

# Traces écrites Sec07

## Janvier 2026

26 janvier 2026

### CHAPITRE 6 : Généralités sur les fonctions

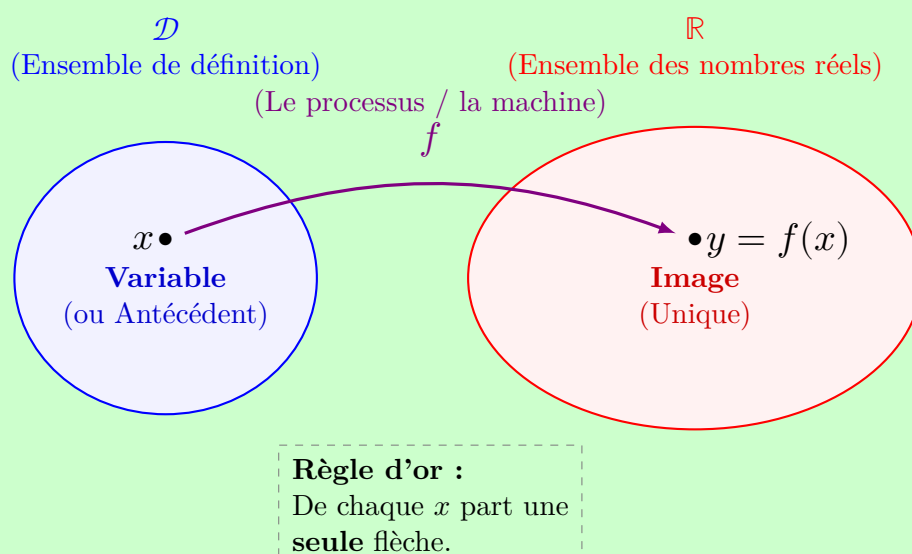
## 1 Notion de fonction et vocabulaire

### 1.1 Définition

#### Définition 1.1 :

Une **fonction**  $f$  est un processus (une “machine”) qui, à tout nombre réel  $x$  d'un ensemble de départ  $\mathcal{D}$ , associe un **unique** nombre réel noté  $f(x)$ .

- L'ensemble  $\mathcal{D}$  est appelé **ensemble de définition** de la fonction  $f$ .
- Le nombre  $x$  est la **variable**.
- Le nombre  $f(x)$  est l'**image** de  $x$  par  $f$ .
- Si  $y = f(x)$ , on dit que  $x$  est un **antécédent** de  $y$  par  $f$ .



#### Remarque 1 :

Attention aux confusions fréquentes :

- Un nombre  $x$  a une **unique** image.
- Un nombre  $y$  peut avoir **aucun**, **un** ou **plusieurs** antécédents.

#### Exemple 1 :

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2 - 1$ .

- **Calcul de l'image de 3 :**  
 $f(3) = 3^2 - 1 = 9 - 1 = 8$ .  
 L'image de 3 par  $f$  est 8.

- **Recherche des antécédents de 15 :**

On cherche  $x$  tel que  $f(x) = 15$ .

$$x^2 - 1 = 15 \iff x^2 = 16$$

$$x = 4 \quad \text{ou} \quad x = -4$$

Le nombre 15 a deux antécédents :  $-4$  et  $4$ .

27 janvier 2026

## 2 Tableau de signes

### 2.1 Lien entre Graphique et Algèbre

Avant de dresser des tableaux, il est essentiel de comprendre le lien entre la courbe représentative d'une fonction et son signe.

#### Propriété 2.1 :

Soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$  et  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative.

- Dire que  $f(x) > 0$  (positif) signifie que la courbe  $\mathcal{C}_f$  est située **au-dessus** de l'axe des abscisses.
- Dire que  $f(x) < 0$  (négatif) signifie que la courbe  $\mathcal{C}_f$  est située **en-dessous** de l'axe des abscisses.
- Dire que  $f(x) = 0$  signifie que la courbe  $\mathcal{C}_f$  **coupe** l'axe des abscisses.

### 2.2 Signe d'une fonction affine $ax + b$

C'est la "brique élémentaire" pour construire n'importe quel tableau de signes en classe de Seconde. Une fonction affine est définie par  $f(x) = ax + b$  avec  $a \neq 0$ . Elle est représentée par une droite. Le nombre  $a$  est le **coefficient directeur**.

#### 2.2.1 Cas 1 : $a > 0$ (Fonction croissante)

Si  $a > 0$ , la fonction est croissante. Elle part des négatifs pour aller vers les positifs. Elle s'annule en  $x = -\frac{b}{a}$ .

Représentation graphique :

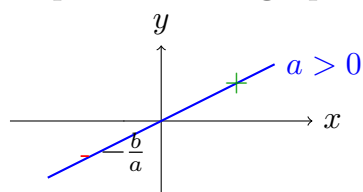


Tableau de signes (LaTeX) :

$x$	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
Signe de $ax + b$	$-$	$0$	$+$

#### 2.2.2 Cas 2 : $a < 0$ (Fonction décroissante)

Si  $a < 0$ , la fonction est décroissante. Elle part des positifs pour aller vers les négatifs.

Représentation graphique :

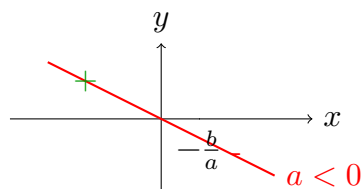


Tableau de signes :

$x$	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
Signe de $ax + b$	+	0	-

**Méthode 2.2 :**

**Moyen mnémotechnique (Règle du signe de  $a$ ) :**

Dans le tableau de signes d'une fonction affine  $ax + b$ , on met toujours le **signe de  $a$  à droite** du zéro.

## 2.3 Le Tableau de Signes – Produit

Pour étudier le signe d'une expression plus complexe, comme un produit de facteurs  $(ax + b)(cx + d)$ , on utilise la règle des signes (« moins par moins donne plus », etc.) résumée dans un tableau général.

**Méthode 2.3 :**

**Protocole de résolution :** Pour résoudre une inéquation du type  $(2x - 4)(3 - x) \geq 0$  :

1. **Racines :** Trouver les valeurs qui annulent chaque facteur.

- $2x - 4 = 0 \iff 2x = 4 \iff x = 2$
- $3 - x = 0 \iff -x = -3 \iff x = 3$

2. **Tableau :** Construire un tableau avec une ligne pour  $x$  et une ligne pour chaque facteur.

3. **Ordre :** Placer les valeurs de  $x$  trouvées sur la première ligne **dans l'ordre croissant**.

4. **Signes :** Remplir les signes de chaque facteur (règle du signe de  $a$ ).

5. **Bilan :** Faire le produit des signes pour la dernière ligne.

6. **Conclusion :** Lire l'ensemble des solutions  $S$  correspondant à l'inégalité demandée.

**Exemple 2 :**

**Exemple résolu :** Étudier le signe de  $P(x) = (2x - 4)(3 - x)$ .

- Facteur 1 :  $2x - 4$ . Ici  $a = 2$  (positif). Donc + à droite du 0. S'annule en 2.
- Facteur 2 :  $3 - x$ . Ici  $a = -1$  (négatif). Donc - à droite du 0. S'annule en 3.

Tableau de signes :

$x$	$-\infty$	2	3	$+\infty$
Signe de $2x - 4$	-	0	+	+
Signe de $3 - x$	+	-	0	-
Signe de $P(x)$	-	0	+	-

Si on cherchait à résoudre  $(2x - 4)(3 - x) \geq 0$ , la solution serait  $S = [2; 3]$ .

## 2.4 Le Tableau de Signes – Quotient

La méthode est identique, à une exception près : **la valeur interdite**.

**Définition 2.4 :**

Un quotient  $\frac{A(x)}{B(x)}$  n'existe pas si son dénominateur  $B(x)$  est nul. Dans le tableau de signes, on indique cette **valeur interdite** par une **double barre ||** sur la ligne de résultat.

**Exemple 3 :**

**Exemple résolu :** Résoudre  $\frac{x+1}{2x-6} \leq 0$ .

1. **Valeur interdite (Dénominateur) :**  $2x - 6 = 0 \iff 2x = 6 \iff x = 3$ .

2. **Numérateur :**  $x + 1 = 0 \iff x = -1$ .

3. **Tableau :**

- $x + 1 : a = 1(> 0)$ , s'annule en  $-1$ .
- $2x - 6 : a = 2(> 0)$ , s'annule en  $3$ .

$x$	$-\infty$	$-1$	$3$	$+\infty$
$x + 1$		$-$	$0$	$+$
$2x - 6$		$-$	$0$	$+$
Quotient $Q(x)$		$+$	$0$	$-$

**Conclusion :** On cherche où le quotient est négatif ou nul ( $\leq 0$ ). On regarde la ligne "Bilan". C'est le cas entre  $-1$  et  $3$ . \* En  $-1$ , c'est égal à  $0$  (autorisé par  $\leq$ ), on ferme le crochet. \* En  $3$ , c'est une valeur interdite (double barre), on ouvre **toujours** le crochet.

$$S = [-1; 3[$$

**29 janvier 2026**