المستوى: الثانية علوم تجريبية/ تقني رياضي	ديسمبر 2024
اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات	المدة : ساعتين.

التمرين الأول(6 ن) :

بين صحة أوخطأ كل ما يلي.

1) إذا كانت f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{2x^3+2x}{x^2+1}$ وكانت الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 2x$

فإن: $f = g$

2)إذا كانت f الدالة المعرفة على $]-\infty\,;1[$ بـ: $f(x)=\frac{1}{x-1}$

فإن f متناقصة تماما على $]-\infty\,;1[$

3) إذا كان كثير الحدود $P(x)$ حيث: $P(x) = x^3-x^2-10x-8$ و $P(-1)=0$

فإن مجموعة حلول المتراجحة $P(x)\leq 0$ هي : $S=]-\infty;2]$

4) إذا كانت f الدالة المعرفة $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2+2x+3$

فإن $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=6$

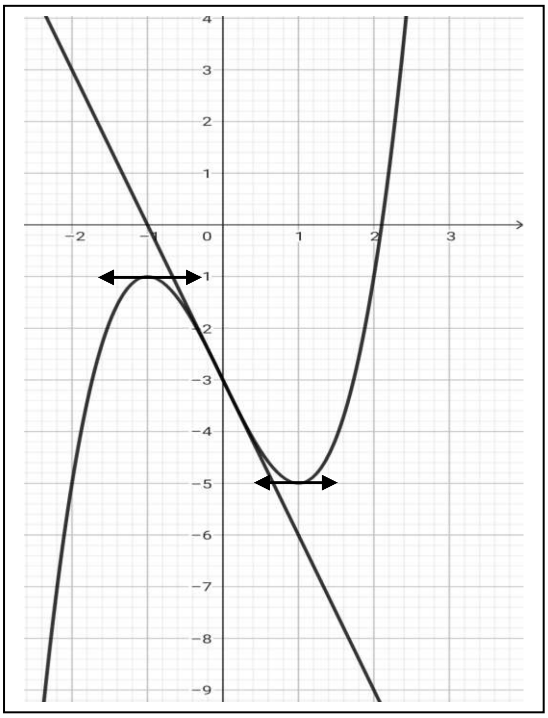
التمرين الثاني(14 ن)

I) الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$بـ: $g(x) = x^3+ax^2+bx+c$

حيث a و b و c أعداد حقيقية, (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد

و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$,(T) مماس لـ (C_g) في النقطة $A(0\,;-3)$

(انظر الشكل المقابل).



بقراءة بيانية :

1) عين كل من: $g(0)\,;g(1)\,;g'(0)\,;g'(1)$

$\lim\limits_{h\to 0}\frac{g(-1+h)+1}{h}\,;\,g''(0)$.

2) استنتج معادلة المماس (T)للمنحنى (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

3) باستعمال المعطيات السابقة بين أن $a=0$ و $b=-3$ و $c=-3$.

4) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\propto$ في المجال $]1;3[$.

5) استنتج حسب قيم x إشارة$g(x)$.

II) f دالة معرفة على$D =]-1;1[\cup]1;4]$ بـ: $f(x) = \frac{2x^3+3}{x^2-1} + 1$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس$(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D أن : $f'(x) = \frac{2x\, g(x)}{(x^2-1)^2}$.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) هل تقبل الدالة f قيم حدية محلية ؟ علل.

4) بين أنمن أجل كل x من D:

$$f(x) = 2x + 1 + \frac{2x+3}{x^2-1}$$

5)أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x + 1$.

III) h دالة معرفة على $]-1;1[$ بـ : $h(x) = \frac{2|x|^3+3}{x^2-1} + 1$

1) بين أن h دالة زوجية.

2) اكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

3) اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C_f)(لا يطلب الرسم).

بالتوفيق

تصحيح الموضوع:

التمرين الأول:

1) صحيح

2) صحيح

3) خطأ

4) صحيح

التمرين الثاني:

1) $g(0)=-3$; $g(1)=-5$; $g'(0)=-3$; $g'(1)=0$; $\lim_{h\to 0}\frac{g(-1+h)+1}{h}=0$; $g''(0)=0$.

2) استنتاج معادلة المماس (T) للمنحنى (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 0. $(T): y = -3x-3$

3) المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\propto$ في المجال $]1;3[$.

4) استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$		$\propto$		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

5) $a=0$ و $b=-3$ و $c=-3$.

II) 1) من أجل كل عدد حقيقي x من D أن : $f'(x)=\frac{2x\,g(x)}{(x^2-1)^2}$.

2) اتجاه تغير الدالة f و تشكيل جدول تغيراتها:

- إشارة $f'(x)$:

x	-1		0		1		$\propto$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

إذن الدالة f متزايدة تماما على المجالين $]-1;0]$ و $[\propto;+\infty[$

و متناقصة تماما على المجالين $[0;1[$ و $]1;\propto]$

جدول التغيرات

3) تقبل الدالة f قيمة حدية محلية هي 2-

4) من أجل كل x من D:

$$f(x) = 2x + 1 + \frac{2x+3}{x^2-1}$$

5) دراسة وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x+1$:

$x \in]-1;\ 1[$: (C_f) يقع تحت المستقيم (Δ).

$x \in]1;\ 4]$: (C_f) يقع تحت المستقيم (Δ).

III) 1) نبين أن h دالة زوجية.

من اجل كل x من $]-1;\ 1[$ فإن $-x$ من $]-1;\ 1[$: $h(-x) = h(x)$

2)كتابة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

❖ $h(x) = f(|x|)$:

$$\begin{cases} g(x) = f(x) & ; \quad x \in [0;+\infty[\\ g(x) = -x^3+3x+2 & ; \quad x \in]-\infty;0] \end{cases}$$

3) كيفية إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f)

- لما $x \in [0;1[$: (C_h) ينطبق على (C_f).
- لما $x \in]-1;0]$: (C_h)نظير الجزء المنطبق بالنسبة إلى محور التراتيب.