



深蓝学院  
shenlanxueyuan.com

## 从零手写VIO-第六期 第二次作业 思路讲解



主讲人 吴少腾



# 第二次作业

IMU 数据仿真

## 习题

### 基础作业，必做

- ① 设置 IMU 仿真代码中的不同的参数，生成 Allen 方差标定曲线。  
allan 方差工具：  
[https://github.com/gaowenliang/imu\\_utils](https://github.com/gaowenliang/imu_utils)  
[https://github.com/rpng/kalibr\\_allan](https://github.com/rpng/kalibr_allan)  
...
- ② 将 IMU 仿真代码中的欧拉积分替换成中值积分。

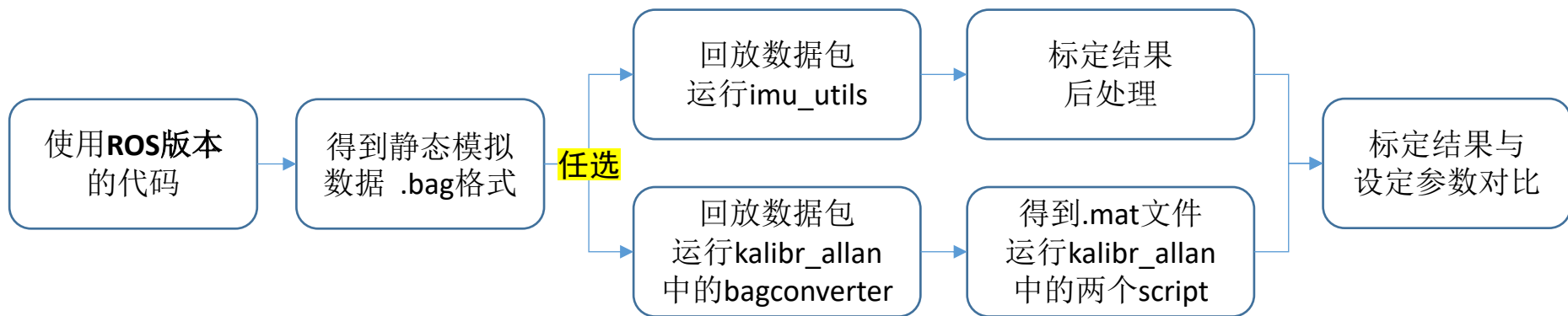
### 提升作业，选做

阅读从已有轨迹生成 imu 数据的论文，撰写总结推导：

- 2013 年 BMVC, Steven Lovegrove, Spline Fusion: A continuous-time representation for visual-inertial fusion with application to rolling shutter cameras.

# 基础作业

- 产生静态数据 使用Allan方差标定IMU参数



## ● 常见问题及解决办法

① 使用imu\_utils, 未编译ceres.

----- 按照ceres solver官网的步骤从源码编译ceres.

② 使用imu\_utils, 未编译code\_utils.

----- 找到code\_utils的github, 放在同一工作空间下, 执行如下命令调整编译顺序.

```
catkin_make -DCATKIN_WHITELIST_PACKAGES="code_utils"  
catkin_make -DCATKIN_WHITELIST_PACKAGES=""
```

③ 使用imu\_utils, 节点一直在等待IMU数据; 使用Kalibr\_allan, 转换得到的.mat只有几个字节.

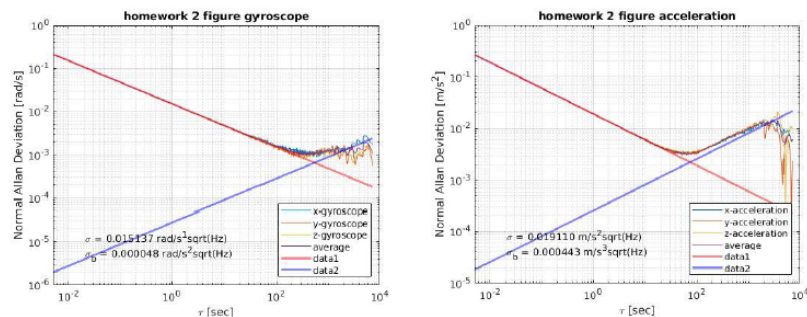
----- 检查文件路径和话题名称, 注意 /.

# 基础作业

## ● 使用Kalibr\_allan的结果处理

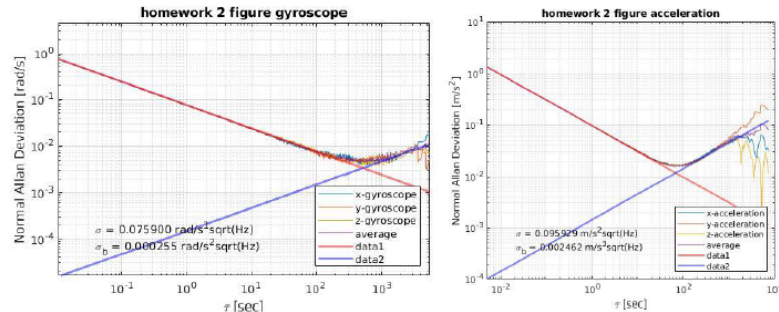
直接从图象中得到。遇到NaN时，可以适当调大仿真数据的参数。

参数名称	陀螺仪 bias 随机游走偏差 $\sigma_{bg}$	陀螺仪白噪声 $\sigma_g$	加速度计 bias 随机游走偏差 $\sigma_{ba}$	加速度计 白噪声 $\sigma_a$
设定值	0.000050	0.015000	0.000500	0.019000
标定值	0.000048	0.015137	0.000443	0.019110
相对误差	4.0%	0.9%	11.4%	0.6%



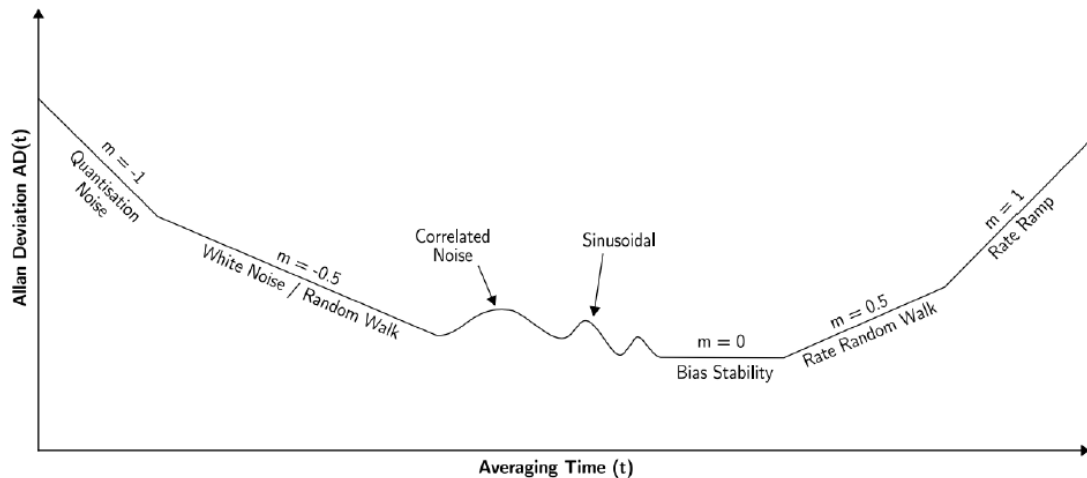
默认值

参数名称	陀螺仪 bias 随机游走偏差 $\sigma_{bg}$	陀螺仪白噪声 $\sigma_g$	加速度计 bias 随机游走偏差 $\sigma_{ba}$	加速度计 白噪声 $\sigma_a$
设定值	0.000250	0.075000	0.002500	0.095000
标定值	0.000255	0.075900	0.002462	0.095929
相对误差	2.0%	1.2%	1.5%	1.0%



默认值放大5倍

- 使用imu\_utils的结果处理



- 时域分析技术
- 对静态数据进行分析得到双对数曲线图
- 不同拟合直线的斜率来辨识不同的误差系数

# 基础作业

## ● 使用imu\_utils的结果处理

### ➤ 白噪声 white noise

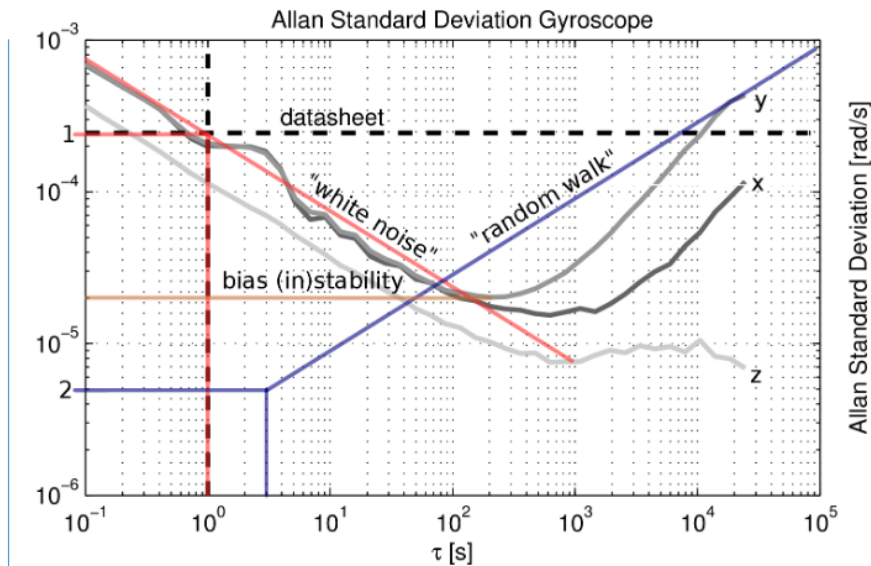
双对数图上拟合的斜率为-0.5的直线与 $\tau = 1s$ 的交点纵坐标

### ➤ 零偏不稳定性 bias instability

一般取双对数图上斜率为零且最小点的纵坐标

### ➤ 速率随机游走 rate random walk

双对数图上拟合的斜率为0.5的直线与 $\tau = 3s$ 的交点纵坐标



◆ Imu\_utils 输出的是白噪声和零偏不稳定性，我们需要标定的参数是白噪声和速率随机游走，所以得不到需要的所有参数

# 基础作业

## ● 使用imu\_utils的结果处理

➤ 输出的单位是deg/h或rad/s 和 m/s<sup>2</sup>

$$\frac{1deg}{h} = \frac{\left(\frac{\pi}{180}rad\right)}{3600s} = 4.8481 \times 10^{-6}$$

➤ 从离散到连续，除以 $\sqrt{200}$

$$\sigma_d = \sigma \frac{1}{\sqrt{\Delta t}}$$

Parameter	YAML element	Symbol	Units
Gyroscope "white noise"	gyroscope_noise_density	$\sigma_g$	$\frac{rad}{s} \frac{1}{\sqrt{Hz}}$
Accelerometer "white noise"	accelerometer_noise_density	$\sigma_a$	$\frac{m}{s^2} \frac{1}{\sqrt{Hz}}$
Gyroscope "random walk"	gyroscope_random_walk	$\sigma_{bg}$	$\frac{rad}{s^2} \frac{1}{\sqrt{Hz}}$
Accelerometer "random walk"	accelerometer_random_walk	$\sigma_{ba}$	$\frac{m}{s^3} \frac{1}{\sqrt{Hz}}$
IMU sampling rate	update_rate	$\frac{1}{\Delta t}$	Hz



# 基础作业

- 产生动态数据 使用欧拉积分和中值积分处理离散测量值

使用非ROS版本的代码，修改其中的数值积分部分，并画出轨迹

- 为什么中值积分比欧拉积分准？

根据第一积分中值定理：

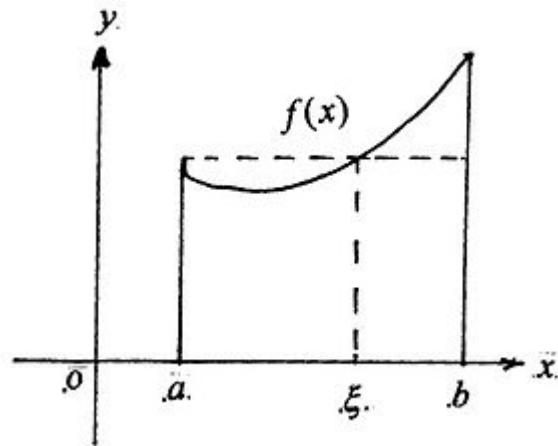
$$\int_a^b f(x)dx = f(\xi)(b-a)$$

中值积分中：

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{f(b) + f(a)}{2}(b-a)$$

欧拉积分中：

$$\int_a^b f(x)dx \approx f(a)(b-a)$$



# 基础作业

- IMU 仿真数据积分（无噪声）

修改 `void IMU::testImu(std::string src, std::string dist)`

欧拉积分

$$\mathbf{a} = \mathbf{q}_{wb_k} \left( \mathbf{a}^{b_k} - \mathbf{b}_k^a \right) - \mathbf{g}^w$$
$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}^{b_k} - \mathbf{b}_k^g$$



中值积分

$$\mathbf{a} = \frac{1}{2} \left[ \mathbf{q}_{wb_k} \left( \mathbf{a}^{b_k} - \mathbf{b}_k^a \right) - \mathbf{g}^w + \mathbf{q}_{wb_{k+1}} \left( \mathbf{a}^{b_{k+1}} - \mathbf{b}_k^a \right) - \mathbf{g}^w \right]$$
$$\boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2} \left[ \left( \boldsymbol{\omega}^{b_k} - \mathbf{b}_k^g \right) + \left( \boldsymbol{\omega}^{b_{k+1}} - \mathbf{b}_k^g \right) \right]$$

# 基础作业

## ● IMU 仿真数据积分

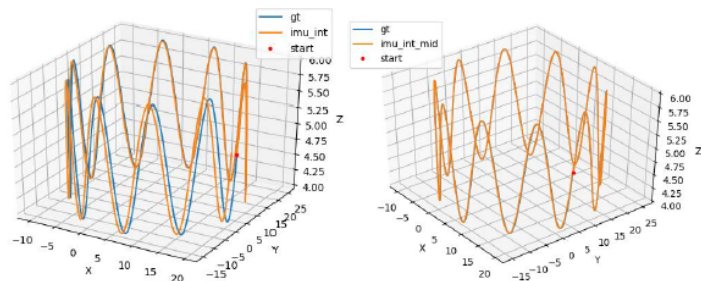


图 5 欧拉积分（左）、中值积分（右）结果与真值对比

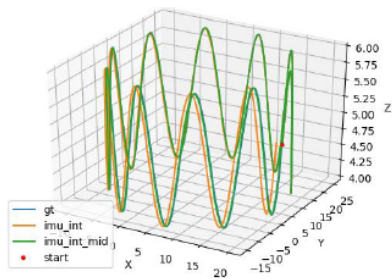
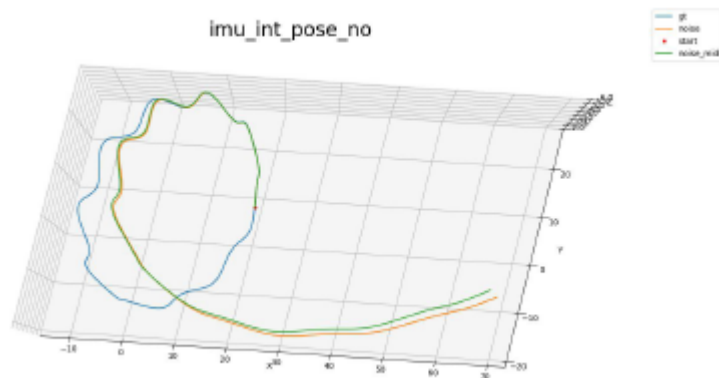


图 6 两种积分方式及真值对比



带噪声的轨迹

Lovegrove, Steven, Alonso Patron-Perez, and Gabe Sibley. "Spline Fusion: A continuous-time representation for visual-inertial fusion with application to rolling shutter cameras." *BMVC*. Vol. 2. No. 5. 2013.

## ● 目的

- 用**离散**位姿拟合曲线，获得**连续**运动方程，用于优化高频、异步的传感器融合算法。

## ● 需要关注的问题

- 为什么得到连续运动方程又离散？
- 为什么用**B**样条？
- 如何实现位姿的**B**样条曲线？

## ●为什么得到连续运动方程又离散？

- 通过视觉估计的位姿是**低频**的，IMU测量数据是**高频**的，通过**B样条**估计相机的连续运动方程，再求导得到合成的(synthesized)IMU测量值

$$\text{Gyro}(u) = \mathbf{R}_{w,s}^T(u) \cdot \dot{\mathbf{R}}_{w,s}(u) + \text{bias}, \quad (8)$$

$$\text{Accel}(u) = \mathbf{R}_{w,s}^T(u) \cdot (\ddot{\mathbf{s}}_w(u) + \mathbf{g}_w) + \text{bias}, \quad (9)$$

- 合成的测量值与真实的测量值构成残差，优化相机的内外参、特征点逆深度等参数

$$E(\theta) = \sum_{\hat{\mathbf{p}}_m} \left( \hat{\mathbf{p}}_m - \mathcal{W}(\mathbf{p}_r; \mathbf{T}_{c,s} \mathbf{T}_{w,s}(u_m)^{-1} \mathbf{T}_{w,s}(u_r) \mathbf{T}_{s,c}, \rho) \right)_{\Sigma_p}^2 + \sum_{\hat{\omega}_m} \left( \hat{\omega}_m - \text{Gyro}(u_m) \right)_{\Sigma_\omega}^2 + \sum_{\hat{\mathbf{a}}_m} \left( \hat{\mathbf{a}}_m - \text{Accel}(u_m) \right)_{\Sigma_a}^2, \quad (10)$$

## ●为什么要用B样条？ Section 2.2

- 有二阶可导性质，便于后续求导合成IMU数据。
- 3阶B样条需要4个控制点，具有良好的局部性质，便于数据更新，既可Batch又可Online。
- 是minimum-torque轨迹的良好近似。

## ●如何实现位姿的B样条曲线？ Section 2.2

- De Boor – Cox算法是迭代的，不便于求解。使用3阶B样条累积形式的基函数的矩阵表达。
- 将 $SE(3)$ 流形上的位姿映射到 $se3$ 线性空间，获得B样条曲线，再映射回去。



深蓝学院  
shenlanxueyuan.com

感谢各位聆听

Thanks for Listening

