基于马尔可夫链样本模拟的线抽样可靠性灵敏度分析方法

何红妮　吕震宙
西北工业大学 ,西安 ,710072

摘要 :针对工程中较难解决的高维、小失效概率的隐式非线性极限状态函数的可靠性灵敏度分析问题 ,提出一种基于马尔可夫链样本模拟的线抽样可靠性灵敏度分析方法。该方法采用马尔可夫链快速获取失效域中的样本 ,这些样本不仅可以用来求得线抽样的重要方向 ,而且可以用作线抽样的样本来求解可靠性灵敏度。在给出利用马尔可夫链模拟样本来估计可靠性灵敏度的原理和实现过程后 ,还对可靠性灵敏度估计值的方差进行了分析 ,最后通过算例对该方法进行了验证 ,结果表明 :基于马尔可夫链样本模拟的线抽样可靠性灵敏度分析是一种高效率、高精度的方法。

关键词 :可靠性灵敏度 ;马尔可夫链 ;线抽样 ;方差 ;变异系数
中图分类号 : TB114. 3　　文章编号 :1004 —132X(2009) 08 —0979 —05

Markov Chain Simulation Based Line Sampling Method for Reliability Sensitivity

He Hongni　LüZhenzhou
Northwestern Polytechnical University ,Xi'an ,710072

Abstract : For reliability sensitivity analysis of implicit non - linear limit function with high dimensionality and small failure probability , which is difficult to be solved in engineering ,a novel line sampling method was presented on the basis of Markov chain simulation. In the presented method , Markov chain simulation was employed to generate samples in failure domain rapidly. These failure samples were used to determine the important direction , and they were also used as samples of the line sampling for estimation of the reliability sensitivity. After the concept and the implementation of the presented method were explained , the variance of the reliability sensitivity estimation was analyzed approximately. At last , several examples were given to demonstrate the presented method. The results of the examples show that the presented method is valid for calculating the reliability sensitivity with high precision and high efficiency.

Key words :reliability sensitivity ;Markov chain ;line sampling ;variance ;variation coefficient

0　引言

工程结构的可靠性分析中 ,可靠性参数灵敏度分析可以帮助了解影响结构可靠性的各变量的相对重要程度 ,从而对结构的分析预测和优化提供指导[1-2] 。目前常用的可靠性参数灵敏度分析方法有 :基于有限差分法的灵敏度分析方法[3-4] 、基于一次二阶矩 (FOSM) 的灵敏度分析方法[3-4] 以及基于失效概率积分的灵敏度分析方法[1-2 ,5-6] 。有限差分法的概念简单且易于实现 ,但它需重复

收稿日期:2008 —06 —03
基金项目:国家自然科学基金资助项目(10572117 ,50875213) ;新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET - 05 - 0868) ;航空基础基金资助项目(2007ZA53012) ;国家 863 高技术研究发展计划资助项目(2007AA04Z401)

Laser Drilling of Aluminium - based Metal Matrix Composites[J]. Annal of the CIRP ,1994 ,43 (1) : 177-180.
[7]　徐家文 ,赵建社 ,张华 ,等. 喷射液束电解 - 激光复合加工方法及其装置 : 中国 , ZL200610041595. 0 [P]. 2008-05-21.
[8]　Kruusing A. Underwater and Water - assisted Laser Proceising : Part 1 —General Features , Steam Cleaning and Shock Processing[J]. Optics and Lasers in Engineering ,2004 ,41 :307-327.
[9]　Rayleigh L. On the Scattering of Light by Small Particles [J]. Philosophical Magazine ,1871 ,41 :447-454.
[10]　Mie G. A Contribution to the Optics of Turbid Media Especially Colloidal Metallic Suspensions [J]. Annals of Physics ,1908 ,25 (4) :377-445.
[11]　Hale G M ,Querry M R. Optical Constants of Water in the 200 - nm to 200 - μm Wavelength Region[J]. Applied Optics ,1973 ,12 (3) :555-563.

(编辑　卢湘帆)

作者简介 :张　华 ,男 ,1980 年生。南京航空航天大学机电学院博士研究生。主要研究方向为特种加工新技术。获省部级科技进步二等奖 1 项 ,发明专利 1 项。发表论文 2 篇。徐家文 ,男 ,1941 年生。南京航空航天大学机电学院教授、博士研究生导师。王吉明 ,男 ,1977 年生。南京航空航天大学理学院应用物理系讲师。袁立新 ,男 ,1966 年生。南京航空航天大学机电学院博士研究生。

计算结构的失效概率,而且步长的选取对计算结果影响很大。一次二阶矩法主要针对线性极限状态方程的情况,而且它对极限状态方程的显式表达式有极大的依赖性。基于失效概率积分的可靠性灵敏度分析方法可以利用 Monte - Carlo 模拟得到可靠性灵敏度的精确解,该方法不受极限状态方程数量、非线性程度以及是否显式的影响,但基于 Monte - Carlo 直接模拟的工作量在工程上是不可接受的。基于自适应重要抽样的可靠性灵敏度分析虽然可以使问题的计算工作量有所下降,但对于高维问题其计算工作量也很大。

线抽样方法由于其高效性而被广泛应用于高维或小失效概率情况下的可靠性[7-9]及可靠性灵敏度分析问题[10]。线抽样方法的关键问题是确定抽样方向,当线抽样的抽样方向与功能函数的最速下降方向(重要方向)一致时,其高效性可得到充分发挥。文献[11]中提出一种基于失效域样本模拟的线抽样方法,该方法不仅能利用失效域的样本准确地找到线抽样的重要方向,而且可以将失效域中的样本转化为线抽样的样本,从而大大提高了抽样效率,本文将在此方法的基础上建立基于马尔可夫链样本模拟的线抽样可靠性灵敏度分析方法。

1 基于失效域样本模拟的可靠性灵敏度分析

因相互独立的正态变量具有普遍性,本文只对相互独立的正态变量情况进行讨论。假设所分析问题的功能函数 $g(\mathbf{x})$ 是基本变量 $x_i(i = 1,2,\cdots,n)$ 的函数,n维变量 x_i 之间相互独立并服从均值为 μ_{x_i}、标准差为 σ_{x_i} 的正态分布,即 $x_i \sim N(\mu_{x_i},\sigma^2_{x_i})$。

针对工程中较难解决的隐式方程的可靠性分析问题,文献[11]提出一种基于失效域样本模拟的高效线抽样方法,该方法采用马尔可夫链[12]快速得到失效域中的条件样本,所得样本不仅可以用来准确获得重要方向(由均值点指向设计点构成的矢量方向),而且可以用作线抽样的随机样本,从而使线抽样的效率得到提高。鉴于可靠性灵敏度在工程中的重要性,本节将沿用该方法的思路建立基于马尔可夫链样本模拟的线抽样可靠性灵敏度分析方法。

可靠性灵敏度一般定义为失效概率对基本变量分布参数的偏导数,即

$$\partial P_F/\partial\mu_{x_i} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\partial P_{fj}/\partial\mu_{x_i} \tag{1}$$

$$\partial P_F/\partial\sigma_{x_i} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\partial P_{fj}/\partial\sigma_{x_i} \tag{2}$$

式中,N 为抽取的样本点数。

线抽样可靠性灵敏度分析方法的基本思路是:将求解失效概率 P_F 对基本变量 x_i 分布参数的灵敏度,转化为各样本点对应的失效概率 P_{fj} 对变量 x_i 分布参数的灵敏度来估计,如式(1)和式(2)所示,然后依据 P_{fj} 与基本变量分布参数的解析关系,最终求得结构的可靠性灵敏度。

假设利用马尔可夫链产生的失效域中的条件样本[11]为 $\mathbf{x}_{Fj}(j = 1,2,\cdots,N)$,对应的标准正态空间 $\mathbf{U}$ 中的样本点为 $\mathbf{u}_{Fj}$,在 $\mathbf{U}$ 空间中,与 $g(\mathbf{x})$ 对应的功能函数记为 $\bar{g}(\mathbf{u})$,对应于 $\mathbf{u}_{Fj}$ 且垂直于单位重要方向 $\mathbf{e}_\alpha$ 的向量 $\mathbf{u}^{\perp}_{Fj}$ 可由下式确定:

$$\mathbf{u}^{\perp}_{Fj} = \mathbf{u}_{Fj} - \langle \mathbf{e}_\alpha, \mathbf{u}_{Fj}\rangle \mathbf{e}_\alpha \tag{3}$$

其中,$\langle \mathbf{e}_\alpha, \mathbf{u}_{Fj}\rangle$ 表示 $\mathbf{e}_\alpha$ 与 $\mathbf{u}_{Fj}$ 的点乘积。

如图 1 所示,求得每个样本点 $\mathbf{u}_{Fj}$ 对应的向量 $\mathbf{u}^{\perp}_{Fj}$ 后,即可运用三点二次插值法得到平行于 $\mathbf{e}_\alpha$ 的直线 $l_j(c,\mathbf{e}_\alpha)$ 与极限状态方程 $\bar{g}(\mathbf{u}) = 0$ 的交点 $\tilde{\mathbf{u}}_{Fj}$ 及对应的系数 c_j[11]。对应的失效概率 P_{fj} 为

$$P_{fj} = \Phi(-c_j) \tag{4}$$

其中,$\Phi(\cdot)$ 表示高斯累积分布函数,c_j 可看作交点 $\tilde{\mathbf{u}}_{Fj}$ 对应的可靠度指标。

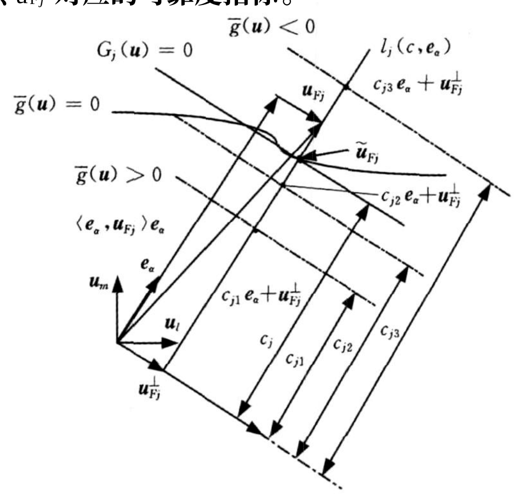

图 1 基于马尔可夫链样本模拟的线抽样方法示意图

过交点 $\tilde{\mathbf{u}}_{Fj}$ 且垂直于单位重要方向 $\mathbf{e}_\alpha$ 的超平面 $G_j(\mathbf{u})$ 可由下式确定:

$$G_j(\mathbf{u}) = -\mathbf{e}_\alpha\cdot(\mathbf{u} - \tilde{\mathbf{u}}_{Fj}) = -\sum_{i=1}^{n} e_{\alpha i}(u_i - \tilde{u}_{Fji}) = 0 \tag{5}$$

式中,$e_{\alpha i}$、u_i 和 $\tilde{u}_{Fji}$ 分别为 $\mathbf{e}_\alpha$、标准正态变量 $\mathbf{u}$ 和 $\tilde{\mathbf{u}}_{Fj}$ 对应的第 i 个分量。

由式(4)可知:P_{fj} 等价于 $P\{G_j(\mathbf{u}) \leqslant 0\}$,由此可得 c_j 与标准正态随机变量 $u_i(i = 1,2,\cdots,n)$ 的分布参数(包括均值 μ_{u_i} 和标准差 σ_{u_i})之间的解析关系如下:

$$c_j = \frac{\mu_{G_j}}{\sigma_{G_j}} = \frac{-\sum_{i=1}^{n} e_{\alpha i}(\mu_{u_i} - u_{Fji})}{[\sum_{i=1}^{n}(e_{\alpha i}\sigma_{u_i})^2]^{1/2}} \quad (6)$$

式中,μ_{G_j} 和 σ_{G_j} 分别为 $G_j(u)$ 的均值和标准差。

依据 P_{fj} 与 c_j 以及 u 的分布参数与 x 的分布参数之间的复合关系,可求得 $\partial P_{fj}/\partial\mu_{x_i}$ 和 $\partial P_{fj}/\partial\sigma_{x_i}$ $(i = 1,2,\cdots,n; j = 1,2,\cdots,N)$ 如下:

$$\frac{\partial P_{fj}}{\partial\mu_{x_i}} = \frac{\partial P_{fj}}{\partial c_j}\frac{\partial c_j}{\partial\mu_{u_i}}\frac{\partial\mu_{u_i}}{\partial\mu_{x_i}} \quad (7)$$

$$\frac{\partial P_{fj}}{\partial\sigma_{x_i}} = \frac{\partial P_{fj}}{\partial c_j}\frac{\partial c_j}{\partial\sigma_{u_i}}\frac{\partial\sigma_{u_i}}{\partial\sigma_{x_i}} \quad (8)$$

其中,$\frac{\partial P_{fj}}{\partial c_j}$、$\frac{\partial c_j}{\partial\sigma_{u_i}}$ 和 $\frac{\partial c_j}{\partial\mu_{u_i}}$ 可由式(4) 和式(6) 解析求得,$\frac{\partial\mu_{u_i}}{\partial\mu_{x_i}}$ 和 $\frac{\partial\sigma_{u_i}}{\partial\sigma_{x_i}}$ 可由下式求得[1]:

$$\partial\mu_{u_i}/\partial\mu_{x_i} = \partial\sigma_{u_i}/\partial\sigma_{x_i} = 1/\sigma_{x_i} \quad (9)$$

将式(7) 和式(8) 所得结果代入式(1) 和式(2),可得失效概率对变量 x_i 的分布参数的可靠性灵敏度 $\partial P_F/\partial\mu_{x_i}$ 和 $\partial P_F/\partial\sigma_{x_i}$ 的估计值 $\partial\hat{P}_F/\partial\mu_{x_i}$ 和 $\partial\hat{P}_F/\partial\sigma_{x_i}$ 如下:

$$\frac{\partial\hat{P}_F}{\partial\mu_{x_i}} = \frac{1}{N\sqrt{2\pi}}\sum_{j=1}^{N}\frac{e_{\alpha i}\exp(-c_j^2/2)}{\sigma_{x_i}} \quad (10)$$

$$\frac{\partial\hat{P}_F}{\partial\sigma_{x_i}} = \frac{1}{N\sqrt{2\pi}}\sum_{j=1}^{N}\frac{e_{\alpha i}^2 c_j\exp(-c_j^2/2)}{\sigma_{x_i}} \quad (11)$$

2　方差分析

上文所求得的可靠性灵敏度估计值只是近似的,在样本容量很小时可靠性灵敏度估计值有很大的随机性,但依据大数定理,式(10) 和式(11) 的估计值随样本容量的增加逐渐趋于真值。为了更加清楚地了解基于马尔可夫链样本模拟的线抽样法计算可靠性灵敏度的收敛性和精度,需要对式(10) 和式(11) 中所列的可靠性灵敏度估计值的方差进行分析。

对式(10) 求数学期望和方差,并考虑以样本均值和样本方差代替总体的数学期望和方差,可得估计值 $\partial\hat{P}_F/\partial\mu_{x_i}$ 的数学期望 $E(\partial\hat{P}_F/\partial\mu_{x_i})$ 和方差 $var(\partial\hat{P}_F/\partial\mu_{x_i})$ 分别为

$$E(\frac{\partial\hat{P}_F}{\partial\mu_{x_i}}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}E(\frac{e_{\alpha i}\exp(-c_j^2/2)}{\sigma_{x_i}}) = \frac{1}{N\sqrt{2\pi}}\sum_{k=1}^{N}\frac{e_{\alpha i}\exp(-c_k^2/2)}{\sigma_{x_i}} = \frac{\partial\hat{P}_F}{\partial\mu_{x_i}} \quad (12)$$

$$var(\frac{\partial\hat{P}_F}{\partial\mu_{x_i}}) = \frac{1}{2\pi N}var(\frac{e_{\alpha i}\exp(-c_j^2/2)}{\sigma_{x_i}}) = \frac{1}{(N-1)}\{\frac{1}{\sqrt{2\pi}N}\sum_{k=1}^{N}(\frac{e_{\alpha i}\exp(-c_k^2/2)}{\sigma_{x_i}})^2 - (\frac{\partial\hat{P}_F}{\partial\mu_{x_i}})^2\} \quad (13)$$

由式(12) 可知,基于马尔可夫链样本模拟的线抽样法求得的失效概率对变量均值的可靠性灵敏度估计值是近似无偏的。同理可得估计值 $\partial\hat{P}_F/\partial\sigma_{x_i}$ 的数学期望 $E(\partial\hat{P}_F/\partial\sigma_{x_i})$ 和方差分别如式 $var(\partial\hat{P}_F/\partial\sigma_{x_i})$ 分别如下:

$$E(\partial\hat{P}_F/\partial\sigma_{x_i}) = \partial\hat{P}_F/\partial\sigma_{x_i} \quad (14)$$

$$var(\frac{\partial\hat{P}_F}{\partial\sigma_{x_i}}) = \frac{1}{(N-1)}[\frac{1}{\sqrt{2\pi}N}\sum_{k=1}^{N}(\frac{e_{\alpha i}^2 c_k\exp(-c_k^2/2)}{\sigma_{x_i}})^2 - (\frac{\partial\hat{P}_F}{\partial\sigma_{x_i}})^2] \quad (15)$$

由式(14) 可知,基于马尔可夫链样本模拟的线抽样法求得的失效概率对变量标准差的可靠性灵敏度估计值也是近似无偏的。估计值的变异系数反映估计值的相对分散性,其定义为估计值的标准差与估计值数学期望绝对值的比值,由此我们可得可靠性灵敏度估计值 $\partial\hat{P}_F/\partial\theta_{x_i}$ 的变异系数为

$$cov(\partial\hat{P}_F/\partial\theta_{x_i}) = \sqrt{var(\partial\hat{P}_F/\partial\theta_{x_i})}/|\partial\hat{P}_F/\partial\theta_{x_i}| \quad (16)$$

式中,θ_{x_i} 为基本变量 $x_i(i = 1,2,\cdots,n)$ 的分布参数,即 μ_{x_i} 和 σ_{x_i}。

3　算例

算例 1　$g(x,y) = -0.16(x-1)^2 - y + 80$,其中各随机变量相互独立,且 $x \sim N(10,5^2)$,$y \sim N(8,4^2)$,可靠性灵敏度计算结果比较如表 1 所示。

表 1　算例 1 可靠性灵敏度分析结果

		Monte - Carlo 法	本文方法	相对误差(%)
抽样次数		1×10^6	1×10^3	
P_F	估计值	7.667×10^{-3}	$7.584\,06\times10^{-3}$	1.082
	变异系数	$1.137\,67\times10^{-2}$	$5.470\,6\times10^{-4}$	
$\partial P_F/\partial\mu_x$	估计值	$4.194\,47\times10^{-3}$	$4.152\,04\times10^{-3}$	1.012
	变异系数	$1.145\,5\times10^{-2}$	$4.809\,43\times10^{-4}$	
$\partial P_F/\partial\sigma_x$	估计值	$1.009\,73\times10^{-2}$	$1.000\,86\times10^{-2}$	8.785
	变异系数	$1.184\,79\times10^{-2}$	$3.984\,4\times10^{-4}$	
$\partial P_F/\partial\mu_y$	估计值	$6.148\,82\times10^{-4}$	$6.312\,84\times10^{-4}$	2.668
	变异系数	$3.722\,55\times10^{-2}$	$4.809\,43\times10^{-4}$	
$\partial P_F/\partial\sigma_y$	估计值	$1.808\,33\times10^{-4}$	$1.850\,93\times10^{-4}$	2.356
	变异系数	$1.872\,37\times10^{-1}$	$3.984\,4\times10^{-4}$	

算例 2　$g(x,y,z) = xy - z$,其中各随机变量独立,且 $x \sim N(40,3^2)$,$y \sim N(50,2.5^2)$,$z \sim N(1000,150)^2$,可靠性灵敏度计算结果比较如表 2 所示。

表 2　算例 2 可靠性灵敏度分析结果

		Monte - Carlo 法	本文方法	相对误差 (%)
抽样次数		5.0×10^{7}	1×10^{3}	
P_F	估计值	5.580×10^{-6}	$5.098\,96\times10^{-6}$	8.621
	变异系数	$5.986\,8\times10^{-2}$	$5.823\,1\times10^{-3}$	
$\partial P_F/\partial\mu_x$	估计值	$-4.857\,56\times10^{-6}$	$-5.023\,81\times10^{-6}$	3.422
	变异系数	$6.270\,7\times10^{-2}$	$5.531\,0\times10^{-3}$	
$\partial P_F/\partial\sigma_x$	估计值	$1.205\,74\times10^{-5}$	$1.419\,35\times10^{-5}$	17.72
	变异系数	$7.115\,4\times10^{-2}$	$5.214\,49\times10^{-3}$	
$\partial P_F/\partial\mu_y$	估计值	$-3.286\,8\times10^{-6}$	$-3.192\,42\times10^{-6}$	2.871
	变异系数	$7.205\,1\times10^{-2}$	$5.531\,0\times10^{-3}$	
$\partial P_F/\partial\sigma_y$	估计值	$4.778\,32\times10^{-6}$	$4.776\,18\times10^{-6}$	0.044 79
	变异系数	$1.054\,2\times10^{-1}$	$5.214\,49\times10^{-3}$	
$\partial P_F/\partial\mu_z$	估计值	$1.329\,9\times10^{-7}$	$1.080\,27\times10^{-7}$	18.77
	变异系数	$6.154\,3\times10^{-2}$	$5.531\,0\times10^{-3}$	
$\partial P_F/\partial\sigma_z$	估计值	$4.652\,14\times10^{-7}$	$3.281\,41\times10^{-7}$	29.46
	变异系数	$6.737\,8\times10^{-2}$	$5.214\,49\times10^{-3}$	

算例 3　一带有集中力的悬臂梁，其结构及受载情况如图 2 所示。取弹性模量 E、截面惯性矩 I 以及施加的载荷力 P 为独立的正态随机变量，它们的均值和标准差详见表 3，其中长度 $l=5\mathrm{m}$ 为常数。考虑该悬臂梁的最大变形，可建立功能函数 $g(E,I,P)=\frac{1}{30}l-\frac{5}{48}\frac{Pl^3}{EI}$，可靠性灵敏度计算结果比较如表 4 所示。

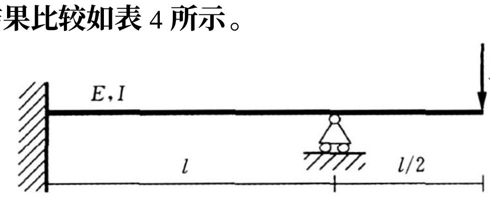

图 2　带有集中力的悬臂梁

表 3　基本随机变量的分布参数

随机变量	均值	标准差
E(kPa)	2×10^{7}	5×10^{6}
I(m^4)	1×10^{-4}	1×10^{-3}
P(kN)	8	2.5

算例 4　某内压圆筒形容器如图 3 所示，其所用材料 15MnV，基本随机变量取为屈服强度 σ_s、内径 D、内压力 p 以及壁厚 t，各基本随机变量相互独立且服从正态分布，其分布参数详见表 5。对于常见的内压圆筒形薄壁容器受二向应力，即轴向应力 $S_L=pD/4t$，周向应力 $S_t=pD/2t$，径向应力 $S_r\approx0$。根据第一强度理论可建立内压圆筒的功能函数为 $g(\sigma_s,p,D,t)=\sigma_s-S_{eq}$。其中 S_{eq} 为等价应力，选用第一强度理论时，对于本例等价应力 $S_{eq}=\max\{S_L,S_t\}=pD/2t$。可靠性灵敏度计算结果比较如表 6 所示。

表 4　算例 3 可靠性灵敏度分析结果

		Monte - Carlo 法	本文方法	相对误差 (%)
抽样次数		1×10^{6}	1.6×10^{3}	
P_F	估计值	5.967×10^{-3}	$5.977\,41\times10^{-3}$	0.174 5
	变异系数	$1.290\,7\times10^{-2}$	$1.118\,7\times10^{-2}$	
$\partial P_F/\partial\mu_P$	估计值	$2.535\,17\times10^{-3}$	$2.347\,4\times10^{-3}$	7.407
	变异系数	$1.718\,5\times10^{-2}$	$9.597\,35\times10^{-3}$	
$\partial P_F/\partial\sigma_P$	估计值	$2.374\,57\times10^{-3}$	$2.061\,43\times10^{-3}$	13.19
	变异系数	$3.278\,2\times10^{-2}$	$7.782\,87\times10^{-3}$	
$\partial P_F/\partial\mu_E$	估计值	$-3.073\,66\times10^{-9}$	$-3.153\,87\times10^{-9}$	2.610
	变异系数	$1.314\,7\times10^{-2}$	$9.597\,35\times10^{-3}$	
$\partial P_F/\partial\sigma_E$	估计值	$7.018\,37\times10^{-9}$	$7.378\,37\times10^{-9}$	5.129
	变异系数	$1.408\,8\times10^{-2}$	$7.782\,87\times10^{-3}$	
$\partial P_F/\partial\mu_I$	估计值	$-2.802\,58\times10^{2}$	$-3.336\,5\times10^{2}$	19.05
	变异系数	3.133×10^{-2}	$9.597\,35\times10^{-3}$	
$\partial P_F/\partial\sigma_I$	估计值	$1.750\,91\times10^{2}$	$1.651\,53\times10^{2}$	5.676
	变异系数	$0.797\,5\times10^{-1}$	$7.782\,87\times10^{-3}$	

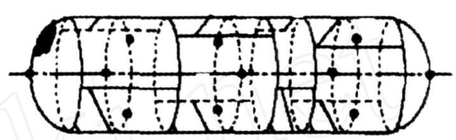

图 3　内压圆筒形容器示意图

表 5　基本随机变量的分布参数

随机变量	均值	标准差
σ_s(MPa)	392	31.4
p(MPa)	20	2.4
D(mm)	460	7
t(mm)	19	0.8

表 6　算例 4 可靠性灵敏度分析结果

方法		Monte - Carlo 法	本文方法	相对误差 (%)
抽样次数		1×10^{7}	2×10^{3}	
P_F	估计值	4.638×10^{-4}	$4.758\,68\times10^{-4}$	2.602
	变异系数	1.468×10^{-2}	$6.134\,55\times10^{-3}$	
$\partial P_F/\partial\mu_{\sigma_s}$	估计值	$-3.574\,46\times10^{-5}$	$-3.653\,07\times10^{-5}$	2.199
	变异系数	1.541×10^{-2}	$5.701\,1\times10^{-3}$	
$\partial P_F/\partial\sigma_{\sigma_s}$	估计值	$8.053\,6\times10^{-5}$	$8.157\,2\times10^{-5}$	1.286
	变异系数	$1.777\,2\times10^{-2}$	$5.201\,6\times10^{-3}$	
$\partial P_F/\partial\mu_p$	估计值	$4.585\,77\times10^{-4}$	$4.439\,41\times10^{-4}$	3.192
	变异系数	$1.541\,4\times10^{-2}$	$5.701\,1\times10^{-3}$	
$\partial P_F/\partial\sigma_p$	估计值	$1.006\,49\times10^{-3}$	$9.207\,86\times10^{-4}$	8.515
	变异系数	$1.806\,37\times10^{-2}$	$5.201\,6\times10^{-3}$	
$\partial P_F/\partial\mu_D$	估计值	$2.361\,32\times10^{-5}$	$2.445\,06\times10^{-5}$	3.546
	变异系数	$4.337\,14\times10^{-2}$	$5.701\,1\times10^{-3}$	
$\partial P_F/\partial\sigma_D$	估计值	$7.159\,96\times10^{-6}$	$8.507\,97\times10^{-6}$	18.83
	变异系数	$2.126\,98\times10^{-1}$	$5.201\,6\times10^{-3}$	
$\partial P_F/\partial\mu_t$	估计值	$-6.330\,1\times10^{-4}$	$-6.212\,23\times10^{-4}$	1.862
	变异系数	$1.977\,1\times10^{-2}$	$5.701\,1\times10^{-3}$	
$\partial P_F/\partial\sigma_t$	估计值	$6.740\,06\times10^{-4}$	$6.276\,72\times10^{-4}$	6.874
	变异系数	$3.462\,3\times10^{-2}$	$5.201\,6\times10^{-3}$	

由上述算例的可靠性灵敏度分析结果可以看出:基于马尔可夫链样本模拟的线抽样方法可有效计算结构可靠性灵敏度,该方法在可接受的精度范围内只需远小于 Monte - Carlo 法的抽样次数就可达到很高的精度,而且该方法不受功能函数形式的限制,具有广泛的适用性。与直接线抽样可靠性灵敏度分析方法相比,该方法不需要采用其他算法来确定重要方向,所提方法确定重要方向的样本和线抽样的样本是一致的,这样做可以提高算法的效率。

4　结束语

工程中较难解决高维、小失效概率的隐式非线性极限状态函数的可靠性灵敏度分析问题,为此本文提出了一种基于马尔可夫链样本模拟的线抽样可靠性灵敏度分析方法。该方法利用马尔可夫链样本模拟失效域中的条件样本,所得的样本点不仅可以用于准确地找到线抽样的重要方向,而且可以用作线抽样的随机样本,因而大大提高了计算效率。文中给出了所提方法计算可靠性灵敏度的基本原理和详细步骤,并对可靠性灵敏度的估计值进行了方差分析。算例结果表明,本文方法是一种高效率、高精度的可靠性灵敏度分析方法,它仅需要很少的抽样次数就可达到很高的精度,而且该方法只需要基本变量和对应的功能函数值信息,不依赖于极限状态函数的显式表达式。

参考文献:

[1] Wu Y T,Sitakanta M. Variable Screening and Ranking Using Sampling - based Sensitivity Measures [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2006,91(6):634-647.

[2] Wu Y T. Computational Methods for Efficient Structural Reliability and Reliability Sensitivity Analysis[J]. AIAA J. ,1994:32(8):1717-1723.

[3] Melchers R E,Ahammed M. A Fast Approximate Method for Parameter Sensitivity Estimation in Monte - Carlo Reliability[J]. Computers and Structures,2004,82:55-61.

[4] Ahammed M,Melchers R E. Gradient and Parameter Sensitivity Estimation for Systems Evaluated Using Monte - Carlo Analysis[J]. Reliability Engineering and System Safety,2006,91(5):594-601.

[5] 吕震宙,刘成立,傅霖. 多模式自适应重要抽样法及其应用[J]. 力学学报,2006,38(5):705-711.

[6] 康春华. 基于自适应重要抽样的可靠性灵敏度分析方法[J]. 机械强度,2007,29(6):946-951.

[7] Schueller G I,Pradlwarter H J,Koutsourelakis P S. A Critical Appraisal of Reliability Estimation Procedures for High Dimensions[J]. Probabilistic Engineering Mechanics,2004,19:463-473.

[8] Pradlwarter H J,Pellissetti M F,Schenk C A,et al. Realistic and Efficient Reliability Estimation for Aerospace Structures[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,2005,194:1597-1617.

[9] Pradlwarter H J,Schuëller G I,Koutsourelakis P S, et al. Application of Line Sampling Simulation Method to Reliability Benchmark Problems[J]. Structural Safety,2007,29(3):208-221.

[10] 宋述芳,吕震宙,傅霖. 基于线抽样的可靠性灵敏度分析方法[J]. 力学学报,2007,39(4):564-570.

[11] 宋述芳,吕震宙. 高维小失效概率下的改进线抽样方法[J]. 航空学报,2007,28(3):596-599.

[12] 茆诗松,王静龙,濮晓龙. 高等数理统计[M]. 北京高等教育出版社,1998:454-457.

(编辑　郭　伟)

作者简介:何红妮,女,1984 年生。西北工业大学航空学院硕士研究生。主要研究方向为飞行器可靠性工程。吕震宙,女,1966 年生。西北工业大学航空学院教授、博士研究生导师。

15 届全国残余应力学术交流会(第 1 轮通知)　由全国残余应力学术委员会发起,联合中国机械工程学会材料分会、表面工程分会、理化检验分会、无损检测分会、中国物理学会 X 射线专业委员会及重庆市科学技术协会共同举办的第 15 届全国残余应力学术交流会,拟定于 2009 年 10 月下旬在重庆市召开。热忱邀请全国各行业、高校、研究院所及企事业单位的专家、学者及工程技术人员踊跃撰写论文,积极参加交流。

征文范围:①残余应力的测试与计算;②制造加工中的残余应力;③新材料中的残余应力;④残余应力的调控技术;⑤残余应力与材料性能;⑥残余应力与失效分析;⑦宏微观应力及材料微细结构;⑧与残余应力有关的其他问题。

会议具体日期及会务费用等,待 7 月份第 2 轮会议通知。凡拟参加论文交流的代表,请尽快确定论文题目,以 E - mail、手机短信或信件的方式反馈至会议筹备组。

联系方式:①姜传海教授,上海交通大学材料科学与工程学院,200240;chjiang @sjtu. edu. cn;13391307839。②叶文海教授,重庆大学材料科学与工程学院,400044;yewenhai @cqu. edu. cn;13206089349。

(工作总部)