

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
Fakulta informačních technologií

ELEKTRONIKA PRO INFORMAČNÍ TECHNOLOGIE
2019/2020

Semestrální projekt

Obsah

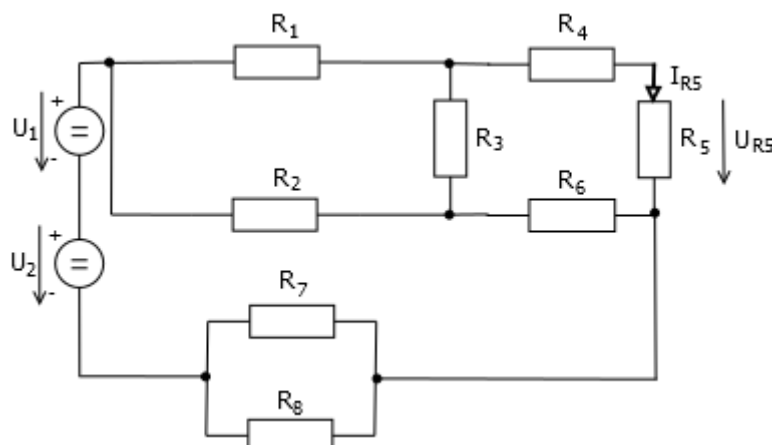
1. Příklad	3
Zadání.....	3
Vypracování	3
Výsledek.....	6
2. Příklad	7
Zadání.....	7
Vypracování	7
Výsledek.....	10
3. Příklad	11
Zadání.....	11
Vypracování	11
Výsledek.....	15
5. Příklad	16
Zadání.....	16
Vypracování	16
Výsledek.....	19
Výsledná tabulka	20

1. Příklad

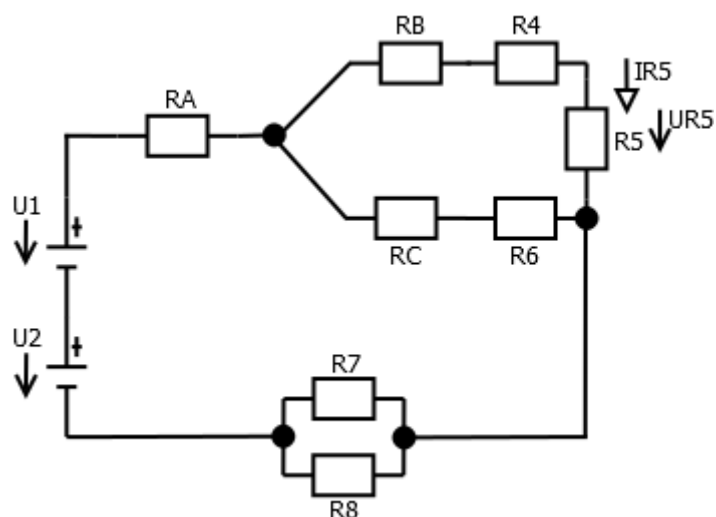
- Skupina F

Zadání

U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
125	65	510	500	550	250	300	800	330	250



Vypracování

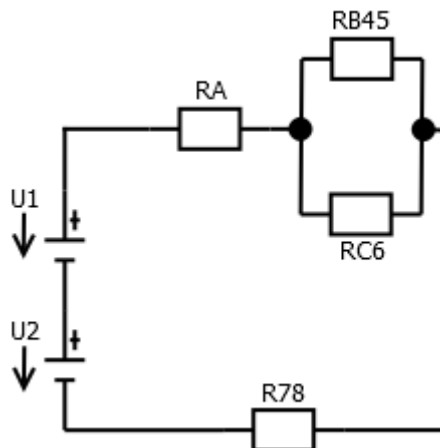


V prvním kroku jsme získali metodou trojúhelník-hvězda hodnoty rezistorů R_A , R_B a R_C .

$$R_A = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{510 * 500}{510 + 500 + 550} = \frac{255000}{1560} = 163,4615\Omega$$

$$R_B = \frac{R_1 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{510 * 550}{510 + 500 + 550} = \frac{280500}{1560} = 179,8077\Omega$$

$$R_A = \frac{R_2 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{500 * 550}{510 + 500 + 550} = \frac{275000}{1560} = 176,2821\Omega$$



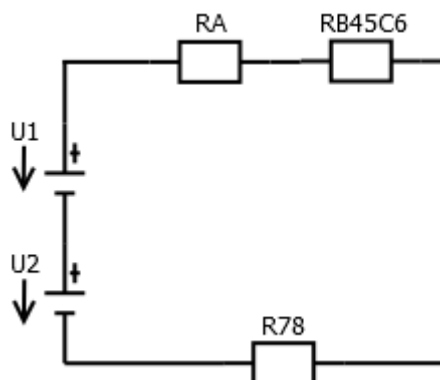
V následujícím kroku sečteme hodnoty sériově zapojených rezistorů u hvězdy a vypočítáme hodnoty paralelně zapojených rezistorů R₇ a R₈.

$$R_{B4} = R_B + R_4 = 179,8077 + 250 = 429,8077\Omega$$

$$R_{B45} = R_{B4} + R_5 = 429,8077 + 300 = 729,8077\Omega$$

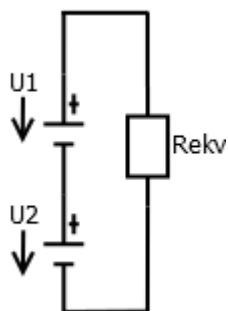
$$R_{C6} = R_C + R_6 = 176,2821 + 800 = 976,2821\Omega$$

$$R_{78} = \frac{R_7 * R_8}{R_7 + R_8} = \frac{330 * 250}{330 + 250} = \frac{82500}{580} = 142,2414\Omega$$



Dále vypočítáme hodnotu R_{B45C6}.

$$R_{B45C6} = \frac{R_{B45} * R_{C6}}{R_{B45} + R_{C6}} = \frac{729,8077 * 976,2821}{729,8077 + 976,2821} = \frac{712498,194}{1706,0898} = 417,6206\Omega$$



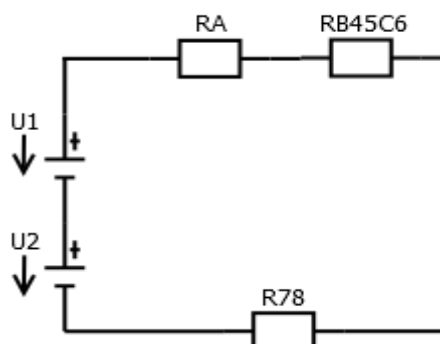
Nyní zjistíme celkový odpor R_{EKV} .

$$R_{EKV} = R_A + R_{B45C6} + R_{78} = 163,4615 + 417,6206 + 142,2414 = 723,3235\Omega$$

Vypočítáme celkový proud pomocí Ohmova zákona:

$$U_{EKV} = U_1 + U_2 = 125 + 65 = 190V$$

$$I = \frac{U_{EKV}}{R_{EKV}} = \frac{190}{723,3235} = 0,2627A$$



Nyní zpětným skládáním zjistíme napětí U_{RB45C6} a pro kontrolu U_{RA} a U_{R78} .

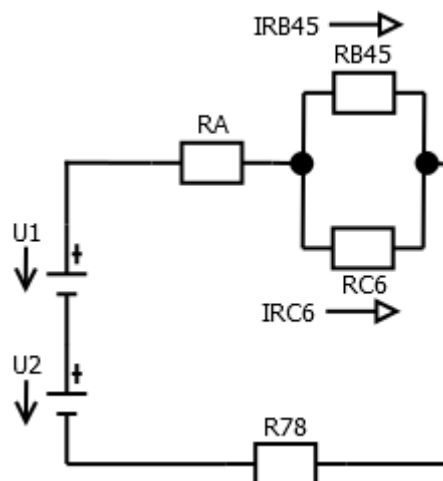
$$U_{RB45C6} = I * R_{B45C6} = 0,2627 * 417,6206 = 109,7089V$$

Kontrola (II. Kirchh. zákon.):

$$U_{RA} = I * R_A = 0,2627 * 163,4615 = 42,9413V$$

$$U_{R78} = I * R_{78} = 0,2627 * 142,2414 = 37,3668V$$

$$\begin{aligned} U_{REKV} &= U_{RB45C6} + U_{R78} + U_{RA} \\ 190 &= 109,7089 + 42,9413 + 37,3668 \\ 190 &= 190,017 \end{aligned}$$



Zjistíme proud I_{RB45} .

$$I_{RB45} = \frac{U_{RB45C6}}{R_{B45}} = \frac{109,7089}{729,8077} = 0,1503A$$

Kontrola (I. Kirchh. zákon.):

$$I_{RC6} = \frac{U_{RB45C6}}{R_{C6}} = \frac{109,7089}{976,2821} = 0,1124A$$

$$\begin{aligned} I &= I_{RB45} + I_{RC6} \\ 0,2627 &= 0,1503 + 0,1124 \\ 0,2627 &= 0,2627 \end{aligned}$$

V posledním kroku zjistíme U_{R5} a I_{R5} .

$$U_{R5} = I_{RB35} * R_5 = 0,1503 * 300 = 45,09V$$

$$I_{R5} = \frac{U_{R5}}{R_5} = \frac{45,09}{300} = 0,1503A$$

Proud I_{R5} je stejný jako proud I_{RB45} , jelikož se jedná o sériové zapojení.

Výsledek

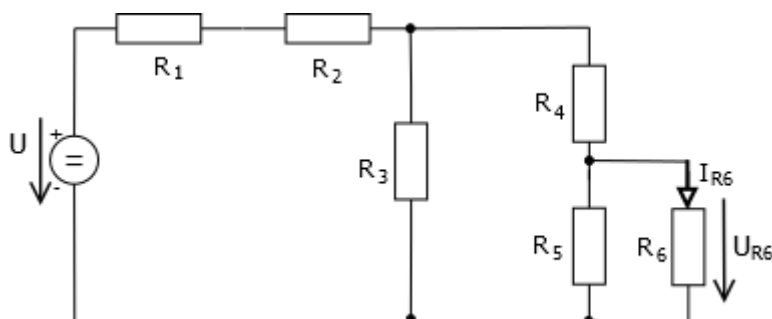
U_{R5}	I_{R5}
45,09 V	0,1503 A

2. Příklad

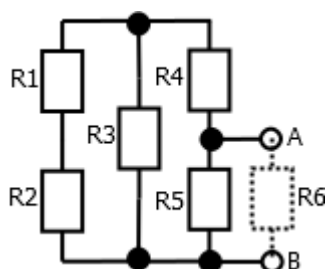
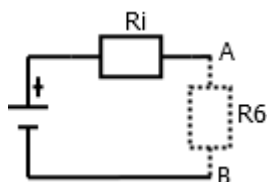
- Skupina C

Zadání

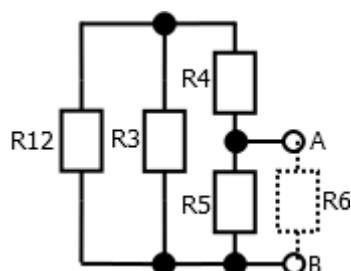
U [V]	R ₁ [Ω]	R ₂ [Ω]	R ₃ [Ω]	R ₄ [Ω]	R ₅ [Ω]	R ₆ [Ω]
200	70	220	630	240	450	300



Vypracování

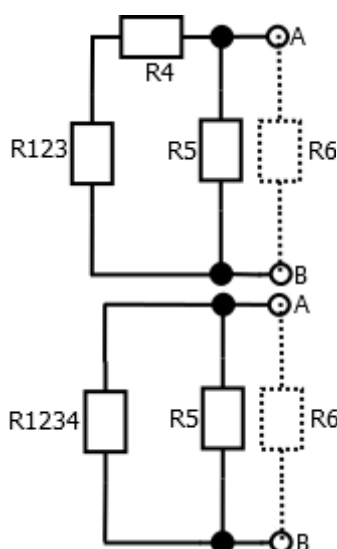


Odebereme rezistor R_6 , zdroj napětí a metodou zjednodušování získáme odpor R_i .



Sečtením R_1 a R_2 získáme hodnotu R_{12} .

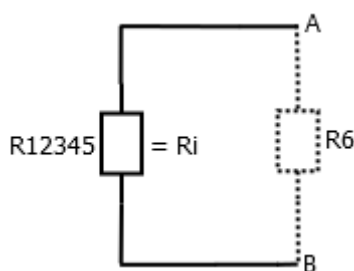
$$R_{12} = R_1 + R_2 = 70 + 220 = 290\Omega$$



Získáme hodnotu paralelního zapojení R_{12} a R_3 a dále získáme hodnotu sériového zapojení R_{123} a R_4 .

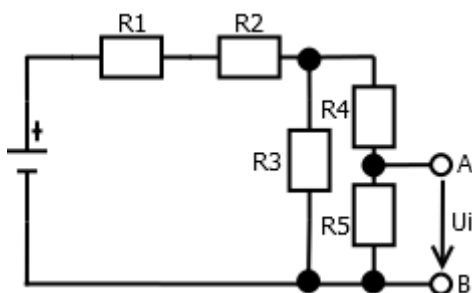
$$R_{123} = \frac{R_{12} * R_3}{R_{12} + R_3} = \frac{290 * 630}{290 + 630} = \frac{182700}{920} = 198,587\Omega$$

$$R_{1234} = R_{123} + R_4 = 198,587 + 240 = 438,587\Omega$$

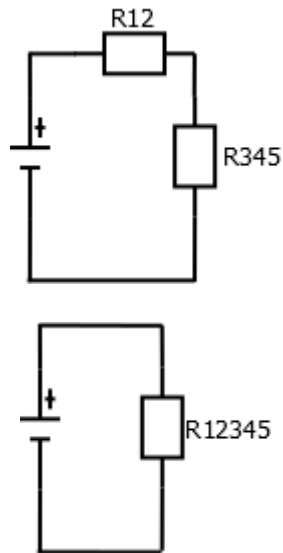


Hodnota R_i se rovná hodnotě paralelního zapojení R_{1234} a R_5 .

$$R_i = R_{12345} = \frac{R_{1234} * R_5}{R_{1234} + R_5} = \frac{438,587 * 450}{438,587 + 450} = \frac{197364,15}{888,587} = 222,1101\Omega$$



V následujícím kroku budeme zjišťovat hodnotu napětí U_i .



Budeme postupně zjednodušovat, dokud se nedopracujeme odporu R_{12345} .

R_{45} získáme součtem odporů v sériovém zapojení, poté získáme odpor paralelního zapojení R_{345} , následovně sériového zapojení R_{12345} .

$$R_{45} = R_4 + R_5 = 240 + 450 = 690\Omega$$

$$R_{345} = \frac{R_3 * R_{45}}{R_3 + R_{45}} = \frac{630 * 690}{630 + 690} = \frac{434700}{1320} = 329,3182\Omega$$

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 70 + 220 = 290\Omega$$

$$R_{12345} = R_{12} + R_{345} = 290 + 329,3182 = 619,3182\Omega$$

Vypočítáme proud obvodu.

$$I = \frac{U}{R_{12345}} = \frac{200}{619,3182} = 0,3229A$$

Jelikož se U_i rovná hodnotě U_5 , potřebujeme zjistit U_5 :

$$U_i = U_5 = R_5 * I_{R45}$$

Protože se jedná o sériové zapojení, proud protéká stejný. Potřebujeme tedy zjistit proud I_{R45} , využijeme I. Kirchh. zákon.

$$I_{R45} = I - I_{R3}$$

$$U_{R345} = R_{345} * I = 329,3182 * 0,3229 = 106,3368V$$

$$I_{R3} = \frac{U_{R345}}{R_3} = \frac{106,3368}{630} = 0,1688A$$

$$I_{R45} = 0,3229 - 0,1688 = 0,1541A$$

$$U_i = U_5 = R_5 * I_{R45} = 450 * 0,1541 = 69,345V$$

Nyní již jen pomocí U_i , R_i a R_6 dopočítáme I_{R6} a U_{R6} .

$$I_{R6} = \frac{U_i}{R_i + R_6} = \frac{69,345}{222,1101 + 300} = \frac{69,345}{522,1101} = 0,1328A$$

$$U_{R6} = R_6 * I_{R6} = 300 * 0,1328 = 39,84V$$

Výsledek

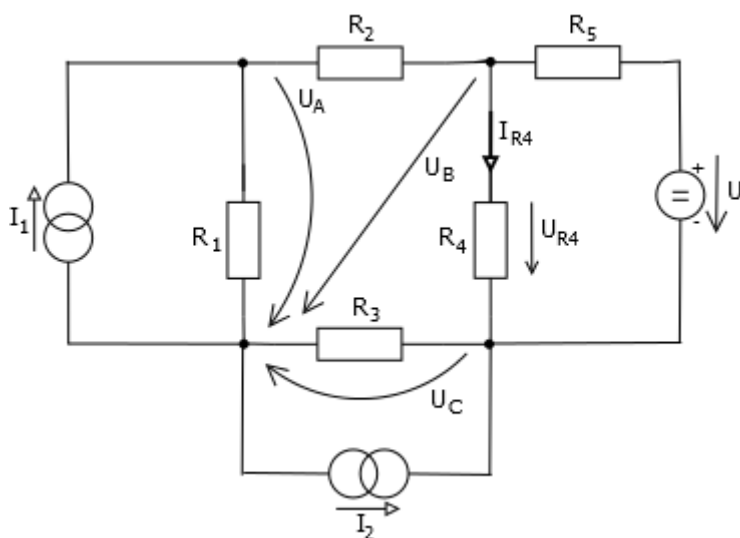
U_{R6}	I_{R6}
39,84 V	0,1328 A

3. Příklad

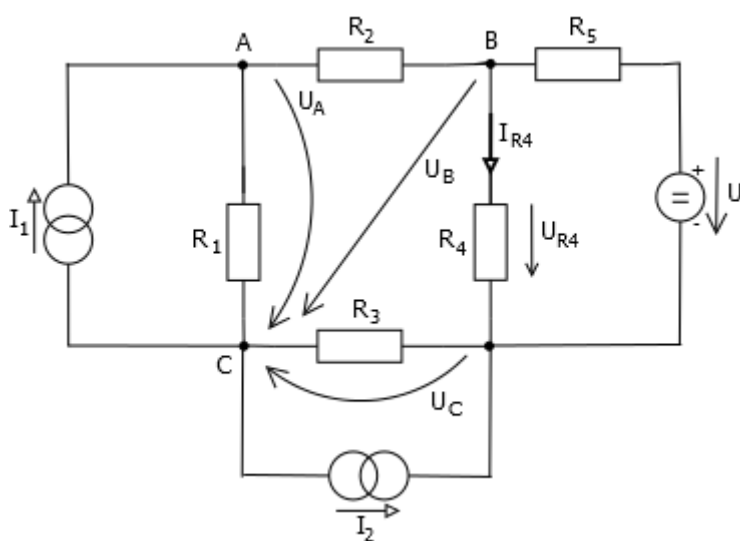
- Skupina A

Zadání

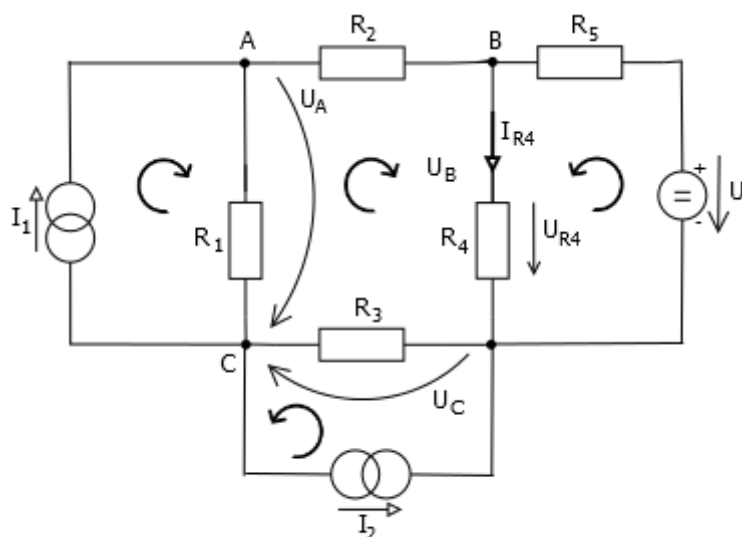
U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
120	0,9	0,7	53	49	65	39	32



Vypracování



Označíme si uzly, s kterými budeme pracovat: A, B, C.



Dále vyznačíme jejich směr.

Nyní pomocí I. Kirchh. zákona vyjádříme proudy v jednotlivých uzlech.

$$A: I_1 - I_{R1} - I_{R2} = 0$$

$$B: I_{R2} + I_{R5} - I_{R4} = 0$$

$$C: I_2 + I_{R4} - I_{R3} - I_{R5} = 0$$

Rovnice upravíme Ohmovým zákonem.

$$A: I_1 - \frac{U_A}{R_1} - \frac{U_{R2}}{R_2} = 0$$

$$B: \frac{U_{R2}}{R_2} + \frac{U_{R5}}{R_5} - \frac{U_{R4}}{R_4} = 0$$

$$C: I_2 + \frac{U_{R4}}{R_4} - \frac{U_C}{R_3} - \frac{U_{R5}}{R_5} = 0$$

Dále vyjádříme napětí pomocí II. Kirchh. zákona.

$$U_{R2} + U_B - U_A = 0$$

$$U_{R2} = U_A - U_B$$

$$U_B - U_{R4} - U_C = 0$$

$$U_{R4} = U_B - U_C$$

$$U_{R5} + U_{R4} - U = 0$$

$$U_{R5} = U - U_B + U_C = 0$$

Dosadíme napětí do předcházejících rovnic.

$$A: I_1 - \frac{U_A}{R_1} - \frac{U_A - U_B}{R_2} = 0$$

$$B: \frac{U_A - U_B}{R_2} + \frac{U - U_B + U_C}{R_5} - \frac{U_B - U_C}{R_4} = 0$$

$$C: I_2 + \frac{U_B - U_C}{R_4} - \frac{U_C}{R_3} - \frac{U - U_B + U_C}{R_5} = 0$$

Rovnice upravíme.

$$A: I_1 = \frac{U_A}{R_1} + \frac{U_A - U_B}{R_2}$$

$$I_1 = \frac{U_A}{R_1} + \frac{U_A}{R_2} - \frac{U_B}{R_2}$$

$$I_1 = \frac{U_A(R_1 + R_2)}{R_1 * R_2} - \frac{U_B}{R_2}$$

$$I_1 * (R_1 * R_2) = U_A * (R_1 + R_2) - U_B * R_1$$

$$B: \frac{U_A}{R_2} - \frac{U_B}{R_2} + \frac{U}{R_5} - \frac{U_B}{R_5} + \frac{U_C}{R_5} - \frac{U_B}{R_4} + \frac{U_C}{R_4} = 0$$

$$\frac{U}{R_5} = -\frac{U_A}{R_2} + \frac{U_B}{R_2} + \frac{U_B}{R_5} - \frac{U_C}{R_5} + \frac{U_B}{R_4} - \frac{U_C}{R_4}$$

$$\frac{U}{R_5} = -\frac{U_A}{R_2} + \frac{U_B * (R_2 * R_4 + R_2 * R_5 + R_4 * R_5)}{R_2 * R_4 * R_5} - \frac{U_C * (R_4 + R_5)}{R_4 * R_5}$$

$$U * (R_4 * R_2) = -U_A * (R_5 * R_4) + U_B * (R_2 * R_4 + R_2 * R_5 + R_4 * R_5) - U_C * (R_4 * R_2 + R_5 * R_2)$$

$$C: I_2 = -\frac{U_B - U_C}{R_4} + \frac{U_C}{R_3} + \frac{U - U_B + U_C}{R_5}$$

$$I_2 = -\frac{U_B}{R_4} + \frac{U_C}{R_4} + \frac{U_C}{R_3} + \frac{U}{R_5} - \frac{U_B}{R_5} + \frac{U_C}{R_5}$$

$$I_2 = -\frac{U_B}{R_4} + \frac{U_C}{R_4} + \frac{U_C}{R_3} + \frac{U}{R_5} - \frac{U_B}{R_5} + \frac{U_C}{R_5}$$

$$I_2 - \frac{U}{R_5} = -\frac{U_B * (R_4 + R_5)}{R_4 * R_5} + \frac{U_C * (R_3 * R_5 + R_4 * R_5 + R_3 * R_4)}{R_3 * R_4 * R_5}$$

$$I_2 * (R_3 * R_4 * R_5) - U * (R_3 * R_4)$$

$$= -U_B * (R_4 * R_3 + R_5 * R_3) + U_C * (R_3 * R_5 + R_4 * R_5 + R_3 * R_4)$$

Nyní dosadíme hodnoty.

$$A: 0,9 * (53 * 49) = U_A * (53 + 49) - U_B * 53$$

$$2337,3 = U_A * (102) - U_B * 53$$

$$\begin{aligned}
B: & 120 * (39 * 49) \\
& = -U_A * (32 * 39) + U_B * (49 * 39 + 49 * 32 + 39 * 32) - U_C * (39 * 49 + 32 * 49) \\
229320 & = -U_A * (1248) + U_B * (1911 + 1568 + 1248) - U_C * (1911 + 1568) \\
\mathbf{229320} & = -\mathbf{U_A * (1248)} + \mathbf{U_B * (4727)} - \mathbf{U_C * (3479)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C: & 0,7 * (65 * 39 * 32) - 120 * (65 * 39) \\
& = -U_B * (39 * 65 + 32 * 65) + U_C * (65 * 32 + 39 * 32 + 65 * 39) \\
56784 - 304200 & = -U_B * (2535 + 2080) + U_C * (2080 + 1248 + 2535) \\
\mathbf{-247416} & = -\mathbf{U_B * (4615)} + \mathbf{U_C * (5863)}
\end{aligned}$$

Sestavíme matici ze získaných hodnot.

$$\begin{pmatrix} R_1 + R_2 & -R_1 & 0 \\ -(R_5 * R_4) & R_2 * R_4 + R_2 * R_5 + R_4 * R_5 & -(R_4 * R_2 + R_5 * R_2) \\ 0 & -(R_4 * R_3 + R_5 * R_3) & R_3 * R_5 + R_4 * R_5 + R_3 * R_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} I_1 * (R_1 * R_2) \\ U * (R_4 * R_2) \\ I_2 * (R_3 * R_4 * R_5) + U * (R_3 * R_4) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 102 & -53 & 0 \\ -1248 & 4727 & -3479 \\ 0 & -4615 & 5863 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2337,3 \\ 229320 \\ -247416 \end{pmatrix}$$

Sarrusovým pravidlem vypočítáme celkový determinant, determinant pro U_B a pro U_C .

$$|A| = \begin{vmatrix} 102 & -53 & 0 \\ -1248 & 4727 & -3479 \\ 0 & -4615 & 5863 \end{vmatrix} = 801396960$$

$$|A_{UB}| = \begin{vmatrix} 102 & 2337,3 & 0 \\ -1248 & 229320 & -3479 \\ 0 & -247416 & 5863 \end{vmatrix} = \frac{332219277936}{5}$$

$$|A_{UC}| = \begin{vmatrix} 102 & -53 & 2337,3 \\ -1248 & 4727 & 229320 \\ 0 & -4615 & -247416 \end{vmatrix} = 18481999536$$

Cramerovo pravidlo využijeme k získání hodnoty U_B a pro U_C .

$$U_C = \frac{|A_{UC}|}{|A|} = \frac{18481999536}{801396960} = 23,0622\Omega$$

$$U_B = \frac{|A_{UB}|}{|A|} = \frac{\frac{332219277936}{5}}{801396960} = 82,91\Omega$$

Nyní již stačí dosadit získané hodnoty a dopočítat U_{R4} a I_{R4} .

$$\begin{aligned} U_{R4} &= U_B - U_c \\ U_{R4} &= 82,91 - 23,0622 \\ U_{R4} &= \mathbf{59,8478V} \end{aligned}$$

$$I_{R4} = \frac{U_{R4}}{R_4} = \frac{59,8478}{39} = \mathbf{1,5346A}$$

Výsledek

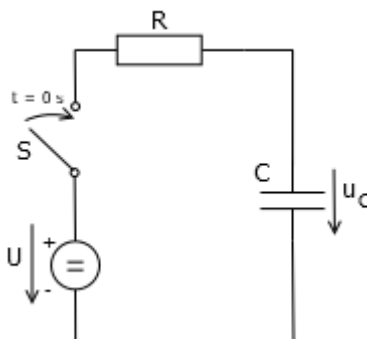
U_{R4}	I_{R4}
59,8478 V	1,5346 A

5. Příklad

- Skupina C

Zadání

U [V]	C [F]	R [Ω]	u _C (0) [V]
35	5	30	14



Vypracování

Platí rovnice:

$$u'_C = \frac{1}{C} * I_C$$

Jelikož se jedná o jednoduchý obvod, sériové zapojení, tak platí:

$$I_R = I_C = I = i$$

Můžeme tedy I_C nahradit i

$$u'_C = \frac{1}{C} * i$$

Pomocí II. Kirchh. zákona zjistíme hodnotu i .

$$u_R + u_C - U = 0$$

$$R * i + u_C - U = 0$$

$$i = \frac{U - u_C}{R}$$

Dosadíme získanou hodnotu i do prvotní rovnice.

Do nově vzniklé rovnice dosadíme hodnoty a rovnici upravíme.

$$u'_C = \frac{1}{C} * \frac{U - u_C}{R}$$

$$u'_c = \frac{U - u_c}{C * R} = \frac{35 - u_c}{5 * 30} = \frac{35 - u_c}{150}$$

$$u'_c = \frac{35}{150} - \frac{u_c}{150}$$

$$u'_c + \frac{u_c}{150} = \frac{35}{150}$$

Nyní si vyjádříme λ

$$\lambda = -\frac{1}{150}$$

Vytvoříme rovnici u_c .

$$u_c(t) = c(t) * e^{\lambda * t}$$

$$u_c(t) = c(t) * e^{-\frac{1}{150} * t}$$

Pomocí derivace získáme rovnici pro $u'_c(t)$.

$$u'_c(t) = c'(t) * e^{\lambda * t} + c(t) * e^{\lambda * t} * \lambda$$

$$u'_c(t) = c'(t) * e^{-\frac{1}{150} * t} + c(t) * e^{-\frac{1}{150} * t} * \left(-\frac{1}{150}\right)$$

Získanou rovnici dosadíme do:

$$u'_c + \frac{u_c}{150} = \frac{35}{150}$$

$$c'(t) * e^{-\frac{1}{150} * t} + c(t) * e^{-\frac{1}{150} * t} * \left(-\frac{1}{150}\right) + \frac{c(t) * e^{-\frac{1}{150} * t}}{150} = \frac{35}{150}$$

$$c'(t) * e^{-\frac{1}{150} * t} - \frac{c(t) * e^{-\frac{1}{150} * t}}{150} + \frac{c(t) * e^{-\frac{1}{150} * t}}{150} = \frac{35}{150}$$

Rovnici upravíme a získáme $c'(t)$.

$$c'(t) * e^{-\frac{1}{150} * t} = \frac{35}{150}$$

$$c'(t) = \frac{35}{150 * e^{-\frac{1}{150} * t}}$$

$$c'(t) = \frac{35 * e^{\frac{1}{150} * t}}{150}$$

V následujícím kroku budeme integrovat a získáme hodnotu $c(t)$.

$$\int c'(t) = \int \frac{35 * e^{\frac{1}{150} * t}}{150}$$

$$c(t) = \int \frac{35 * e^{\frac{1}{150} * t}}{150}$$

$$c(t) = \frac{35 * e^{\frac{1}{150} * t}}{150} * \frac{1}{\frac{1}{150}} = \frac{35 * e^{\frac{1}{150} * t}}{150} * \frac{1}{\frac{1}{150}} = \frac{35 * e^{\frac{1}{150} * t}}{150} * 150$$

$$c(t) = 35 * e^{\frac{1}{150} * t} + K$$

Nyní dosadíme získanou rovnicí za $c(t)$.

$$u_c(t) = c(t) * e^{-\frac{1}{150} * t}$$

$$u_c(t) = (35 * e^{\frac{1}{150} * t} + K) * e^{-\frac{1}{150} * t}$$

Rovnici roznásobíme:

$$u_c(t) = 35 * e^{\frac{1}{150} * t} * e^{-\frac{1}{150} * t} + K * e^{-\frac{1}{150} * t}$$

$$u_c(t) = 35 * 1 + K * e^{-\frac{1}{150} * t}$$

Nyní dosadíme naše hodnoty t a u_c pro výpočet K .

$$u_c(0) = 35 + K * e^{-\frac{1}{150} * 0}$$

$$14 = 35 + K * 1$$

$$K = 14 - 35 = -21$$

Nyní již jen dopočítáme $u_c(t)$.

$$u_c(t) = 35 - 21 * e^{-\frac{1}{150} * t}$$

Zkouška:

$$u'_c + \frac{u_c}{150} = \frac{35}{150}$$

$$u'_c + \frac{35 - 21 * e^{-\frac{1}{150} * t}}{150} = \frac{35}{150}$$

Využijeme derivaci u_c pro získání u'_c .

$$u_c(t) = 35 - 21 * e^{-\frac{1}{150} * t}$$

$$u'_c(t) = (35 - 21 * e^{-\frac{1}{150} * t})'$$

$$u'_c(t) = 0 - 21 * e^{-\frac{1}{150} * t} * \left(-\frac{1}{150}\right) = \frac{-21 * e^{-\frac{1}{150} * t}}{-150} = \frac{21 * e^{-\frac{1}{150} * t}}{150}$$

V posledním kroku dosadíme získanou hodnotu $u'_c(t)$.

$$u'_c + \frac{35 - 21 * e^{-\frac{1}{150} * t}}{150} = \frac{35}{150}$$

$$\frac{21 * e^{-\frac{1}{150} * t}}{150} + \frac{35 - 21 * e^{-\frac{1}{150} * t}}{150} = \frac{35}{150}$$

$$\frac{21 * e^{-\frac{1}{150} * t}}{150} + \frac{35}{150} - \frac{21 * e^{-\frac{1}{150} * t}}{150} = \frac{35}{150}$$

$$\frac{35}{150} = \frac{35}{150}$$

$$0 = 0$$

Výsledek

$u_c(t) = 35 - 21 * e^{-\frac{1}{150} * t}$

Výsledná tabulka

Příklad	Skupina	Výsledek	Výsledek
1	F	$U_{R5} = 45,09 \text{ V}$	$I_{R5} = 0,1503 \text{ A}$
2	C	$U_{R6} = 39,84 \text{ V}$	$I_{R6} = 0,1328 \text{ A}$
3	A	$U_{R4} = 59,8478 \text{ V}$	$I_{R4} = 1,5346 \text{ A}$
4	F		
5	C	$u_C(t) = 35 - 21 * e^{-\frac{1}{150} * t}$	