Traces écrites Sec07
Janvier 2026

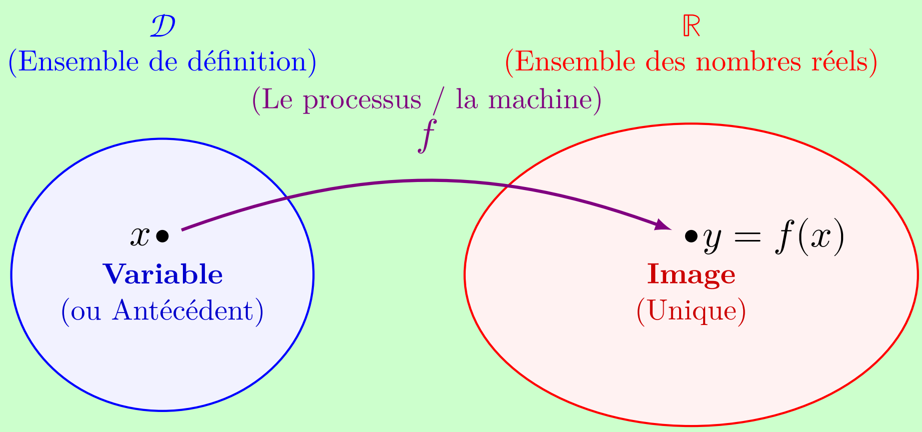
26 janvier 2026
CHAPITRE 6 : Généralités sur les fonctions

1 Notion de fonction et vocabulaire

1.1 Définition

Définition 1.1 :
Une **fonction** f est un processus (une "machine") qui, à tout nombre réel x d'un ensemble de départ $\mathcal{D}$, associe un **unique** nombre réel noté $f(x)$.

- L'ensemble $\mathcal{D}$ est appelé **ensemble de définition** de la fonction f.
- Le nombre x est la **variable**.
- Le nombre $f(x)$ est l'**image** de x par f.
- Si $y = f(x)$, on dit que x est un **antécédent** de y par f.



Règle d'or :
De chaque x part une **seule** flèche.

Remarque 1 :
Attention aux confusions fréquentes :

- Un nombre x a une **unique** image.
- Un nombre y peut avoir **aucun**, **un** ou **plusieurs** antécédents.

Exemple 1 :
Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 1$.

- **Calcul de l'image de 3 :**
  $f(3) = 3^2 - 1 = 9 - 1 = 8$.
  L'image de 3 par f est 8.

- **Recherche des antécédents de 15 :**
  On cherche x tel que $f(x) = 15$.

$$x^2 - 1 = 15 \iff x^2 = 16$$

$$x = 4 \quad \text{ou} \quad x = -4$$

  Le nombre 15 a deux antécédents : -4 et 4.

27 janvier 2026

2 Tableau de signes

2.1 Lien entre Graphique et Algèbre

Avant de dresser des tableaux, il est essentiel de comprendre le lien entre la courbe représentative d'une fonction et son signe.

Propriété 2.1 :
Soit f une fonction définie sur un intervalle I et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

- Dire que $f(x) > 0$ (positif) signifie que la courbe $\mathcal{C}_f$ est située **au-dessus** de l'axe des abscisses.
- Dire que $f(x) < 0$ (négatif) signifie que la courbe $\mathcal{C}_f$ est située **en-dessous** de l'axe des abscisses.
- Dire que $f(x) = 0$ signifie que la courbe $\mathcal{C}_f$ **coupe** l'axe des abscisses.

2.2 Signe d'une fonction affine $ax + b$

C'est la "brique élémentaire" pour construire n'importe quel tableau de signes en classe de Seconde. Une fonction affine est définie par $f(x) = ax + b$ avec $a \neq 0$. Elle est représentée par une droite. Le nombre a est le **coefficient directeur**.

2.2.1 Cas 1 : $a > 0$ (Fonction croissante)

Si $a > 0$, la fonction est croissante. Elle part des négatifs pour aller vers les positifs. Elle s'annule en $x = -\frac{b}{a}$.
Représentation graphique :

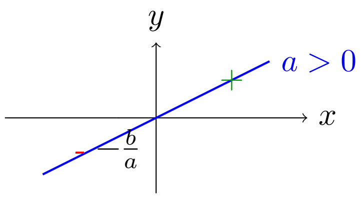


Tableau de signes (LaTeX) :

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
Signe de $ax + b$		$-$	0	$+$	

2.2.2 Cas 2 : $a < 0$ (Fonction décroissante)

Si $a < 0$, la fonction est décroissante. Elle part des positifs pour aller vers les négatifs.
Représentation graphique :

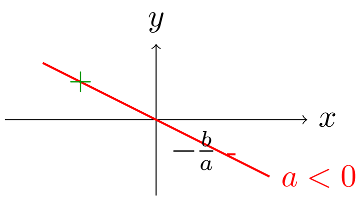


Tableau de signes :

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
Signe de $ax+b$		$+$	0	$-$	

Méthode 2.2 :
Moyen mnémotechnique (Règle du signe de a) :
Dans le tableau de signes d'une fonction affine $ax+b$, on met toujours le **signe de a à droite** du zéro.

2.3 Le Tableau de Signes – Produit

Pour étudier le signe d'une expression plus complexe, comme un produit de facteurs $(ax+b)(cx+d)$, on utilise la règle des signes (« moins par moins donne plus », etc.) résumée dans un tableau général.

Méthode 2.3 :
Protocole de résolution : Pour résoudre une inéquation du type $(2x-4)(3-x) \geqslant 0$:

1. **Racines :** Trouver les valeurs qui annulent chaque facteur.
   - $2x-4=0 \iff 2x=4 \iff x=2$
   - $3-x=0 \iff -x=-3 \iff x=3$
2. **Tableau :** Construire un tableau avec une ligne pour x et une ligne pour chaque facteur.
3. **Ordre :** Placer les valeurs de x trouvées sur la première ligne **dans l'ordre croissant**.
4. **Signes :** Remplir les signes de chaque facteur (règle du signe de a).
5. **Bilan :** Faire le produit des signes pour la dernière ligne.
6. **Conclusion :** Lire l'ensemble des solutions S correspondant à l'inégalité demandée.

Exemple 2 :
Exemple résolu : Étudier le signe de $P(x)=(2x-4)(3-x)$.

- Facteur 1 : $2x-4$. Ici $a=2$ (positif). Donc $+$ à droite du 0. S'annule en 2.
- Facteur 2 : $3-x$. Ici $a=-1$ (négatif). Donc $-$ à droite du 0. S'annule en 3.

Tableau de signes :

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
Signe de $2x-4$		$-$	0	$+$	|	$+$	
Signe de $3-x$		$+$	|	$+$	0	$-$	
Signe de $P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Si on cherchait à résoudre $(2x-4)(3-x) \geqslant 0$, la solution serait $S=[2;3]$.

2.4 Le Tableau de Signes – Quotient

La méthode est identique, à une exception près : **la valeur interdite**.

Définition 2.4 :
Un quotient $\dfrac{A(x)}{B(x)}$ n'existe pas si son dénominateur $B(x)$ est nul. Dans le tableau de signes, on indique cette **valeur interdite** par une **double barre** || sur la ligne de résultat.

Exemple 3 :
Exemple résolu : Résoudre $\dfrac{x+1}{2x-6} \leqslant 0$.

1. **Valeur interdite (Dénominateur) :** $2x-6=0 \iff 2x=6 \iff x=3$.
2. **Numérateur :** $x+1=0 \iff x=-1$.
3. **Tableau :**
   - $x+1$: $a=1(>0)$, s'annule en -1.
   - $2x-6$: $a=2(>0)$, s'annule en 3.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$2x-6$		$-$	|	$-$	0	$+$	
Quotient $Q(x)$		$+$	0	$-$	||	$+$	

Conclusion : On cherche où le quotient est négatif ou nul ($\leqslant 0$). On regarde la ligne "Bilan". C'est le cas entre -1 et 3. * En -1, c'est égal à 0 (autorisé par $\leqslant$), on ferme le crochet. * En 3, c'est une valeur interdite (double barre), on ouvre **toujours** le crochet.

$$S = [-1; 3[$$