深蓝学院
shenlanxueyuan.com

从零开始手写VIO

第一章作业

第二题

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

```cpp
int main() {
    Vector3d w;
    w << 0.01,0.02,0.03;//旋转向量

    double a=1-pow( x: 0.005, y: 2)-pow( x: 0.01, y: 2)-pow( x: 0.015, y: 2);  //四元数归一化
    Quaterniond q(std::sqrt(a), x: 0.005, y: 0.01, z: 0.015);  //四元数
    q.normalize(); //例行公事
    std::cout<<w<<std::endl;
    std::cout<<Sophus::SO3::exp(w).matrix()<<std::endl; //旋转向量到旋转矩阵
    std::cout<<q.matrix()<<std::endl; //四元数到旋转矩阵
    return 0;
}
```

第二题

旋转向量到四元数：

- 虚部要除以2
- 通过归一化求实部

第三题

第三题对李代数求导 («SLAM14 讲 2» p84)

$$\begin{aligned}\frac{\partial R^{-1}p}{\partial R} &= \frac{\partial(\exp(-\phi^\wedge)p)}{\partial\phi} \\ &= \lim_{\delta\phi\to 0}\frac{\exp((-\phi-\delta\phi)^\wedge)p-\exp(-\phi^\wedge)p}{\delta\phi}\end{aligned} \tag{1.1}$$

根据 «SLAM14 讲 2» p83 页公式 4.35:

$$\exp((\phi+\delta\phi)^\wedge) = \exp(J_l\delta\phi)^\wedge\exp(\phi^\wedge) \tag{1.2}$$

«SLAM14 讲 2» p82 页有以下定理:

$$J_r(x) = J_l(-x) \tag{1.3}$$

原式:

$$= \lim_{\delta\phi\to 0}\frac{\exp((J_r\delta\phi)^\wedge)\exp(-\phi^\wedge)p-\exp(-\phi^\wedge)p}{\delta\phi}$$

第三题

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

原式:

$$
\begin{aligned}
&= \lim_{\delta\phi\to 0} \frac{\exp\left((J_r\delta\phi)^\wedge\right)\exp\left(-\phi^\wedge\right)p - \exp\left(-\phi^\wedge\right)p}{\delta\phi} \\
&= \lim_{\delta\phi\to 0} \frac{\left(I + (J_r\delta\phi)^\wedge\right)\exp\left(-\phi^\wedge\right)p - \exp\left(-\phi^\wedge\right)p}{\delta\phi} \\
&= \lim_{\delta\phi\to 0} \frac{(J_r\delta\phi)^\wedge \exp\left(-\phi^\wedge\right)p}{\delta\phi} \\
&= \lim_{\delta\phi\to 0} \frac{-(\exp\left(-\phi^\wedge\right)p)^\wedge J_r\delta\phi}{\delta\phi} \\
&= -(R^{-1}p)^\wedge J_r
\end{aligned} \tag{1.4}
$$

第三题

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}\ln\left(R_1R_2^{-1}\right)^{\vee}}{\mathrm{d}R_2} &= \lim_{\phi\to 0}\frac{\ln\left(R_1\exp\left(-\phi^{\wedge}\right)R_2^{-1}\right)^{\vee}-\ln\left(R_1R_2^{-1}\right)^{\vee}}{\phi} \\
&= \lim_{\phi\to 0}\frac{\ln\left(R_1R_2^{-1}\right)^{\vee}-J_r^{-1}R_2\phi-\ln\left(R_1R_2^{-1}\right)^{\vee}}{\phi} \\
&= -J_r^{-1}(\ln\left(R_1R_2^{-1}\right)^{\vee})R_2
\end{aligned}
\tag{1.7}
$$

注意：

- 逆矩阵的扰动
- **SO(3)**的伴随性质 （L1课件34页）