j}}{\partial \sigma_{x_q}} = (2c_q^2\sigma_{x_q} + 8\sigma_{x_q}c_{qq}^2\mu_{x_q}^2 + 8\sigma_{x_q}c_q c_{qq}\mu_{x_q})/(2\sigma_{x_j}) \tag{16}$$

结合复合函数求导法则,可以得到可靠度指标为 β 的单个失效模式失效概率 P_f 对最基本随机变量 x_q 的分布参数的灵敏度如下

$$\frac{\partial P_f}{\partial \mu_{x_q}} = \frac{\partial P_f}{\partial \beta}\left(\frac{\partial \beta}{\partial \mu_{x_j}}\frac{\partial \mu_{x_j}}{\partial \mu_{x_q}} + \frac{\partial \beta}{\partial \sigma_{x_j}}\frac{\partial \sigma_{x_j}}{\partial \mu_{x_q}}\right) \tag{17}$$

$$\frac{\partial P_f}{\partial \sigma_{x_q}} = \frac{\partial P_f}{\partial \beta}\left(\frac{\partial \beta}{\partial \mu_{x_j}}\frac{\partial \mu_{x_j}}{\partial \sigma_{x_q}} + \frac{\partial \beta}{\partial \sigma_{x_j}}\frac{\partial \sigma_{x_j}}{\partial \sigma_{x_q}}\right) \tag{18}$$

至此可以求得含有复杂综合随机变量的单模式的可靠性灵敏度,与第2和3节的内容结合,即可求得串、并联多模式系统在极限状态方程中含有综合随机变量的可靠性灵敏度。

5.2　涡轮盘低周疲劳寿命的可靠性灵敏度分析

5.2.1　基本随机变量、失效模式及工作状态分析

所研究的涡轮盘有四种工作状态,起飞、最大连续、巡航、慢车,分别以 $j = 1,2,3,4$ 表示这四种工作状态。这四种工作状态构成五种循环载荷的作用次数 n_k ($k = 1,2,\cdots,5$) 为基本变量。经有限元应力应变分析发现,该涡轮盘在轮盘中心孔处与榫槽底部圆弧过渡处的应力应变水平较高,以这两处的低周疲劳寿命分析构成系统的两个失效模式,分别以 $i = 1,2$ 表示。以涡轮盘材料的密度 ρ,第 j 种工作状态下的转速 ω_j,以及第 i 个模式下第 j 种工作状态的温度 T_{ij} 作为基本随机变量,第 j 种工作状态下第 i 个模式的应力 σ_{ij} 和应变 ε_{ij} 作为综合随机变量,σ_f'、ε_f'、b、c 作为与材料低周疲劳寿命相关的基本随机变量。

5.2.2　涡轮盘低周疲劳寿命可靠性灵敏度分析结果

在这些选定的基本随机变量情况下,采用有限元标准程序回归分析得到综合随机变量 σ_{ij}、ε_{ij} 与基本随机变量 ρ、ω_j、T_{ij} 的近似二次关系,采用式(9) 所建立的极限状态方程及第 3 节的方法,可求得涡轮盘低周疲劳寿命可靠性灵敏度分析结果。

从表 3 可以看出,本文方法的结果与近似精确解是一致的,这种一致性说明所提方法是合理可行的。

6　结论

本文提出一种基于数字模拟的串、并联联结系统可靠性灵敏度分析方法,使对含有综合随机变量和多模式系统进行可靠性灵敏度分析成为可能,所提方法可以避免有限差分法带来的计算工作量大和可能带来错误结果的问题。本文方法的误差主要来源于多模式并联系统失效域的等价替代上,在充分考虑样本点对失效概率贡献的基础上,可以使这种替代具有很好的近似精度,这已由本文的数值算例验证。所提方法的另一个显著的优点是其适用于隐式极限状态方程,其在 Monte Carlo 法求解失效概率的基础上计算工作量增加不多,即可估计出可靠性灵敏度,如果某结构系统的失效概率是采用 Monte Carlo 法计算的,则采用本文方法进行可靠性灵敏度分析将极为方便。本文方法还可以与方差缩减的高效数字模拟法相结合,以减少计算工作量。此外,对于含有非正态的随机变量的系统,可以先将非正态随机变量转化为正态随机变量,再运用本文方法求解系统的可靠性灵敏度。

参考文献(References)

1　Melchers R E, Ahammed M. Gradient estimation for applied Monte Carlo analyses. Reliability Engineering and System Safety, 2002, 78: 283 ～ 288.

2　Bjerager P, Krenk S. Parametric sensitivity in first order reliability analyses. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1989, 115(7): 1 577 ～ 1 582.

3　Melchers R E, Ahammed M. A fast approximate method for parameter sensitivity estimation in Monte Carlo structural reliability. Computers and Structures, 2004, 82: 55 ～ 61.

4　Lataillade A D, Blanco S, Clergent Y. Monte Carlo method and sensitivity estimations. Journal of Quantitative Spectorscopy and Radiative Transfer, 2002, 75(5): 529 ～ 538.

5　Karamchandani A, Cornell C. Sensitivity estimation within first and second order reliability methods. Structural Safety, 1991, 11(2): 95 ～ 107.

6　张　伟,崔维成,徐秉汉,等. 结构可靠性分析中灵敏度因子研究的新方法. 上海交通大学学报, 1998, 32(11): 26 ～ 29.
ZHANG Wei, CUI WeiCheng, XU BingHan, et al. New method on calculating sensitivity factors. Journal of Shanghai Jiaotong University, 1998, 32(11): 26 ～ 29(In Chinese).