

Typografie a publikování

Pátý projekt

Dijkstrův algoritmus

Pavel Bobčík
xbobci03

1. května 2020

Úvod do grafových algoritmů

- ▶ Slouží jako grafický způsob vyjádření vztahů mezi objekty.

Úvod do grafových algoritmů

- ▶ Slouží jako grafický způsob vyjádření vztahů mezi objekty.
- ▶ Objekty jsou reprezentovány **vrcholy**.

Úvod do grafových algoritmů

- ▶ Slouží jako grafický způsob vyjádření vztahů mezi objekty.
- ▶ Objekty jsou reprezentovány **vrcholy**.
- ▶ **Hrany** reprezentují vztahy.

Úvod do grafových algoritmů

- ▶ Slouží jako grafický způsob vyjádření vztahů mezi objekty.
- ▶ Objekty jsou reprezentovány **vrcholy**.
- ▶ **Hrany** reprezentují vztahy.
- ▶ Vztah mezi dvěma vrcholy vyznačíme jejich propojením pomocí hrany.

Úvod do grafových algoritmů

- ▶ Slouží jako grafický způsob vyjádření vztahů mezi objekty.
- ▶ Objekty jsou reprezentovány **vrcholy**.
- ▶ **Hrany** reprezentují vztahy.
- ▶ Vztah mezi dvěma vrcholy vyznačíme jejich propojením pomocí hrany.
- ▶ Hrana musí být **vždy** zakončena. Ať už v druhém vrcholu, tak i sama v sobě.

Úvod do grafových algoritmů

- ▶ Slouží jako grafický způsob vyjádření vztahů mezi objekty.
- ▶ Objekty jsou reprezentovány **vrcholy**.
- ▶ **Hrany** reprezentují vztahy.
- ▶ Vztah mezi dvěma vrcholy vyznačíme jejich propojením pomocí hrany.
- ▶ Hrana musí být **vždy** zakončena. Ať už v druhém vrcholu, tak i sama v sobě.
 - ▶ Taková hrana se nazývá **smyčka**.

Dijkstrův algoritmus - Definice

- ▶ Nejrychlejší známý algoritmus.

Dijkstrův algoritmus - Definice

- ▶ Nejrychlejší známý algoritmus.
- ▶ Slouží k nalezení nejkratší cesty v grafu.

Dijkstrův algoritmus - Definice

- ▶ Nejrychlejší známý algoritmus.
- ▶ Slouží k nalezení nejkratší cesty v grafu.
- ▶ Funguje u hranově (kladně) hodnoceného grafu.

Dijkstrův algoritmus - Definice

- ▶ Nejrychlejší známý algoritmus.
- ▶ Slouží k nalezení nejkratší cesty v grafu.
- ▶ Funguje u hranově (kladně) hodnoceného grafu.
- ▶ Je konečný.

Dijkstrův algoritmus - Definice

- ▶ Nejrychlejší známý algoritmus.
- ▶ Slouží k nalezení nejkratší cesty v grafu.
- ▶ Funguje u hranově (kladně) hodnoceného grafu.
- ▶ Je konečný.
 - ▶ Průchodů cyklem je nejvýše tolik, kolik má graf vrcholů.

Dijkstrův algoritmus - Definice

- ▶ Nejrychlejší známý algoritmus.
- ▶ Slouží k nalezení nejkratší cesty v grafu.
- ▶ Funguje u hranově (kladně) hodnoceného grafu.
- ▶ Je konečný.
 - ▶ Průchodů cyklem je nejvýše tolik, kolik má graf vrcholů.
- ▶ Složitost je $O(|V|^2 + |E|)$.

Dijkstrův algoritmus - Definice

- ▶ Nejrychlejší známý algoritmus.
- ▶ Slouží k nalezení nejkratší cesty v grafu.
- ▶ Funguje u hranově (kladně) hodnoceného grafu.
- ▶ Je konečný.
 - ▶ Průchodů cyklem je nejvýše tolik, kolik má graf vrcholů.
- ▶ Složitost je $O(|V|^2 + |E|)$.
 - ▶ $|V|$ představuje počet **vrcholů**.

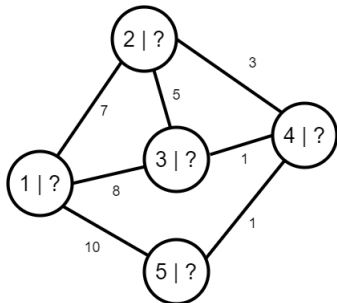
Dijkstrův algoritmus - Definice

- ▶ Nejrychlejší známý algoritmus.
- ▶ Slouží k nalezení nejkratší cesty v grafu.
- ▶ Funguje u hranově (kladně) hodnoceného grafu.
- ▶ Je konečný.
 - ▶ Průchodů cyklem je nejvýše tolik, kolik má graf vrcholů.
- ▶ Složitost je $O(|V|^2 + |E|)$.
 - ▶ $|V|$ představuje počet **vrcholů**.
 - ▶ $|E|$ představuje počet **hran**.

Dijkstrův algoritmus - Definice

- ▶ Nejrychlejší známý algoritmus.
- ▶ Slouží k nalezení nejkratší cesty v grafu.
- ▶ Funguje u hranově (kladně) hodnoceného grafu.
- ▶ Je konečný.
 - ▶ Průchodů cyklem je nejvýše tolik, kolik má graf vrcholů.
- ▶ Složitost je $O(|V|^2 + |E|)$.
 - ▶ $|V|$ představuje počet **vrcholů**.
 - ▶ $|E|$ představuje počet **hran**.
- ▶ Vzdálenost mezi vrcholy grafu se počítá jako součet vzdálenosti aktuálního vrcholu od počátku a délka hrany k zpracovávanému vrcholu.

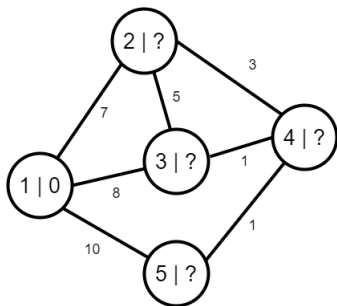
Dijkstrův algoritmus - příklad



Popis

- ▶ V příkladu můžeme vidět:
 - ▶ 5 vrcholů,
 - ▶ 7 hran.

Dijkstrův algoritmus - postup



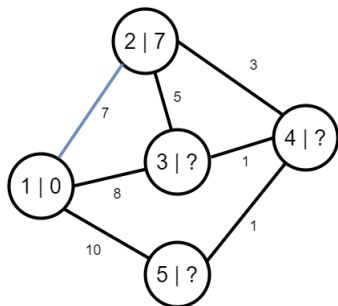
Popis

- Vybranému vrcholu (pro nás vrchol 1) nastavíme vzdálenost 0.

Vrcholy

- **Sousední:** 2; 3; 5
- **K prohledání:** 1

Dijkstrův algoritmus - postup



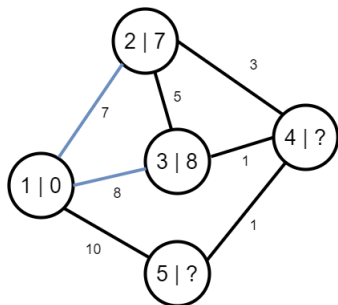
Popis

- Vybereme nejkratší hranu, tedy k vrcholu 2.
- Získaná hodnota 7 (počáteční vrchol + hodnota hrany) je nižší, než původní (např. lze brát jako nekonečno).

Vrcholy

- **Sousední:** 2; 3; 5
- **K prohledání:** 2

Dijkstrův algoritmus - postup



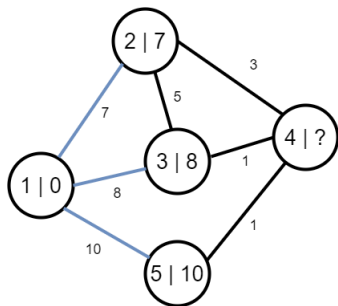
Popis

- Nyní prozkoumáme hranu k vrcholu 3.
- Získaná hodnota 8 je nižší, než původní (nekonečno).

Vrcholy

- **Sousední:** 2; 3; 5
- **K prohledání:** 2; 3

Dijkstrův algoritmus - postup



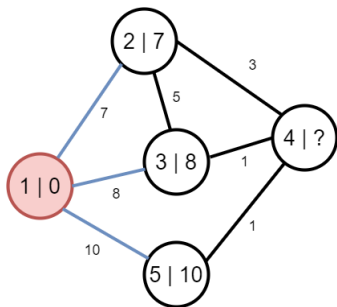
Popis

- ▶ Jako poslední hrana jdoucí z vrcholu 1 je hrana k vrcholu 5.
- ▶ Získaná hodnota 10 je nižší, než původní (nekonečno).

Vrcholy

- ▶ **Sousední:** 2; 3; 5
- ▶ **K prohledání:** 2; 3; 5

Dijkstrův algoritmus - postup



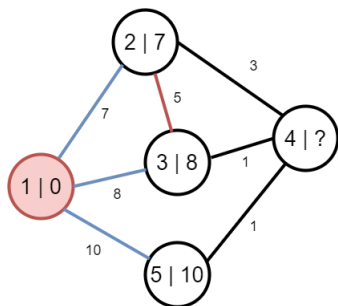
Popis

- Nyní již máme vrchol 1 kompletní, přestoupíme tedy na vrchol dva.

Vrcholy

- **Sousední:** 3; 4
- **K prohledání:** 2

Dijkstrův algoritmus - postup



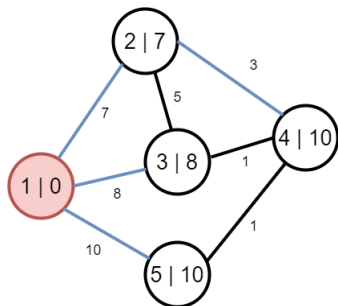
Popis

- Prozkoumáme hranu k vrcholu 3.
- Součet hodnoty vrcholu dva a hrany nám vrátí 12. Tato hodnota je vyšší, cestu tedy neměníme.

Vrcholy

- **Sousední:** 3; 4
- **K prohledání:** 3

Dijkstrův algoritmus - postup



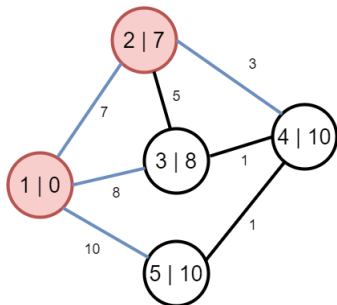
Popis

- Nyní prozkoumáme hranu k vrcholu 4.
- Hodnota se rovná 10, což je lepší než nekonečno. Vznikla nám tedy nová cesta.

Vrcholy

- **Sousední:** 1; 3; 4
- **K prohledání:** 3; 4

Dijkstrův algoritmus - postup



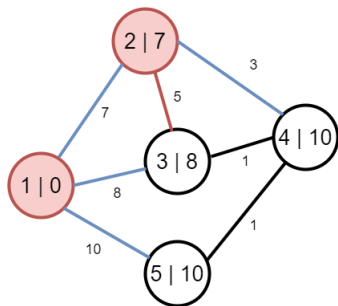
Popis

- Vyřešili jsme druhý vrchol.
- Nyní si jej můžeme označit jako hotový a přestoupit na vrchol 3.

Vrcholy

- **Sousední:** 1; 2; 4
- **K prohledání:** 3

Dijkstrův algoritmus - postup



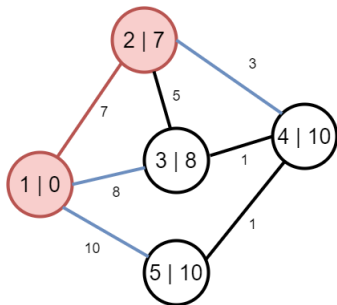
Popis

- Cesta z třetího do druhého vrcholu je delší, než již existující. Cestu tedy ponecháme.

Vrcholy

- **Sousední:** 1; 2; 4
- **K prohledání:**

Dijkstrův algoritmus - postup



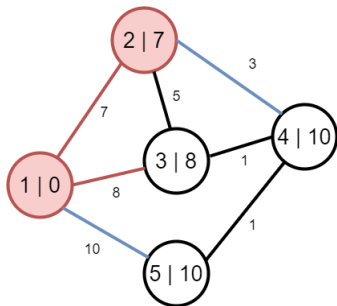
Popis

- Můžeme vyznačit hranu mezi vrcholy 1. a 2. jako hotovou, protože jsme našli nejkratší cestu.

Vrcholy

- **Sousední:** 1; 2; 4
- **K prohledání:**

Dijkstrův algoritmus - postup



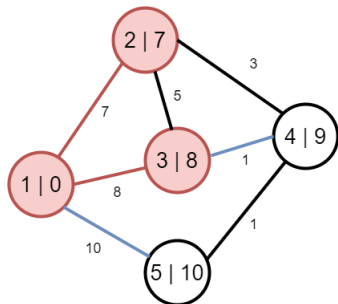
Popis

- Rovněž můžeme vyznačit i hranu mezi 1. a 2. vrcholem jako nejkratší cestu.

Vrcholy

- **Sousední:** 1; 2; 4
- **K prohledání:**

Dijkstrův algoritmus - postup



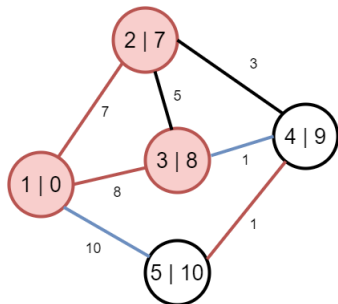
Popis

- Prozkoumáme zbývající cestu a to k 4. vrcholu.
- Jelikož se nám zlepšila vzdálenost k 4. vrcholu, přepíšeme stávající hodnotu novou.
- Nyní můžeme i 3. vrchol označit jako hotový.

Vrcholy

- **Sousední:** 1; 2; 4
- **K prohledání:** 4

Dijkstrův algoritmus - postup



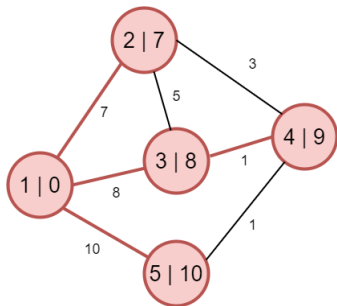
Popis

- ▶ Nyní zjistíme cestu ze 4. do 5. vrcholu.
- ▶ Můžeme si všimnout, že se nemění vzdálenost, ponecháme tedy původní.
- ▶ Cestu lze i změnit, výsledná hodnota se nám nijak nezmění. Pozměnění se pouze vykreslení grafu.

Vrcholy

- ▶ **Sousední:** 3; 5
- ▶ **K prohledání:**

Dijkstrův algoritmus - výsledek



Popis

- ▶ Ve výsledku vidíme vyznačený průchod grafem po jeho nejkratších cestách.
- ▶ Všimněte si, že nám nevznikla smyčka. Pokud by se zde vyskytovala, tak jsme někde chybovali.

Použité zdroje

- ▶ Tvorba grafu:

<https://app.diagrams.net>

- ▶ Vizuální popis Dijkstrova algoritmu:

<https://www.youtube.com/watch?v=J8Cce722fkY>

- ▶ Textová část:

<https://is.muni.cz/th/vszrq/xrbenkovsky.pdf>

<https://cs.wikipedia.org/wiki/>

Dijkstrův_algoritmus

<https://www.algoritmy.net/article/5108/>

Dijkstruv-algoritmus

<https://phoenix.inf.upol.cz/esf/ucebni/>

Grafy_a_grafove_algoritmy.pdf