Traces écrites Sec11
Janvier 2026

6 janvier 2026
CHAPITRE : Repérage

1 Notion de Repère

Pour se repérer dans le plan, on utilise trois points non alignés O, I et J qui forment un **repère**, noté $(O; I, J)$.

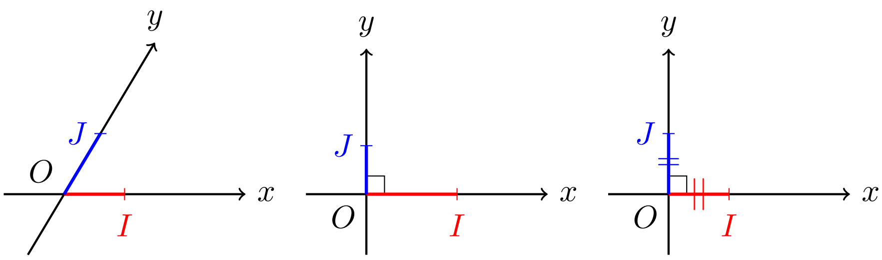
Définition 1.1 :

- **L'origine** est le point O.
- **L'axe des abscisses** est la droite (OI) (axe horizontal).
- **L'axe des ordonnées** est la droite (OJ) (axe vertical).
- La distance OI donne l'unité sur l'axe des abscisses.
- La distance OJ donne l'unité sur l'axe des ordonnées.

1.1 Les différents types de repères

Il est crucial de savoir distinguer les types de repères car certaines formules (comme la distance) ne fonctionnent que dans un cas précis.

Type de Repère	Caractéristique
Quelconque	Les droites (OI) et (OJ) sont sécantes, les unités sont quelconques.
Orthogonal	Les droites (OI) et (OJ) sont **perpendiculaires**.
Orthonormé	Les droites (OI) et (OJ) sont **perpendiculaires** ET les unités sont égales ($OI = OJ = 1$).



1. Quelconque (OI) et (OJ) sécantes $OI \neq OJ$

2. Orthogonal $(OI) \perp (OJ)$ $OI \neq OJ$

3. Orthonormé $(OI) \perp (OJ)$ $OI = OJ$

Remarque 1 :
Sauf mention contraire, on travaille généralement dans un **repère orthonormé** pour simplifier les calculs de distances.

2 Coordonnées d'un point

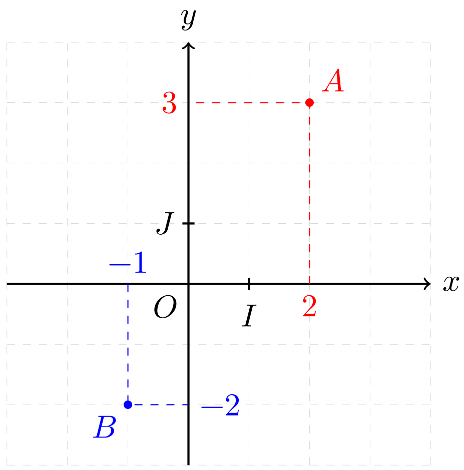
Définition 2.1 :
Dans un repère $(O; I, J)$, tout point M est repéré par un unique couple de nombres réels $(x_M; y_M)$.

- x_M est l'**abscisse** de M.
- y_M est l'**ordonnée** de M.

On note le point : $M(x_M; y_M)$.

Exemple 1 :
Sur la figure ci-dessous :

- Le point A a pour abscisse 2 et pour ordonnée 3. On note $A(2; 3)$.
- Le point B a pour abscisse -1 et pour ordonnée -2. On note $B(-1; -2)$.



3 Coordonnées du milieu d'un segment

Cette formule est valable dans **tous** les types de repères.

Propriété 3.1 :
Soient deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$. Les coordonnées du milieu K du segment $[AB]$ sont :

$$x_K = \frac{x_A + x_B}{2} \quad \text{et} \quad y_K = \frac{y_A + y_B}{2}$$

Moyen mnémotechnique : C'est la "moyenne" des coordonnées.

Exemple 2 :
Soit $A(2;4)$ et $B(-4;6)$. Calculons les coordonnées de K, milieu de $[AB]$:

$$x_K = \frac{2+(-4)}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$
$$y_K = \frac{4+6}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

Le milieu est $K(-1;5)$.

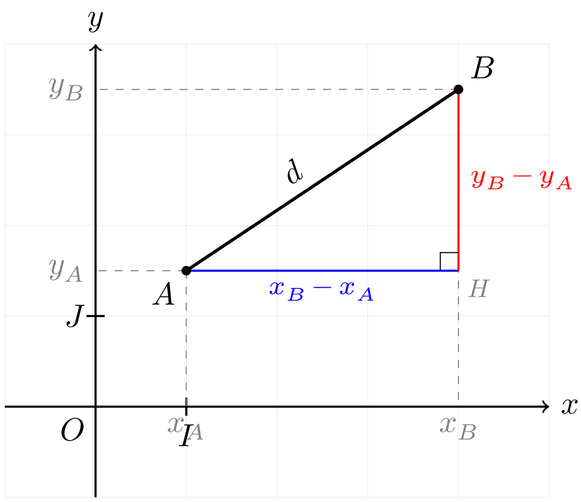
13 janvier

4 Distance entre deux points

Remarque 2 :
La propriété suivante n'est valable que dans un **repère ORTHONORMÉ**.

Propriété 4.1 :
Dans un repère orthonormé, la distance entre deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ est donnée par la formule :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$



Démonstration 4.1 :
(Esquisse) Cette formule découle directement du **Théorème de Pythagore**. En traçant un triangle rectangle dont l'hypoténuse est $[AB]$, les côtés de l'angle droit mesurent $|x_B - x_A|$ et $|y_B - y_A|$.

Exemple 3 :
Soit $A(1; 2)$ et $B(4; -2)$. Calculons la longueur AB.

1. On calcule la différence des abscisses : $x_B - x_A = 4 - 1 = 3$.
2. On calcule la différence des ordonnées : $y_B - y_A = -2 - 2 = -4$.
3. On applique la formule :

$$AB = \sqrt{3^2 + (-4)^2}$$
$$AB = \sqrt{9 + 16}$$
$$AB = \sqrt{25}$$
$$AB = 5$$

Exercice 4 :
Exercice d'application
Dans un repère orthonormé $(O; I, J)$, on considère les points : $A(-2; 1)$, $B(3; 6)$ et $C(4; -1)$.

1. Calculer les coordonnées de M, milieu de $[AC]$.
2. Calculer les longueurs AB, AC et BC.
3. Quelle est la nature du triangle ABC ?

Aide : Pour la question 3, utilisez la réciproque du théorème de Pythagore ou observez les longueurs.

Méthode 4.2 :
Calcul mental et vérification
Si vous trouvez une distance négative (ex : $AB = -5$), vous avez fait une erreur. Une distance est toujours positive ($\sqrt{\ldots} \geq 0$).
Pour les racines carrées :

- $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ (Erreur classique !)
- Exemple : $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$ et non pas $3 + 4 = 7$.

19 janvier 2026
Compléments de cours : Rappels de collège

5 La Médiatrice d'un segment

5.1 Définition et Caractérisation

Définition 5.1 :
La médiatrice d'un segment $[AB]$ est la droite perpendiculaire à ce segment et passant par son milieu.
Caractérisation par les distances :
C'est l'ensemble des points M du plan qui sont **équidistants** des extrémités A et B.

$$M \in \text{Médiatrice de } [AB] \iff MA = MB \iff MA^2 = MB^2$$

5.2 Méthode : Vérifier l'appartenance d'un point

Dans un repère orthonormé, pour savoir si un point $M(x; y)$ appartient à la médiatrice de $[AB]$, on compare les carrés des distances (pour éviter les racines carrées inutiles).

Méthode 5.2 :

1. On calcule $MA^2 = (x_A - x)^2 + (y_A - y)^2$.
2. On calcule $MB^2 = (x_B - x)^2 + (y_B - y)^2$.
3. On conclut :
   - Si $MA^2 = MB^2$, alors M est sur la médiatrice.
   - Sinon, il ne l'est pas.

Exemple 5 :
Soient $A(-2; 1)$, $B(4; 3)$ et $M(1; 2)$. Le point M est-il sur la médiatrice de $[AB]$?

- $MA^2 = (-2-1)^2 + (1-2)^2 = (-3)^2 + (-1)^2 = 9 + 1 = 10$
- $MB^2 = (4-1)^2 + (3-2)^2 = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$

Puisque $MA^2 = MB^2$, le point M appartient bien à la médiatrice de $[AB]$.

6 Triangle Rectangle et Cercle Circonscrit

6.1 Définition

Définition 6.1 :
Cercle Circonscrit
Le **cercle circonscrit** à un triangle est l'unique cercle qui passe par les **trois sommets** de ce triangle.

- **Centre :** Son centre, souvent noté Ω ou O, est le point d'intersection des **trois médiatrices** des côtés du triangle.
- **Rayon :** La distance entre ce centre et n'importe quel sommet du triangle est le rayon R du cercle.

$$\text{Si } \Omega \text{ est le centre, alors } \Omega A = \Omega B = \Omega C = R$$

6.2 Propriétés fondamentales

Rappelons les propriétés vues au collège, essentielles pour les exercices de repérage.

Propriété 6.2 :
Pour un triangle ABC non aplati, les affirmations suivantes sont équivalentes :

1. Le triangle ABC est **rectangle en C**.
2. Le milieu de l'hypoténuse $[AB]$ est le **centre du cercle circonscrit** à ABC.
3. Le milieu de l'hypoténuse $[AB]$ est **équidistant** des trois sommets.

6.3 Calculer les éléments du cercle (Cas du triangle rectangle)

Si l'on a démontré que le triangle ABC est rectangle en C (souvent via la réciproque de Pythagore avec les distances calculées), alors on peut déterminer très facilement les caractéristiques de son cercle circonscrit $\mathcal{C}$.

Méthode 6.3 :
Soit K le centre du cercle circonscrit et R son rayon.

1. **Le Centre** K est le milieu de l'hypoténuse $[AB]$.
   On utilise la formule des milieux :
   $$x_K = \frac{x_A + x_B}{2} \quad \text{et} \quad y_K = \frac{y_A + y_B}{2}$$
2. **Le Rayon** R est la moitié de la longueur de l'hypoténuse.
   $$R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}{2}$$
   (On peut aussi calculer la distance KA ou KB).

7 Synthèse : Comment trouver le centre du cercle circonscrit ?

La méthode à utiliser dépend de la nature du triangle identifiée au préalable.

Propriété 7.1 :
Cas particuliers importants (Niveau Seconde)

1. **Triangle Rectangle :** Si un triangle est rectangle, le centre de son cercle circonscrit est le **milieu de l'hypoténuse**. *C'est la méthode la plus rapide à utiliser dans les exercices de repérage.*

2. **Triangle Quelconque (Méthode algébrique) :** Pour trouver les coordonnées du centre $\Omega(x; y)$ dans un repère, on utilise la propriété d'équidistance en résolvant un système d'équations (souvent $\Omega A^2 = \Omega B^2$ et $\Omega B^2 = \Omega C^2$).