תרגיל סופי בקורס תורת המשחקים

בועז שוורצמן

11 באוגוסט 2020

תרגיל 1

א.

נניח ששחקן העמודות בוחר באסטרטגיה L בהסתברות p, באסטרטגיה C בהסתברות q ובאסטרטגיה R בהסתברות $1-p-q$.

תוחלת הרווח של שחקן השורות אם יבחר באסטרטגיה T היא:

$$0 \cdot p + 7 \cdot q + 6 \cdot (1-p-q) = q - 6p + 6$$

תוחלת הרווח של שחקן השורות אם יבחר באסטרטגיה M היא:

$$6 \cdot p + 0 \cdot q + 7 \cdot (1-p-q) = 7 - p - 7q$$

תוחלת הרווח של שחקן השורות אם יבחר באסטרטגיה B היא:

$$7 \cdot p + 6 \cdot q + 0 \cdot (1-p-q) = 7p + 6q$$

שיווי משקל יתקבל כאשר $q - 6p + 6 = 7 - p - 7q$ ו־ $7 - p - 7q = 7p + 6q$.

נבטא את p באמצעות q:

$$q - 6p + 6 = 7 - p - 7q$$

$$p = -\frac{1-8q}{5}$$

נציב במשוואה השניה:

$$7 + \frac{1-8q}{5} - 7q = -7 \cdot \frac{1-8q}{5} + 6q$$

$$q = \frac{1}{3}$$

נציב את q שקיבלנו ונקבל את p:

$$\frac{1}{3} - 6p + 6 = 7 - p - 7 \cdot \frac{1}{3}$$

$$p = \frac{1}{3}$$

בגלל שמטריצת התשלומים סימטרית, התפלגות זו של האסטרטגיות נכונה גם עבור שחקן העמודות ושיווי משקל נאש מתקבל כאשר שני השחקנים בוחרים את האסטרטגיות שלהם בהסתברות שווה ($\frac{1}{3}$).

ב.

אם המשחק חוזר על עצמו והשחקנים מאמינים ששניהם משחקים באופן רציונלי, הם יכולים להיכנס ל"לולאה" שתשפר את תוחלת הרווח שלהם לאורך הזמן, גם אם לא מדובר בשיווי משקל. בשלב הראשון, יבחר שחקן העמודות באסטרטגיה B. שחקן העמודות בתגובה יבחר באסטרטגיה C. שחקן השורות בתגובה יבחר באסטרטגיה T ושחקן העמודות בתגובה יבחר באסטרטגיה R. מכאן והלאה התגובות יחזרו על עצמן - שחקן השורות יבחר שוב ב B, שחקן העמודות יבחר ב־C וכן הלאה. תוחלת הרווח של שני השחקנים תהיה 6.5 למשחק, שזה גבוה מתוחלת הרווח שקיבלו שניהם בשיווי המשקל ($4\frac{1}{3}$).

תרגיל 2

א.

התועלת הצפויה מבחירה באסטרטגיה התחתונה/שמאלית (4.5) היא נמוכה מהתועלת הצפויה מבחירה באסטרטגיה העליונה/ימנית (7.5). לכן, מבלי שיש לאחד השחקנים מידע מוקדם על בחירתו של השחקן השני, הבחירה הרציונלית של שני השחקנים היא באסטרטגיה העליונה/ימנית. אם היו חוזרים על המשחק מספר פעמים, יכול להיות שהיו מגיעים בסופו של דבר לנקודת שיווי המשקל השניה.

ב.

הנקודה (7, 7) יציבה מפני שזהו שיווי משקל המתקבל כאשר לשני השחקנים אין שום מידע (או ודאות) אודות היריב וההעדפות שלו, והם מנסים למקסם את תוחלת הרווח שלהם. זה אינו נכון עבור (9, 9), אשר היא גם נקודת שיווי משקל אבל לא תתקבל ללא סוג כלשהו של שיתוף פעולה או ידע מוקדם שיש לשחקנים אודות דרך הפעולה של היריב שלהם. הבחנה זו יכולה לבוא לידי ביטוי אם השחקנים חוזרים על המשחק שוב ושוב ויש ביכולתם ללמוד את דרך פעולתו של היריב.

ג.

שושי ויוסי נפגשים לבליינד דייט. בסוף הדייט הם מסכימים שכל אחד יכתוב על פתק האם הוא מעוניין להמשיך לדייט נוסף או לא, ואז הם יקראו אחד את הפתק של השני. אם אחד מעוניין להמשיך והשני לא, זה שמעוניין להמשיך ירגיש מאוכזב (-5) וזה שאינו מעוניין ירגיש מבוכה (-1). אם שניהם לא מעוניינים להמשיך, לא יהיה להם אכפת (0). אם שניהם מעוניינים להמשיך, שניהם מרוצים אך עדיין מדובר רק בדייט ראשון וסיכויי ההצלחה לא גבוהים (3). הטבלה תראה כך:

	לא להמשיך לדייט שני	להמשיך לדייט שני	
	$(0, 0)$	$(-1, -5)$	להמשיך לדייט שני
	$(-5, -1)$	$(3, 3)$	לא להמשיך לדייט שני

המשמעות של שיווי המשקל במקרה הזה היא שגם אחרי שכל אחד יקרא את הפתק של השני, לא יהיה לו אינטרס לשנות את ההחלטה שלו.
שיווי המשקל היציב מסומן בירוק. התוחלת בבחירת האסטרטגיה "לא להמשיך לדייט שני" היא -0.5. שיווי המשקל הלא יציב מסומן בצהוב. התוחלת בבחירת האסטרטגיה "להמשיך לדייט שני" היא -1.

ד.

כן. למשל במשחק הבא כאשר אין לשחקנים מידע על בחירת היריב:

$(-2, 0)$	$(-1, -5)$
$(-5, -1)$	$(3, 3)$

התוחלת של שחקן השורות בבחירת האסטרטגיה העליונה היא -1.5 ובבחירת האסטרטגיה התחתונה היא -1. התוחלת של שחקן העמודות בבחירת האסטרטגיה הימנית היא -0.5 ובבחירת האסטרטגיה השמאלית היא -1. כך ששיווי המשקל היחיד במשחק הזה (מסומן בצהוב) הוא אינו יציב מפני ששחקן העמודות יעדיף את האסטרטגיה הימנית.

תרגיל 3

ראשית, ניתן להסיר את האסטרטגיה התחתונה (של שחקן השורות) מפני שהיא נשלטת חזק ע"י האסטרטגיה האמצעית. עכשיו נניח ששחקן העמודות בוחר באסטרטגיה השמאלית בהסתברות p_c, באסטרטגיה האמצעית בהסתברות q_c ובאסטרטגיה הימנית בהסתברות $1-p_c-q_c$. אם שחקן השורות בוחר באסטרטגיה העליונה, התועלת שלו היא:

$$2p_c + 4(1-p_c-q_c) = 4 - 2p_c - 4q_c$$

אם הוא בוחר באסטרטגיה האמצעית, התועלת שלו היא:

$$3p_c - 2q_c + 2(1-p_c-q_c) = 2 + p_c - 4q_c$$

תוחלות אלו שוות כאשר:

$$4 - 2p_c - 4q_c = 2 + p_c - 4q_c$$

$$p_c = \frac{2}{3}$$

(ללא תלות בערך של q_c).
עכשיו נניח ששחקן השורות בוחר באסטרטגיה העליונה בהסתברות p_r ובאסטרטגיה האמצעית בהסתברות $1-p_r$ (הוא בוחר באסטרטגיה התחתונה בהסתברות 0).
אם שחקן העמודות בוחר באסטרטגיה השמאלית, התועלת לשחקן השורות היא:

$$8p_r + 7(1-p_r) = 7 + p_r$$

אם הוא בוחר באסטרטגיה האמצעית, התועלת היא:

$$5p_r + 10(1-p_r) = 10 - 5p_r$$

ועבור האסטרטגיה הימנית:

$$3p_r + 15(1-p_r) = 15 - 12p_r$$

לא קיים p_r שמקיים את שלושת התנאים. לעומת זאת, נוכל למצוא p_r שמקיים שניים מתוך שלושת התנאים בכל פעם, ולבדוק האם מתקבל שיווי משקל:

$$7 + p_r = 10 - 5p_r$$

$$p_r = \frac{1}{2}$$

תוחלת הרווח לשחקן העמודות במקרה זה היא:

$$\frac{1}{2}\left(8\cdot\frac{2}{3} + 5\cdot q_c + 3(1-\frac{2}{3}-q_c)\right) + \frac{1}{2}\left(7\cdot\frac{2}{3} + 10\cdot q_c + 15(1-\frac{2}{3}-q_c)\right)$$
$$= \frac{-3q_c+16}{2}$$

כדי למקסם את הביטוי הזה, יש לקבוע את q_c להיות שווה ל־0, והתועלת המתקבלת היא 8. זהו אינו שיווי משקל בגלל ששחקן העמודות יכול לקבל תועלת צפויה גבוהה יותר אם יבחר תמיד באסטרטגיה הימנית.
נחפש עכשיו p_r שמקיים זוג אחר של תנאים:

$$7 + p_r = 15 - 12p_r$$

$$p_r = \frac{8}{13}$$

תוחלת הרווח עבור שחקן העמודות במקרה זה היא:

$$\frac{8}{13}\left(8\cdot\frac{2}{3}+5\cdot q_c+3(1-\frac{2}{3}-q_c)\right)+\frac{5}{13}\left(7\cdot\frac{2}{3}+10\cdot q_c+15(1-\frac{2}{3}-q_c)\right)$$

$$=\frac{9\,(11-q_c)}{13}$$

כדי למקסם את הביטוי הזה, יש לקבוע את q_c להיות שווה שוב ל־0, והתועלת המתקבלת היא $\frac{99}{13}$. זהו שיווי משקל מפני ששחקן העמודות אינו יכול לשפר את תוחלת הרווח שלו ע"י שינוי התפלגות האסטרטגיות.
נבדוק עכשיו את זוג המשוואות האחרון:

$$10-5p_r = 15-12p_r$$

$$p_r = \frac{5}{7}$$

תוחלת הרווח עבור שחקן העמודות במקרה זה היא:

$$\frac{5}{7}\left(8\cdot\frac{2}{3}+5\cdot q_c+3(1-\frac{2}{3}-q_c)\right)+\frac{2}{7}\left(7\cdot\frac{2}{3}+10\cdot q_c+15(1-\frac{2}{3}-q_c)\right)$$

$$=7\frac{2}{7}$$

זהו אינו שיווי משקל מפני ששחקן העמודות יכול לקבל תוחלת רווח גבוהה יותר אם יבחר תמיד באסטרטגיה השמאלית.

לכן שיווי המשקל היחיד מתקבל כאשר שחקן השורות בוחר את האסטרטגיות העליונה והאמצעית בהסתברויות של $\frac{8}{13}$ ו־ $\frac{5}{13}$ בהתאמה, ושחקן העמודות בוחר את האסטרטגיות השמאלית, האמצעית והימנית בהסתברויות של $\frac{2}{3}$, 0 ו־ $\frac{1}{3}$ בהתאמה.

תרגיל 4

א.

נניח ששחקן 1 משחק T בהסתברות p_1,
שחקן 2 משחק L בהסתברות p_2,
ושחקן 3 משחק l בהסתברות p_3 ו - c בהסתברות q_3.

אם שחקן 3 בוחר l, תוחלת הרווח שלו היא:

$$3p_1p_2+(1-p_1)p_2 = 2p_1p_2+p_2$$

אם הוא בוחר c, תוחלת הרווח שלו היא:

$$2p_1p_2+2(1-p_1)(1-p_2) = 4p_1p_2+2-2p_1-2p_2$$

ואם הוא בוחר r, תוחלת הרווח שלו היא:

$$p_2(1-p_3)+3(1-p_1)(1-p_2) = 2p_1p_2+3-2p_2-3p_1$$

נפתור את מערכת השיוונים:

$$2p_1p_2+p_2=4p_1p_2+2-2p_1-2p_2$$

$$4p_1p_2+2-2p_1-2p_2=2p_1p_2+3-2p_2-3p_1$$

ונקבל שני פתרונות אפשריים:

$$p_1=1,p_2=0$$

או

$$p_1=\frac{1}{2},p_2=\frac{1}{2}$$

נבחן את המקרים בהם $p_1=1$ ו־ $p_2=0$:

עבור כל p_3 ו־q_3 שיבחר שחקן 3, יעדיף שחקן 2 לשנות אסטרטגיה ולבחור תמיד ב־L. כלומר, $p_2=1$. לכן זוהי אינה נקודת שיווי משקל.

נבדוק את המקרים בהם $p_1=p_2=\frac{1}{2}$:

שחקן 1 יעדיף לשנות אסטרטגיה ולבחור תמיד ב B, כלומר $p_1=1$, למעט מצב יחיד שבו שחקן 3 בוחר תמיד ב־c. כלומר, $q_3=1$. אלא שבמצב זה, שחקן 2 יעדיף תמיד את האסטרטגיה L, כלומר $p_2=1$, על פני האסטרטגיה המעורבת $p_2=\frac{1}{2}$.

לכן באף אחד מהמקרים בהם תוחלות הזכיה של שחקן 3 שוות כולן זו לזו לא קיימת נקודת שיווי משקל.

נבדוק מה קורה כשמסירים אחת מהאסטרטגיות של שחקן 3:

נניח ששחקן 3 לעולם לא בוחר באסטרטגיה c. ניתן עכשיו להסיר את האסטרטגיה R של שחקן 2 מפני שהיא נשלטת חזק ע"י L. בדומה, ניתן גם להסיר את האסטרטגיה T של שחקן 1 מפני שהיא נשלטת חזק ע"י B. קיבלנו שתי נקודות שיווי משקל 1,1,1 כפי שנתון לנו.

עכשיו נניח ששחקן 3 לעולם לא בוחר באסטרטגיה l. נשתמש בשיוויון:

$$4p_1p_2+2-2p_1-2p_2=2p_1p_2+3-2p_2-3p_1$$

$$p_1=\frac{1}{2p_2+1}$$

נציב בתוחלת של שחקן 3 ונקבל:

$$q_3(2\frac{1}{2p_2+1}p_2+2(1-\frac{1}{2p_2+1})(1-p_2))+(1-q_3)((1-\frac{1}{2p_2+1})p_2+3(1-\frac{1}{2p_2+1})(1-p_2))=\frac{-4p_2^2-3}{2p_2+1}+3$$

ביטוי זה מגיע למקסימום כאשר $p_1=p_2=\frac{1}{2}$ אבל כבר ראינו קודם שבמצב זה לא קיים שיווי משקל כי שחקן 2 יעדיף לשחק תמיד באסטרטגיה L.

נבדוק מה קורה כששחקן 3 לא בוחר לעולם באסטרטגיה r:

נשתמש בשיוויון

$$2p_1p_2+p_2=4p_1p_2+2-2p_1-2p_2$$

$$p_1=\frac{2-3p_2}{2(1-p_2)}$$

נציב בתוחלת של שחקן 3 ונקבל:

$$p_3(3\frac{2-3p_2}{2\,(1-p_2)}p_2+(1-\frac{2-3p_2}{2\,(1-p_2)})p_2)+(1-p_3)(2\frac{2-3p_2}{2\,(1-p_2)}p_2+2(1-\frac{2-3p_2}{2\,(1-p_2)})(1-p_2))=\frac{-4p_2^2+3p_2}{1-p_2}$$

גם ביטוי זה מגיע למקסימום כאשר $p_1=p_2=\frac{1}{2}$ ולכן לא מתקבל שיווי משקל.

קיבלנו שרק כששחקן 3 בוחר באסטרטגיה l או r (לא משנה באיזו התפלגות) מתקבל שיווי משקל בנקודות 1, 1, 1.

ב.

לפי המנגנון המתואר, המצבים היחידים אליהם ניתן להגיע הם (2, 2, 2).

		שחקן 1			
		T		B	
		שחקן 2		שחקן 2	
		L	R	L	R
שחקן 3	l	$(0,1,3)$	$(0,0,0)$	$(1,1,1)$	$(1,0,0)$
	c	$(2,2,2)$	$(0,0,0)$	$(2,2,0)$	$(2,2,2)$
	r	$(0,1,0)$	$(0,0,0)$	$(1,1,1)$	$(1,0,3)$

ג.

נבחן את המצב מנקודת מבטו של שחקן 1:

אם שני השחקנים האחרים פועלים לפי המנגנון, והמטבע יצא "עץ" - שחקן 2 יבחר L ושחקן 3 יבחר c. במקרה זה, גם אם שחקן 1 יסטה מהמנגנון ויבחר B בהסתברות גבוהה מ־0, תוחלת הזכיה שלו תהיה תמיד 2, שזה לא יותר ממה שהיה מקבל בכל מקרה. לכן אין לו סיבה לסטות. אם המטבע יצא "פלי", שחקן 2 יבחר R ושחקן 3 יבחר c. במקרה זה, אם שחקן 1 יסטה מהמנגנון ויבחר T בהסתברות גבוהה מ־0, תוחלת הזכיה שלו תהיה מוגבלת בין 0 ל־2. לכן אין לו סיבה לסטות.

נבחן את המצב מנקודת מבטו של שחקן 2:

אם שני השחקנים האחרים פועלים לפי המנגנון, והמטבע יצא "עץ" - שחקן 1 יבחר T ושחקן 3 יבחר c. במקרה זה, גם אם שחקן 2 יסטה מהמנגנון ויבחר R בהסתברות גבוהה מ־0, תוחלת הזכיה שלו תהיה מוגבלת בין 0 ל־2. לכן אין לו סיבה לסטות. אם המטבע יצא "פלי", שחקן 1 יבחר B ושחקן 3 יבחר c. במקרה זה, אם שחקן 2 יסטה מהמנגנון ויבחר L בהסתברות גבוהה מ־0, תוחלת הזכיה שלו תהיה תמיד 2. לכן אין לו סיבה לסטות.

נבחן את המצב מנקודת מבטו של שחקן 3: המקסימום של תוחלת הזכיה שלו

$$p_3\cdot\frac{1}{2}\cdot 3+q_3\cdot\frac{1}{2}\cdot(2+2)+(1-p_3-q_3)\frac{1}{2}\cdot 3=\frac{q_3+3}{2}$$

מתקבל כאשר $q_3=1$, כלומר - כאשר הוא בוחר תמיד באסטרטגיה c. לכן גם לו אין סיבה לסטות.

תרגיל 5

לכל בת $b\in B$ ושני בנים $a_f\in A$ ו־ $a_g\in A$ (a_f עשוי להיות שווה ל a_g), כך ש $f(a_f)=b$ וגם $g(a_g)=b$, נקבע את העדיפות הגבוהה ביותר של b להיות a_g ואת העדיפות הגבוהה ביותר של a_f להיות b. שאר העדיפויות יקבעו באופן שרירותי.

לפי מערכת העדפות זו, f הוא שידוך יציב משום שכל בן a_f מקבל זיווג עם הבת המועדפת עליו ביותר b. אף זוג אינו מערער על השידוך מפני שלכל בן מתקיים שאין בת אחרת אותה הוא מעדיף על פני זו שקיבל.

בדומה, גם g הוא שידוך יציב למערכת העדפות זו, מפני שכל בת b מקבלת זיווג עם הבן המועדף עליה ביותר a_g. אף זוג אינו מערער על השידוך מפני שלכל בת מתקיים שאין בן אחר אותו היא מעדיפה על פני זה שקיבלה.

חלק ב׳ - תורת המשחקים האבולוציונית

השימוש בתורת המשחקים להבנת התנהגותם של אורגניזמים בפרט ושל תהליכים אבולוציוניים ברמת האוכלוסיה הוא מתבקש. בשנת 1973 הציג ג׳ון מיינארד סמית׳ שימוש כזה, כשהוא מתבסס במידה רבה על רעיון שהגה קודם לכן ג׳ורג׳ פרייס אך לא הבשיל לכדי ניסוח פורמלי.

המודל האבולוציוני

באוכלוסיה של פרטים אשר משחקים זה מול זה, מספר הצאצאים שישחקו בדור הבא נקבע לפי מידת ההצלחה של הפרט בדור הנוכחי. כלומר, מטריצת התשלומים מגדירה את יכולת הרבייה של השחקן. הזוגות נבחרים לשחק זה מול זה באופן אקראי ובכל דור משחק כל שחקן משחק יחיד. צאצאים ישחקו תמיד באותה אסטרטגיה בה שיחק ההורה שלהם, למעט מקרים נדירים של מוטציה - התחלפות אקראית של האסטרטגיה באסטרטגיה אפשרית אחרת.

אסטרטגיה יציבה אבולוציונית

הרעיון המרכזי שהציגו סמית׳ ופרייס הוא אסטרטגיה יציבה אבולוציונית. בהינתן שכל האוכלוסיה, או כמעט כולה, משחקת לפי אסטרטגיה אחת מתוך לפחות שתיים אפשריות, אסטרטגיה זו היא יציבה מבחינה אבולוציונית אם אף אסטרטגיה אחרת לא יכולה "להשתלט" על האוכלוסיה ולתפוס את מקומה. על מנת שזה יתקיים, האסטרטגיה צריכה להתמודד טוב מול אסטרטגיות אחרות, אך עליה גם להתמודד טוב מול עצמה. אסטרטגיה שאינה מתמודדת טוב מול עצמה תקלע לבעיה כאשר שכיחותה באוכלוסיה תהפוך לגבוהה מפני שאסטרטגיה אלטרנטיבית תוכל להצליח טוב ממנה ולעצור את התפשטותה.

בשונה משיווי משקל נאש, יציבות אבולוציונית אינה מתבססת על ההנחה שהשחקנים בוחרים באופן מודע את האסטרטגיה המיטבית מבחינתם תוך הנחה שגם יריביהם פועלים כך. במקום זאת, האסטרטגיה בה משחק שחקן אינה נתונה לבחירתו והיא נגזרת ישירות מההורה שלו. למרות ההנחות השונות, כל אסטרטגיה יציבה אבולוציונית מהווה גם שיווי משקל נאש. ההיפך אינו נכון תמיד מפני שאסטרטגיה יציבה אבולוציונית צריכה לקיים תנאי נוסף שאינו חייב להתקיים בשיווי משקל נאש - היא צריכה להיות סימטרית. על שני השחקנים להעדיף אותה על פני אסטרטגיות אחרות. שיווי משקל נאש, לעומת זאת, יכול גם להתקבל כששני השחקנים משחקים באסטרטגיות שונות.

הגדרה פורמלית

תהי $E[X,Y]$ תועלת השחקן הבוחר באסטרטגיה X מול שחקן המשחק באסטרטגיה Y. כדי שתהיה יציבה מבחינה אבולוציונית, על אסטרטגיה S לקיים לפחות אחד מהתנאים הבאים עבור כל אסטרטגיה אפשרית אחרת T.

$$E[S,S] > E[T,S]$$

$$E[S,S] = E[T,S] \wedge E[S,T] > E[T,T]$$

כלומר, או שהתועלת המתקבלת כששחקן משחק באסטרטגיה היציבה (S) מול שחקן אחר המשחק באותה אסטרטגיה (S) היא גבוהה מהתועלת המתקבלת כששחקן משחק באסטרטגיה אחרת (T) מול האסטרטגיה היציבה (S); או שהתועלות זהות, אך הן גבוהות מהתועלת שמקבל שחקן באסטרטגיה האחרת (T) כשהוא משחק מול שחקן המשחק באותה אסטרטגיה (T).

הגדרה זו של אסטרטגיה יציבה אבולוציונית נכונה למעשה גם לשילוב של אסטרטגיות, כלומר - לאסטרטגיה מעורבת. אם x הוא וקטור ההתפלגות של אסטרטגיות אפשריות, נתייחס אליו כאסטרטגיה אחת. הדבר יכול לבוא לידי ביטוי במודל האבולוציוני בשתי דרכים: או שהשחקן הפועל לפי אסטרטגיה זו יבחר בצורה לא דטרמיניסטית באסטרטגיה בה הוא משחק, לפי ההתפלגויות המוגדרות ע"י x; או שחלקים יחסיים שונים באוכלוסיה המוגדרים לפי ההתפלגות x ישחקו באסטרטגיות התואמות. נניח ש A היא מטריצת התשלומים עבור

שחקן מסויים. x הוא אסטרטגיה יציבה אבולוציונית אם לכל וקטור התפלגויות אחר z של אסטרטגיות אפשריות מתקיים לפחות אחד מהתנאים הבאים:

$$x^TAx > z^TAx$$

$$x^TAx = z^TAx \wedge x^TAz > z^TAz$$

זהו למעשה ניסוח כמעט זהה לשני התנאים שהוצגו קודם לכן, אלא שהוא מדגיש טוב יותר את הרעיון שאסטרטגיה היא אינה בהכרח טהורה.

דוגמה
הדוגמה הקלאסית לאסטרטגיה יציבה, בעיקר בהקשר הביולוגי, היא משחק הניצים והיונים אשר גם הוצג ע"י סמית' ופרייס במאמר המקורי. מטריצת תשלומים סטנדרטית של המשחק נראית כך:

	נץ	יונה
נץ	$(V-C)/2, (V-C)/2$	$V, 0$
יונה	$0, V$	$V/2, V/2$

כאשר V הוא הרווח מהשלל הפוטנציאלי ו־C היא עלותה של השתתפות בקרב. נניח ש $0 < V < C$. מצבי נץ/יונה ו־יונה/נץ הם נקודות שיווי משקל נאש, אך מאחר ואינם סימטריים אף אחת מהאסטרטגיות הטהורות אינה יציבה אבולוציונית. נחפש שיווי משקל באסטרטגיות מעורבות:
נניח ששחקן העמודות בוחר "יונה" בהסתברות p ו "נץ" בהסתברות $1-p$. תוחלת התועלת לשחקן השורות אם יבחר "נץ" היא:

$$pV + (1-p)(V-C)\frac{1}{2} = pV + \frac{1}{2}(V - C - pV + pC) = \frac{pV + V + pC - C}{2}$$

והתוחלת לשחקן השורות אם יבחר "יונה" היא:

$$p\frac{V}{2} + (1-p)\cdot 0 = \frac{pV}{2}$$

שיווי המשקל יתקבל כאשר $\frac{pV+V+pC-C}{2} = \frac{pV}{2}$. נמצא את p:

$$pV = pV + V + pC - C$$

$$pV - p(V+C) = V - C$$

$$-pC = V - C$$

$$p = \frac{C-V}{C}$$

מאחר והמשחק הוא סימטרי, נקבל את אותו ערך גם עבור שחקן העמודות. מרגע שנמצאה אסטרטגיה מעורבת זהה לשני השחקנים המובילה לשיווי משקל, אנו יכולים להסיק שאסטרטגיה מעורבת זו היא גם יציבה מבחינה אבולוציונית מפני שהיא עונה על התנאי הראשון.