深蓝学院
shenlanxueyuan.com

第八章作业思路分享

主讲人 刘哲铭

第八章作业思路分享

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

一、必作题

1. 实现新模型，且功能正常

这次作业的改动内容不是很大，大家只需要根据课件的内容对代码进行一定的修改就可以，首先，运动约束，是指在没有速度的测量的时候添加的一种约束方式，利用车体只有前进方向有速度，yz方向的速度为0，这个0就是一个观测，误差量就可以根据测量出来的值在这两个方向上和0的偏差计算出来。

第八章作业思路分享

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

一、必作题

1. 实现新模型，且功能正常

先按照课件上的推导，把所有方向的误差方差都写出来，这里就可以得到速度误差和状态量之间的关系，所以可以根据这个关系式推导出观测矩阵

3. 观测方程推导

由于导航解算得到的是w系下得速度，而速度观测是b系下得，因此需要推导二者之间的误差关系，才能得到相应的观测方程。

推导方法仍按照第6讲的固定套路进行。

1) 写出不考虑误差时的方程

$$\boldsymbol{v}^b = \boldsymbol{R}_{bw}\boldsymbol{v}^w$$

2) 写出考虑误差时的方程

$$\tilde{\boldsymbol{v}}^b = \tilde{\boldsymbol{R}}_{bw}\tilde{\boldsymbol{v}}^w$$

3) 写出真实值与理想值之间的关系

$$\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{v}}^b &= \boldsymbol{v}^b + \delta\boldsymbol{v}^b \\ \tilde{\boldsymbol{v}}^w &= \boldsymbol{v}^w + \delta\boldsymbol{v}^w \\ \tilde{\boldsymbol{R}}_{bw} &= \tilde{\boldsymbol{R}}_{wb}^T = (\boldsymbol{R}_{wb}(\boldsymbol{I} + [\delta\boldsymbol{\theta}]_\times))^T \\ &= (\boldsymbol{I} - [\delta\boldsymbol{\theta}]_\times)\boldsymbol{R}_{bw}\end{aligned}$$

4) 把3)中的关系带入2)式

$$\boldsymbol{v}^b + \delta\boldsymbol{v}^b = (\boldsymbol{I} - [\delta\boldsymbol{\theta}]_\times)\boldsymbol{R}_{bw}(\boldsymbol{v}^w + \delta\boldsymbol{v}^w)$$

5) 把1)中的关系带入4)式

$$\boldsymbol{R}_{bw}\boldsymbol{v}^w + \delta\boldsymbol{v}^b = (\boldsymbol{I} - [\delta\boldsymbol{\theta}]_\times)\boldsymbol{R}_{bw}(\boldsymbol{v}^w + \delta\boldsymbol{v}^w)$$

6) 化简方程

$$\begin{aligned}\delta\boldsymbol{v}^b &= \boldsymbol{R}_{bw}\delta\boldsymbol{v}^w - [\delta\boldsymbol{\theta}]_\times\boldsymbol{R}_{bw}\boldsymbol{v}^w \\ &= \boldsymbol{R}_{bw}\delta\boldsymbol{v}^w - [\delta\boldsymbol{\theta}]_\times\boldsymbol{v}^b \\ &= \boldsymbol{R}_{bw}\delta\boldsymbol{v}^w + [\boldsymbol{v}^b]_\times\delta\boldsymbol{\theta}\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{G}_t = \begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{R}_{bw} & [\boldsymbol{v}^b]_\times & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{I}_3 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}_t = \begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_3 & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{I}_3 & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{I}_3\end{bmatrix}$$

第八章作业思路分享

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

一、必作题

1. 实现新模型，且功能正常

但是对于运动约束而言，就没有x方向的观测，所以只需要把Gt中关于速度误差状态的第一行去掉就可以，Ct中也一样的操作

3. 观测方程推导

由于导航解算得到的是w系下得速度，而速度观测是b系下得，因此需要推导二者之间的误差关系，才能得到相应的观测方程。

推导方法仍按照第6讲的固定套路进行。

1) 写出不考虑误差时的方程

$$\boldsymbol{v}^b = \boldsymbol{R}_{bw}\boldsymbol{v}^w$$

2) 写出考虑误差时的方程

$$\tilde{\boldsymbol{v}}^b = \tilde{\boldsymbol{R}}_{bw}\tilde{\boldsymbol{v}}^w$$

3) 写出真实值与理想值之间的关系

$$\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{v}}^b &= \boldsymbol{v}^b + \delta\boldsymbol{v}^b \\ \tilde{\boldsymbol{v}}^w &= \boldsymbol{v}^w + \delta\boldsymbol{v}^w \\ \tilde{\boldsymbol{R}}_{bw} = \tilde{\boldsymbol{R}}_{wb}^T &= (\boldsymbol{R}_{wb}(\boldsymbol{I} + [\delta\boldsymbol{\theta}]_\times))^T \\ &= (\boldsymbol{I} - [\delta\boldsymbol{\theta}]_\times)\boldsymbol{R}_{bw}\end{aligned}$$

4) 把3)中的关系带入2)式

$$\boldsymbol{v}^b + \delta\boldsymbol{v}^b = (\boldsymbol{I} - [\delta\boldsymbol{\theta}]_\times)\boldsymbol{R}_{bw}(\boldsymbol{v}^w + \delta\boldsymbol{v}^w)$$

5) 把1)中的关系带入4)式

$$\boldsymbol{R}_{bw}\boldsymbol{v}^w + \delta\boldsymbol{v}^b = (\boldsymbol{I} - [\delta\boldsymbol{\theta}]_\times)\boldsymbol{R}_{bw}(\boldsymbol{v}^w + \delta\boldsymbol{v}^w)$$

6) 化简方程

$$\begin{aligned}\delta\boldsymbol{v}^b &= \boldsymbol{R}_{bw}\delta\boldsymbol{v}^w - [\delta\boldsymbol{\theta}]_\times\boldsymbol{R}_{bw}\boldsymbol{v}^w \\ &= \boldsymbol{R}_{bw}\delta\boldsymbol{v}^w - [\delta\boldsymbol{\theta}]_\times\boldsymbol{v}^b \\ &= \boldsymbol{R}_{bw}\delta\boldsymbol{v}^w + [\boldsymbol{v}^b]_\times\delta\boldsymbol{\theta}\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{G}_t = \begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_3 & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & 0 & 0 \\ \boldsymbol{0} & [\boldsymbol{R}_{bw}]_{yz} & [[\boldsymbol{v}^b]_\times]_{yz} & 0 & 0 \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I}_3 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}_t = \begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_3 & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{I}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{I}_3\end{bmatrix}$$

第八章作业思路分享

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

一、必作题

1. 实现新模型，且功能正常

代码实现这里，因为原来代码里的观测量的顺序和课件中是不一样的，所以观测矩阵和噪声矩阵也是不一样的，所以大家先要做的就是把观测量里速度和角度的误差进行位置的调换，别忘了噪声那里也要替换

```
void ErrorStateKalmanFilter::CorrectErrorEstimationPoseVel(
    const Eigen::Matrix4d &T_nb, const Eigen::Vector3d &v_b,
    const Eigen::Vector3d &w_b, Eigen::VectorXd &Y, Eigen::MatrixXd &G,
    Eigen::MatrixXd &K) {
  // set measurement:
  Eigen::Vector3d P_nn_obs = pose_.block<3, 1>(0, 3) - T_nb.block<3, 1>(0, 3);
  Eigen::Matrix3d C_nn_obs =
      pose_.block<3, 3>(0, 0) * T_nb.block<3, 3>(0, 0).transpose();
  Eigen::Vector3d v_bb_obs = pose_.block<3, 3>(0, 0).transpose() * vel_ - v_b;

  YPoseVel_.block<3, 1>(0, 0) = P_nn_obs;
  YPoseVel_.block<3, 1>(3, 0) = v_bb_obs;
  YPoseVel_.block<3, 1>(6, 0) =
      Sophus::SO3d::vee(Eigen::Matrix3d::Identity() - C_nn_obs);

  Y = YPoseVel_;

  // set measurement equation:
  GPoseVel_.block<3, 3>(3, INDEX_ERROR_VEL) =
      pose_.block<3, 3>(0, 0).transpose();
  GPoseVel_.block<3, 3>(3, INDEX_ERROR_ORI) =
      -pose_.block<3, 3>(0, 0).transpose() * Sophus::SO3d::hat(vel_);

  G = GPoseVel_;
```

```
// d. measurement noise:
RPose_.block<3, 3>(0, 0) =
    COV.MEASUREMENT.POSE.POSI * Eigen::Matrix3d::Identity();
RPose_.block<3, 3>(3, 3) =
    COV.MEASUREMENT.POSE.ORI * Eigen::Matrix3d::Identity();
RPoseVel_.block<3, 3>(0, 0) =
    COV.MEASUREMENT.POSE.POSI * Eigen::Matrix3d::Identity();
RPoseVel_.block<3, 3>(3, 3) =
    COV.MEASUREMENT.VEL * Eigen::Matrix3d::Identity();
RPoseVel_.block<3, 3>(6, 6) =
    COV.MEASUREMENT.POSE.ORI * Eigen::Matrix3d::Identity();

RPosi_.block<3, 3>(0, 0) = COV.MEASUREMENT.POSI * Eigen::Matrix3d::Identity();
```

第八章作业思路分享

- **一、必作题**
- 1. 实现新模型，且功能正常

在确保替换顺序完成之后，定位依然能正确运行的基础上，再进行运动约束的更改，更改的方式就按照之前的做法，去掉速度误差状态对应的第一维即可。

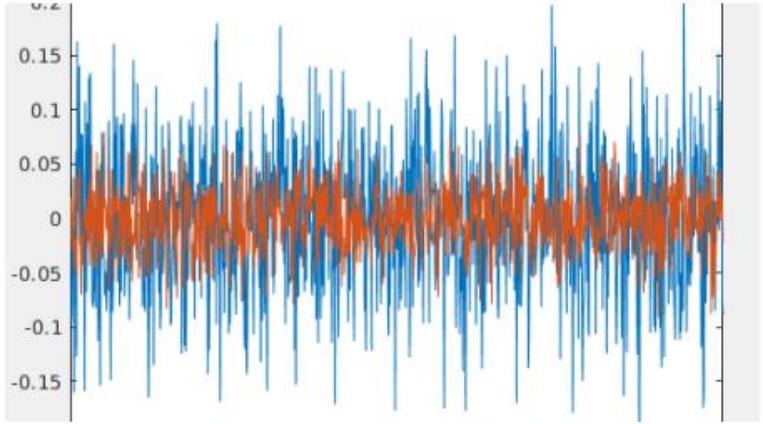
最后，因为需要绘制yz方向上的速度误差曲线，所以大家要把速度状态进行保存，最后和0对比误差曲线

```
if (!IsTurning(w_b) && MOTION_CONSTRAINT.ACTIVATED) {
  // set measurement, with motion constraint:
  VectorYPoseVelCons YPoseVelCons = VectorYPoseVelCons::Zero();
  YPoseVelCons.block<3, 1>(0, 0) = YPoseVel_.block<3, 1>(0, 0);
  YPoseVelCons.block<2, 1>(3, 0) = YPoseVel_.block<2, 1>(4, 0);
  YPoseVelCons.block<3, 1>(5, 0) = YPoseVel_.block<3, 1>(6, 0);

  Y = YPoseVelCons;

  // set measurement equation, with motion constraint:
  GPoseVelCons_.setZero();
  GPoseVelCons_.block<3, 3>(0, 0) = Eigen::Matrix3d::Identity();
  GPoseVelCons_.block<3, 3>(5, 6) = Eigen::Matrix3d::Identity();
  GPoseVelCons_.block<2, DIM_STATE>(3, 0) =
      GPoseVel_.block<2, DIM_STATE>(4, 0);

  G = GPoseVelCons_;
```



第八章作业思路分享

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

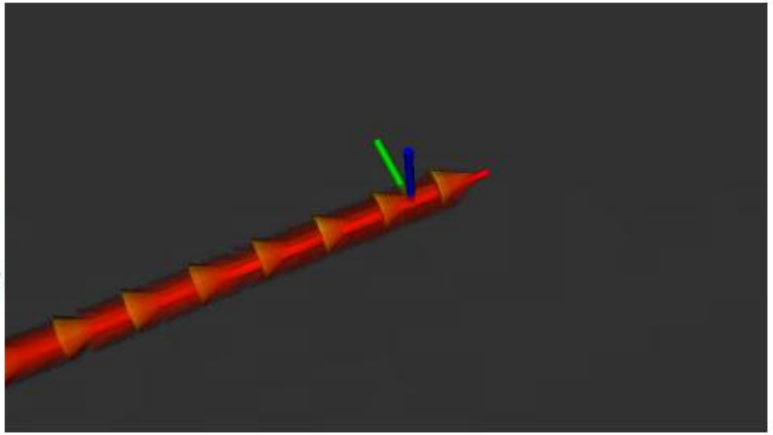
一、必作题

2. 实现新模型， 且部分路段性能有改善

这个就需要调整相关的噪声参数，对比添加约束前后，分段定位精度，以及速度误差的噪声差距来观察结果，没有很标准的答案，只需要能体现出来即可

3. 增加编码器融合的内容

这一题相对来说就比较简单了，大家完成了前面的题目之后，这题就自然而然完成了，只需要将gnss_ins_sim软件使用起来，生成deb包，然后在lidar_localization中启动仿真的节点，再播放bag包就好了



第八章作业思路分享

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

二、附加题

编码器不当做观测使用， 而是和IMU一起进行状态预测，然后再与其他传感器提供的观测进行滤波融合

设 IMU 角速度和编码器线速度组合成的传感器的测量值为： $\boldsymbol{\omega}_m, \boldsymbol{v}_m^o$

类比 IMU 的测量模型有：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{w}_m &= \boldsymbol{w}_t + \boldsymbol{\omega}_{bt} + \boldsymbol{\omega}_n \\ \boldsymbol{v}_m^o &= \boldsymbol{v}_t^o + \boldsymbol{v}_{bt}^o + \boldsymbol{v}_n^o\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{w}_{bt} &= \boldsymbol{w}_b + \delta\boldsymbol{w}_b \\ \boldsymbol{v}_{bt}^o &= \boldsymbol{v}_b^o + \delta\boldsymbol{v}_b^o\end{aligned}$$

运动学模型：

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{p}}_t &= R_t * \boldsymbol{v}_t^o \\ \dot{\boldsymbol{q}}_t &= \frac{1}{2}\boldsymbol{q}_t * \boldsymbol{w}_t \\ \dot{\boldsymbol{v}_{bt}^o} &= \delta\dot{\boldsymbol{v}}_b^o = \boldsymbol{rank}_{\boldsymbol{v}^o} \\ \dot{\boldsymbol{w}_{bt}} &= \delta\dot{\boldsymbol{w}}_b = \boldsymbol{rank}_{\boldsymbol{w}}\end{aligned}$$

状态量：

$\boldsymbol{x} = \{\delta\boldsymbol{p}, \delta\boldsymbol{\theta}, \delta\boldsymbol{v}_b^o, \delta\boldsymbol{w}_b\}$

按照任佬课件上的步骤，将带误差的和不带误差的代入到运动学模型里，这里用位置的为例：

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{p}+\delta\boldsymbol{p}} &= R * (I + [\delta\boldsymbol{\theta}]_\times)(\boldsymbol{v}_m^o - \boldsymbol{v}_b^o - \delta\boldsymbol{v}_b^o - \boldsymbol{v}_n^o) \\ \text{令}\boldsymbol{v}^o &= \boldsymbol{v}_m^o - \boldsymbol{v}_b^o, \delta\boldsymbol{v}^o = -\delta\boldsymbol{v}_b^o - \boldsymbol{v}_n^o \\ \dot{\boldsymbol{p}} + \dot{\delta\boldsymbol{p}} &= R * \boldsymbol{v}^o + R * \delta\boldsymbol{v}^o + R * [\delta\boldsymbol{\theta}]_\times * \boldsymbol{v}^o \\ \dot{\delta\boldsymbol{p}} &= R * \delta\boldsymbol{v}^o + R * [\delta\boldsymbol{\theta}]_\times * \boldsymbol{v}^o \\ &= -R * [\boldsymbol{v}_m^o - \boldsymbol{v}_b^o]_\times * \delta\boldsymbol{\theta} - R * \delta\boldsymbol{v}_b^o - R * \boldsymbol{v}_n^o\end{aligned}$$

角速度参考课件的推导，就可以得到：

$$\dot{\delta\boldsymbol{\theta}} = -[\boldsymbol{w}_m - \boldsymbol{w}_b]_\times \delta\boldsymbol{\theta} - \delta\boldsymbol{w}_b - \boldsymbol{w}_n$$

所以，运动学方程：

$$\dot{\boldsymbol{x}} = F_x\boldsymbol{x} + B * \boldsymbol{Q}$$

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{3\times3} & -R * [\boldsymbol{v}_m^o - \boldsymbol{v}_b^o]_\times & -R & \boldsymbol{0}_{3\times3} \\ \boldsymbol{0}_{3\times3} & -[\boldsymbol{w}_m - \boldsymbol{w}_b]_\times & \boldsymbol{0}_{3\times3} & -\boldsymbol{I} \\ \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{0}_{3\times3} \\ \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{0}_{3\times3} \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} -R & \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{0}_{3\times3} \\ \boldsymbol{0}_{3\times3} & -\boldsymbol{I} & \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{0}_{3\times3} \\ \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0}_{3\times3} \\ \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{I} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_n^o \\ \boldsymbol{w}_n \\ \boldsymbol{rank}_{\boldsymbol{v}^o} \\ \boldsymbol{rank}_{\boldsymbol{w}} \end{bmatrix}$$

二、附加题

- 编码器不当做观测使用， 而是和IMU一起进行状态预测，然后再与其他传感器提供的观测进行滤波融合

参考<<Quaternion kinematics for the error-state Kalman filter>>

对于离散形式，有：

$$\frac{\boldsymbol{x}_{t+1}-\boldsymbol{x}_t}{\Delta t} = \dot{x_t} = F_x \boldsymbol{x}_t + B * \boldsymbol{Q}$$

所以：

$$\boldsymbol{x}_{t+1} = (\boldsymbol{I} + F_x * \Delta t)\boldsymbol{x}_t + B * \Delta t Q$$

观测方程，这里以位置和角度观测为例：

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} \delta \boldsymbol{p} \\ \delta \boldsymbol{\theta} \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{0}_{3\times6} \\ \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0}_{3\times6} \end{bmatrix}$$

$$n_k = [\delta p_x, \delta p_y, \delta p_z, \delta \theta_x, \delta \theta_y, \delta \theta_z]$$

$$C = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0}_{3\times3} \\ \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{I} \end{bmatrix}$$