深蓝学院
shenlanxueyuan.com

多传感器融合定位

第8讲 基于滤波的融合方法Ⅱ

主讲人 任 乾

北京理工大学本硕
自动驾驶从业者

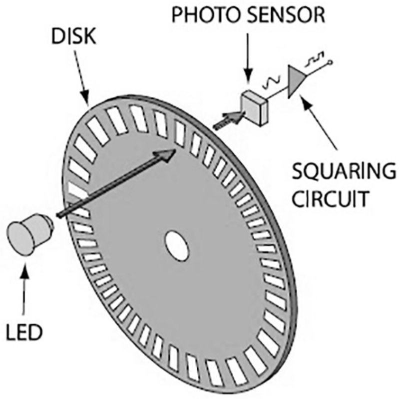
目录

目录

编码器运动模型及标定

1. 编码器基础知识

编码器感应轮子的旋转，并在旋转时输出脉冲，脉冲数与转过的角度呈线性比例关系。
脉冲对应的是角度增量，有时也用增量除以时间，转成轮子转动的角速度输出。
需要注意的是，编码器只是各种转角测量方式中的一种，其他还有轮速计、霍尔传感器等，本课程以编码器为例子讲解模型，但同样适用于其他形式的传感器。



编码器运动模型及标定

1. 编码器基础知识

编码器安装方式有单轮、双轮、三轮，本课程推导仅围绕双轮差分模型进行展开。

该模型中，需要用到以下变量：

$\boldsymbol{r}_L$：左轮半径

$\boldsymbol{r}_R$：右轮半径

$\boldsymbol{d}$：轮子离底盘中心的距离

$\boldsymbol{\omega}_L$：左轮自转角速度

$\boldsymbol{\omega}_R$：右轮自转角速度

$\boldsymbol{v}_L$：左轮线速度

$\boldsymbol{v}_R$：右轮线速度

实际使用时，标定完成后，$\boldsymbol{r}_L$、$\boldsymbol{r}_R$、$\boldsymbol{d}$ 为固定参数，$\boldsymbol{\omega}_L$ 和 $\boldsymbol{\omega}_R$ 为测量值，而 $\boldsymbol{v}_L$ 和 $\boldsymbol{v}_R$ 可以通过下式计算得到

$$\boldsymbol{v}_L = \boldsymbol{\omega}_L \boldsymbol{r}_L$$

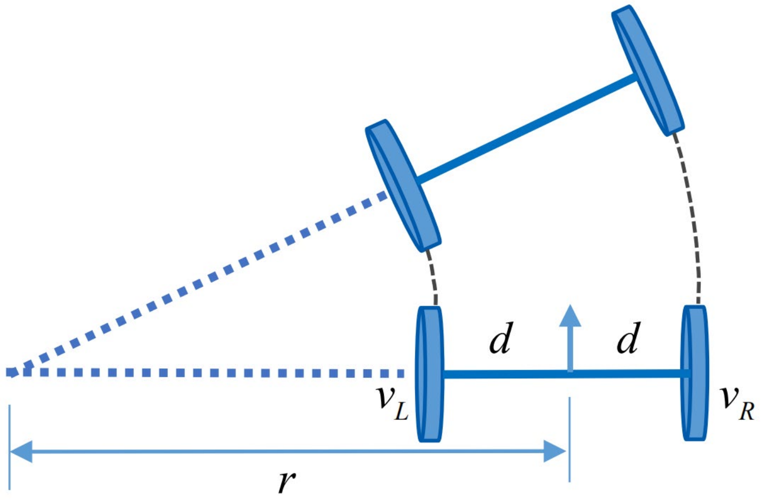
$$\boldsymbol{v}_R = \boldsymbol{\omega}_R \boldsymbol{r}_R$$

编码器运动模型及标定

2. 编码器运动模型

运动模型的作用是，使用前述已知量，求解以下变量：

- $\boldsymbol{\omega}$ ：底盘中心的角速度
- $\boldsymbol{v}$ ：底盘中心的线速度
- $\boldsymbol{r}$ ：底盘中心圆弧运动旋转半径



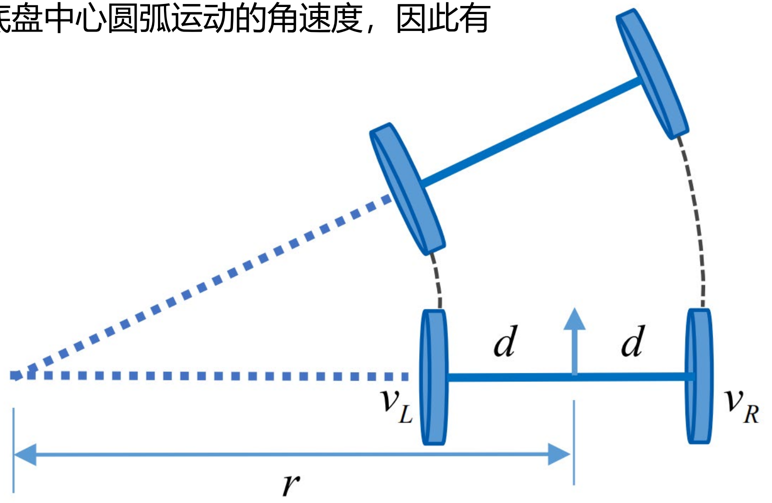
编码器运动模型及标定

2. 编码器运动模型

1) 旋转半径求解

双轮差分模型下，左右轮圆弧运动的角速度相等，且等于底盘中心圆弧运动的角速度，因此有

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{\boldsymbol{v}_L}{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{d}} = \frac{\boldsymbol{v}_R}{\boldsymbol{r}+\boldsymbol{d}}$$



由此可以得出

$$\boldsymbol{v}_L(\boldsymbol{r}+\boldsymbol{d}) = \boldsymbol{v}_R(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{d})$$

移项可得

$$(\boldsymbol{v}_R - \boldsymbol{v}_L)\,\boldsymbol{r} = (\boldsymbol{v}_R + \boldsymbol{v}_L)\,\boldsymbol{d}$$

从而可以得到

$$\boldsymbol{r} = \frac{\boldsymbol{v}_R+\boldsymbol{v}_L}{\boldsymbol{v}_R-\boldsymbol{v}_L}\boldsymbol{d}$$

2. 编码器运动模型

2)角速度求解

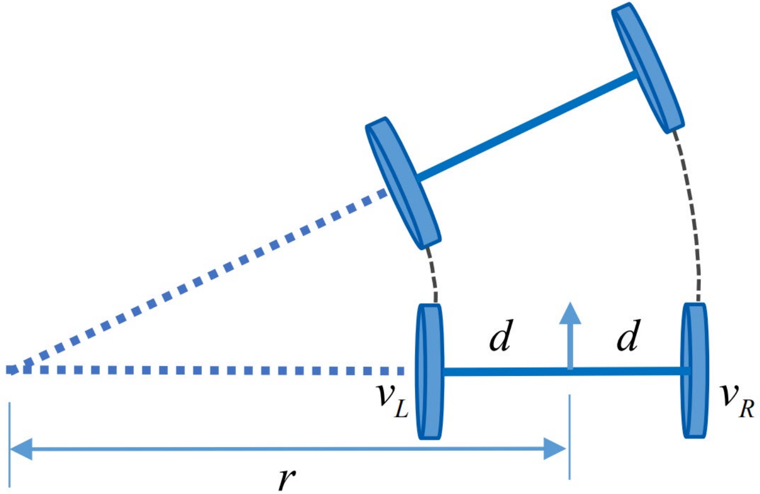
把旋转半径的求解结果，代入角速度公式，即可得到

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{\boldsymbol{v}_L}{\frac{\boldsymbol{v}_R+\boldsymbol{v}_L}{\boldsymbol{v}_R-\boldsymbol{v}_L}\boldsymbol{d}-\boldsymbol{d}} = \frac{\boldsymbol{v}_R-\boldsymbol{v}_L}{2\boldsymbol{d}}$$

3)线速度求解

利用旋转角速度和旋转半径的结果，可以直接得到线速度：

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\omega}\boldsymbol{r} = \frac{\boldsymbol{v}_R-\boldsymbol{v}_L}{2\boldsymbol{d}}\frac{\boldsymbol{v}_R+\boldsymbol{v}_L}{\boldsymbol{v}_R-\boldsymbol{v}_L}\boldsymbol{d} = \frac{\boldsymbol{v}_R+\boldsymbol{v}_L}{2}$$



编码器运动模型及标定

2. 编码器运动模型

4)位姿求解

假设 x_k, y_k, θ_k 为当前时刻位姿，$x_{k-1}, y_{k-1}, \theta_{k-1}$ 为上一时刻的位姿，则有

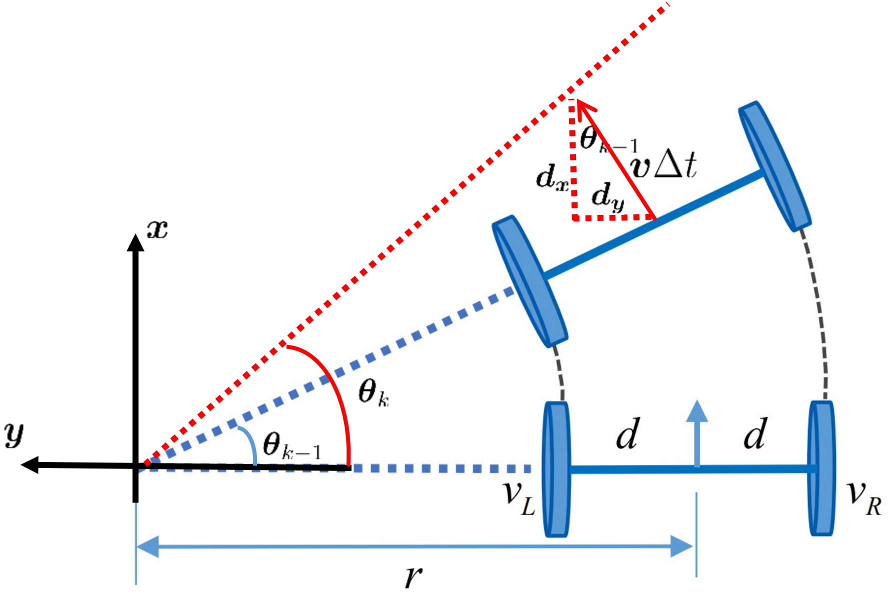
$$\theta_k = \theta_{k-1} + \omega \Delta t$$

$$x_k = x_{k-1} + v\Delta t cos(\theta_{k-1})$$

$$y_k = y_{k-1} + v\Delta t sin(\theta_{k-1})$$

其中

$$\Delta t = t_k - t_{k-1}$$



编码器运动模型及标定

3. 编码器的标定

标定可以理解为运动模型求解过程的反向过程，具体是指在已知底盘中心线速度、角速度的情况下，求解轮子半径、轮子离底盘中心距离等。

已知量:

$\boldsymbol{v}$: 底盘中心的线速度

$\boldsymbol{\omega}$: 底盘中心的角速度

待求解量:

$\boldsymbol{r}_L$: 左轮半径

$\boldsymbol{r}_R$: 右轮半径

$\boldsymbol{d}$: 轮子离底盘中心的距离

实际标定时，线速度、角速度由其他传感器提供(比如雷达点云和地图匹配)，且为了简化模型，认为雷达装在底盘中心正上方。

1) 轮子半径标定

由于速度的求解公式为

$$\boldsymbol{v}=\frac{\boldsymbol{v}_R+\boldsymbol{v}_L}{2}=\frac{\boldsymbol{\omega}_R\boldsymbol{r}_R+\boldsymbol{\omega}_L\boldsymbol{r}_L}{2}$$

它可以重新写为

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\omega}_R & \boldsymbol{\omega}_L\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{r}_R\\ \boldsymbol{r}_L\end{bmatrix}=2\boldsymbol{v}$$

当有多组测量值时，可以构成如下方程组

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\omega}_{R0} & \boldsymbol{\omega}_{L0}\\ \boldsymbol{\omega}_{R1} & \boldsymbol{\omega}_{L1}\\ \vdots & \vdots\\ \boldsymbol{\omega}_{RN} & \boldsymbol{\omega}_{LN}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{r}_R\\ \boldsymbol{r}_L\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\boldsymbol{v}_0\\ 2\boldsymbol{v}_1\\ \vdots\\ 2\boldsymbol{v}_N\end{bmatrix}$$

这是典型的最小二乘问题，可用最小二乘标准形式计算。

编码器运动模型及标定

3. 编码器的标定

2) 轮子与底盘中心距离标定

由于角速度的求解公式为

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{\boldsymbol{v}_R - \boldsymbol{v}_L}{2\boldsymbol{d}}$$

在经过轮子半径标定之后，分子上的两项可认为是已知量，因此可以得到：

$$\boldsymbol{d} = \frac{\boldsymbol{v}_R - \boldsymbol{v}_L}{2\boldsymbol{\omega}}$$

虽然可直接求解，但是为了抑制噪声带来的影响，因多次采样计算取平均。

目录

融合编码器的滤波方法

1. 核心思路

在上一节课滤波模型的基础上增加编码器进行融合，有一种非常简单的方法，即使用编码器解算的速度作为观测量，加入原来模型的观测方程中，而其他环节保持不变。

2. 观测量定义

编码器提供的是载体系下的速度观测，在前(x)-左(y)-上(z)坐标系的定义下，x方向的速度分量是已知的 $\boldsymbol{v}_x^b = \boldsymbol{v}_m$ 。

另外，在以车作为载体的情况下，由于车的侧向和天向没有运动，因此又有 $\boldsymbol{v}_y^b = 0$ ，$\boldsymbol{v}_z^b = 0$。

基于此，我们可以认为 b 系3个维度的速度分量都是可观测的。

3. 观测方程推导

由于导航解算得到的是w系下得速度，而速度观测是b系下得，因此需要推导二者之间的误差关系，才能得到相应的观测方程。

推导方法仍按照第6讲的固定套路进行。

1) 写出不考虑误差时的方程

$$\boldsymbol{v}^b = \boldsymbol{R}_{bw}\boldsymbol{v}^w$$

2) 写出考虑误差时的方程

$$\tilde{\boldsymbol{v}}^b = \tilde{\boldsymbol{R}}_{bw}\tilde{\boldsymbol{v}}^w$$

3) 写出真实值与理想值之间的关系

$$\tilde{\boldsymbol{v}}^b = \boldsymbol{v}^b + \delta\boldsymbol{v}^b$$

$$\tilde{\boldsymbol{v}}^w = \boldsymbol{v}^w + \delta\boldsymbol{v}^w$$

$$\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{R}}_{bw} = \tilde{\boldsymbol{R}}_{wb}^T &= \left(\boldsymbol{R}_{wb}(\boldsymbol{I} + [\delta\boldsymbol{\theta}]_\times)\right)^T \\ &= (\boldsymbol{I} - [\delta\boldsymbol{\theta}]_\times)\boldsymbol{R}_{bw}\end{aligned}$$

4) 把3)中的关系带入2)式

$$\boldsymbol{v}^b + \delta\boldsymbol{v}^b = (\boldsymbol{I} - [\delta\boldsymbol{\theta}]_\times)\boldsymbol{R}_{bw}\left(\boldsymbol{v}^w + \delta\boldsymbol{v}^w\right)$$

5) 把1)中的关系带入4)式

$$\boldsymbol{R}_{bw}\boldsymbol{v}^w + \delta\boldsymbol{v}^b = (\boldsymbol{I} - [\delta\boldsymbol{\theta}]_\times)\boldsymbol{R}_{bw}\left(\boldsymbol{v}^w + \delta\boldsymbol{v}^w\right)$$

6) 化简方程

$$\begin{aligned}\delta\boldsymbol{v}^b &= \boldsymbol{R}_{bw}\delta\boldsymbol{v}^w - [\delta\boldsymbol{\theta}]_\times\boldsymbol{R}_{bw}\boldsymbol{v}^w \\ &= \boldsymbol{R}_{bw}\delta\boldsymbol{v}^w - [\delta\boldsymbol{\theta}]_\times\boldsymbol{v}^b \\ &= \boldsymbol{R}_{bw}\delta\boldsymbol{v}^w + [\boldsymbol{v}^b]_\times\delta\boldsymbol{\theta}\end{aligned}$$

融合编码器的滤波方法

3. 观测方程推导

根据第7讲所内容，状态量为

$$\delta \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \delta \boldsymbol{p} \\ \delta \boldsymbol{v} \\ \delta \boldsymbol{\theta} \\ \delta \boldsymbol{b}_a \\ \delta \boldsymbol{b}_\omega \end{bmatrix}$$

而融合编码器以后，观测量变为

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} \delta \bar{\boldsymbol{p}} \\ \delta \bar{\boldsymbol{v}}^b \\ \delta \bar{\boldsymbol{\theta}} \end{bmatrix}$$

其中 $\delta \bar{\boldsymbol{v}}^b$ 的观测值可以通过下式获得

$$\delta \bar{\boldsymbol{v}}_b = \tilde{\boldsymbol{v}}^b - \boldsymbol{v}^b = \tilde{\boldsymbol{R}}_{bw} \tilde{\boldsymbol{v}}^w - \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_m \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

此时的观测方程 $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{G}_t \delta \boldsymbol{x} + \boldsymbol{C}_t \boldsymbol{n}$ 中的各变量应重新写为

$$\boldsymbol{G}_t = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_3 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{R}_{bw} & [\boldsymbol{v}^b]_\times & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{I}_3 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}_t = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_3 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{I}_3 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{I}_3 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{n} = \begin{bmatrix} n_{\delta \bar{p}_x} & n_{\delta \bar{p}_y} & n_{\delta \bar{p}_z} & n_{\delta \bar{v}_x^b} & n_{\delta \bar{v}_y^b} & n_{\delta \bar{v}_z^b} & n_{\delta \bar{\theta}_x} & n_{\delta \bar{\theta}_y} & n_{\delta \bar{\theta}_z} \end{bmatrix}^T$$

随后，便可以使用新的观测方程，不改变其他方程，直接按照原有流程进行Kalman滤波融合。

目录

融合运动约束的滤波方法

很多时候，硬件平台并没有编码器，不能直接使用上一小节的模型，但是车本身的运动特性(即侧向速度和天向速度为0)仍然可以使用。

它对观测量带来的改变仅仅是少了一个维度(x方向)，而推导方法并没有改变，因此此处直接给出该融合模式下的推导结果。

新的观测量为

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} \delta\bar{\boldsymbol{p}} \\ [\delta\bar{\boldsymbol{v}}^b]_{yz} \\ \delta\bar{\boldsymbol{\theta}} \end{bmatrix}$$

$[\bullet]_{yz}$ 表示只取三维向量或矩阵的后2行

此时的观测方程 $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{G}_t\delta\boldsymbol{x} + \boldsymbol{C}_t\boldsymbol{n}$ 中的各变量应重新写为

$$\boldsymbol{G}_t = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [\boldsymbol{R}_{bw}]_{yz} & [[\boldsymbol{v}^b]_\times]_{yz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{I}_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}_t = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_3 & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{I}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{I}_3 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{n} = \begin{bmatrix} n_{\delta\bar{p}_x} & n_{\delta\bar{p}_y} & n_{\delta\bar{p}_z} & n_{\delta\bar{v}_y^b} & n_{\delta\bar{v}_z^b} & n_{\delta\bar{\theta}_x} & n_{\delta\bar{\theta}_y} & n_{\delta\bar{\theta}_z} \end{bmatrix}^T$$

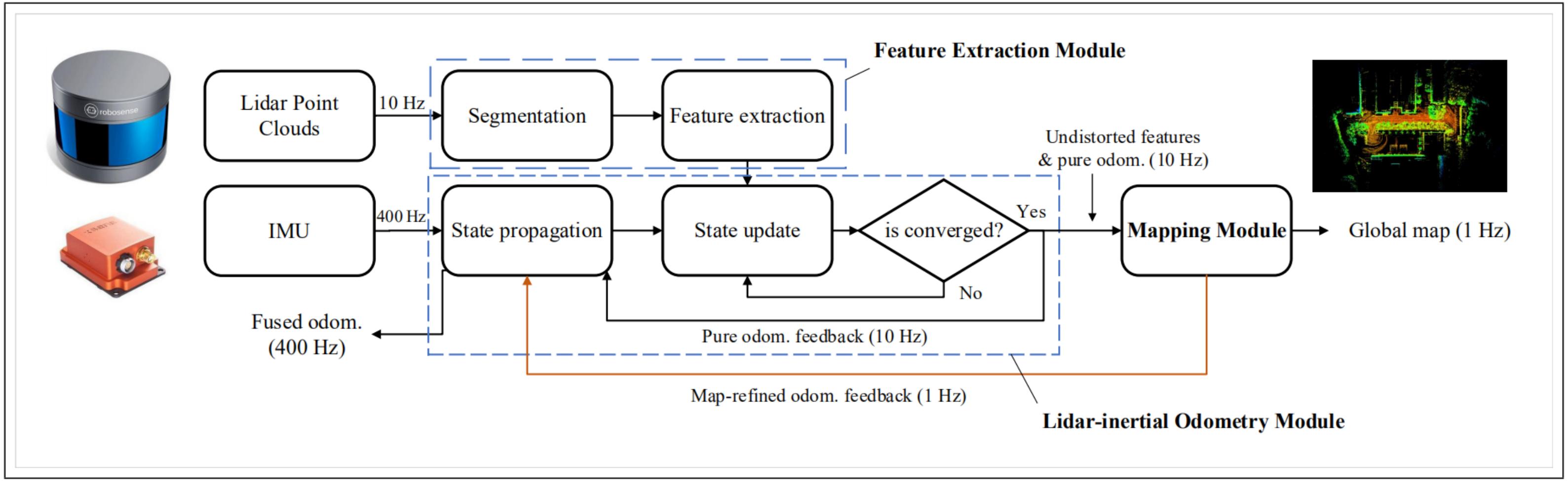
随后的Kalman流程仍然与之前保持一致。

目录

融合点云特征的滤波方法

1.整体思路

以IMU做状态预测，以特征中的点-面距离、点-线距离为约束(观测)，修正误差。



论文题目：LINS: A Lidar-Inertial State Estimator for Robust and Efficient Navigation

代码地址：https://github.com/ChaoqinRobotics/LINS---LiDAR-inertial-SLAM

融合点云特征的滤波方法

2.滤波模型

1) 状态定义

位姿定义：

$$\mathbf{x}_w^{b_k} := [\mathbf{p}_w^{b_k}, \mathbf{q}_w^{b_k}]$$

相对位姿相关：

$$\mathbf{x}_{b_{k+1}}^{b_k} := [\mathbf{p}_{b_{k+1}}^{b_k}, \mathbf{v}_{b_{k+1}}^{b_k}, \mathbf{q}_{b_{k+1}}^{b_k}, \mathbf{b}_a, \mathbf{b}_g, \mathbf{g}^{b_k}]$$

状态量：

$$\delta\mathbf{x} := [\delta\mathbf{p}, \delta\mathbf{v}, \delta\boldsymbol{\theta}, \delta\mathbf{b}_a, \delta\mathbf{b}_g, \delta\mathbf{g}]$$

状态量修正：

$$\mathbf{x}_{b_{k+1}}^{b_k} = \bar{\mathbf{x}}_{b_{k+1}}^{b_k} \boxplus \delta\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{p}}_{b_{k+1}}^{b_k} + \delta\mathbf{p} \\ \bar{\mathbf{v}}_{b_{k+1}}^{b_k} + \delta\mathbf{v} \\ \bar{\mathbf{q}}_{b_{k+1}}^{b_k} \otimes \exp(\delta\boldsymbol{\theta}) \\ \bar{\mathbf{b}}_a + \delta\mathbf{b}_a \\ \bar{\mathbf{b}}_g + \delta\mathbf{b}_g \\ \bar{\mathbf{g}}^{b_k} + \delta\mathbf{g} \end{bmatrix}$$

其中 $\bar{\mathbf{x}}_{b_{k+1}}^{b_k}$ 表示预测值。

融合点云特征的滤波方法

2.滤波模型

2) 状态方程

$$\delta \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F}_t \delta \mathbf{x}(t) + \mathbf{G}_t \mathbf{w}$$

其中

$$\mathbf{F}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{R}_t^{b_k}\left[\hat{\mathbf{a}}_t\right]_\times & -\mathbf{R}_t^{b_k} & \mathbf{0} & -\mathbf{I}_3 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\left[\hat{\omega}_t\right]_\times & \mathbf{0} & -\mathbf{I}_3 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad \mathbf{G}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{R}_t^{b_k} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I}_3 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_3 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w} = \left[\mathbf{n}_a^T, \mathbf{n}_g^T, \mathbf{n}_{b_a}^T, \mathbf{n}_{b_g}^T\right]^T$$

融合点云特征的滤波方法

2.滤波模型

3) 观测方程

观测的计算与loam中前后帧匹配的思想一致，都是计算点-面、点-线的残差

$$f_i(\mathbf{x}_{b_{k+1}}^{b_k}) = \begin{cases} \dfrac{|(\hat{\mathbf{p}}_i^{l_k}-\mathbf{p}_a^{l_k})\times(\hat{\mathbf{p}}_i^{l_k}-\mathbf{p}_b^{l_k})|}{|\mathbf{p}_a^{l_k}-\mathbf{p}_b^{l_k}|} & \text{if } \mathbf{p}_i^{l_{k+1}} \in \mathbb{F}_e \\ \dfrac{|(\hat{\mathbf{p}}_i^{l_k}-\mathbf{p}_a^{l_k})^T((\mathbf{p}_a^{l_k}-\mathbf{p}_b^{l_k})\times(\mathbf{p}_a^{l_k}-\mathbf{p}_c^{l_k}))|}{|(\mathbf{p}_a^{l_k}-\mathbf{p}_b^{l_k})\times(\mathbf{p}_a^{l_k}-\mathbf{p}_c^{l_k})|} & \text{if } \mathbf{p}_i^{l_{k+1}} \in \mathbb{F}_p \end{cases}$$

其中

$$\hat{\mathbf{p}}_i^{l_k} = (\mathbf{R}_l^b)^T\left(\mathbf{R}_{b_{k+1}}^{b_k}\left(\mathbf{R}_l^b\mathbf{p}_i^{l_{k+1}}+\mathbf{p}_l^b\right)+\mathbf{p}_{b_{k+1}}^{b_k}-\mathbf{p}_l^b\right)$$

为了计算观测方程，需要计算残差对状态量的雅可比

$$\mathbf{H}_k = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \hat{\mathbf{p}}_i^{l_k}} \cdot \frac{\partial \hat{\mathbf{p}}_i^{l_k}}{\partial \delta \mathbf{x}}$$

上式中包含两部分，第一部分已经讲过，此处只推导第二部分。

融合点云特征的滤波方法

2.滤波模型

3) 观测方程

除了旋转和平移外，残差项对其它量的导数均为0。

a.对平移求导

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial \hat{\mathbf{p}}_i^{l_k}}{\partial \delta \mathbf{p}} \\
=&\frac{\partial\left[\left(\mathbf{R}_l^b\right)^{\top}\left(\mathbf{R}_{b_{k+1}}^{b_k}\left(\mathbf{R}_l^b \mathbf{p}_i^{l_{k+1}}+\mathbf{p}_l^b\right)+\mathbf{p}_{b_{k+1}}^{b_k}-\mathbf{p}_l^b\right)\right]}{\partial \delta \mathbf{p}} \\
=&\frac{\partial\left[\left(\mathbf{R}_l^b\right)^{\top} \mathbf{p}_{b_{k+1}}^{b_k}\right]}{\partial \delta \mathbf{p}} \\
=&\left(\mathbf{R}_l^b\right)^{\top}
\end{aligned}
$$

b.对旋转求导

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial \hat{\mathbf{p}}_i^{l_k}}{\partial \delta \mathbf{x}} \\
=&\frac{\partial\left[\left(\mathbf{R}_l^b\right)^T\left(\mathbf{R}_{b_{k+1}}^{b_k}\left(\mathbf{R}_l^b \mathbf{p}_i^{l_{k+1}}+\mathbf{p}_l^b\right)+\mathbf{p}_{b_{k+1}}^{b_k}-\mathbf{p}_l^b\right)\right]}{\partial \delta \boldsymbol{\theta}} \\
=&\left(\mathbf{R}_l^b\right)^T \frac{\partial\left[\mathbf{R}_{b_{k+1}}^{b_k}\left(\mathbf{R}_l^b \mathbf{p}_i^{l_{k+1}}+\mathbf{p}_l^b\right)\right]}{\partial \mathbf{R}_{b_{k+1}}^{b_k}} \frac{\partial \mathbf{R}_{b_{k+1}}^{b_k}}{\partial \delta \boldsymbol{\theta}} \\
=&-\left(\mathbf{R}_l^b\right)^T\left[\mathbf{R}_{b_{k+1}}^{b_k}\left(\mathbf{R}_l^b \mathbf{p}_i^{l_{k+1}}+\mathbf{p}_l^b\right)\right]_{\times} \mathbf{R}_{b_{k+1}}^{b_k} \boldsymbol{J}_r^{-1}(\boldsymbol{\theta}) \\
=&-\left(\mathbf{R}_l^b\right)^T \mathbf{R}_{b_{k+1}}^{b_k}\left[\mathbf{R}_l^b \mathbf{p}_i^{l_{k+1}}+\mathbf{p}_l^b\right]_{\times} \mathbf{R}_{b_k}^{b_{k+1}} \mathbf{R}_{b_{k+1}}^{b_k} \boldsymbol{J}_r^{-1}(\boldsymbol{\theta}) \\
=&-\left(\mathbf{R}_l^b\right)^T \mathbf{R}_{b_{k+1}}^{b_k}\left[\mathbf{R}_l^b \mathbf{p}_i^{l_{k+1}}+\mathbf{p}_l^b\right]_{\times} \boldsymbol{J}_r^{-1}(\boldsymbol{\theta})
\end{aligned}
$$

融合点云特征的滤波方法

2.滤波模型

3) 观测方程

预 测：

$$\delta \mathbf{x}_{t_\tau} = (\mathbf{I} + \mathbf{F}_{t_\tau}\Delta t)\,\delta \mathbf{x}_{t_{\tau-1}}$$

$$\mathbf{P}_{t_\tau} = (\mathbf{I} + \mathbf{F}_{t_\tau}\Delta t)\,\mathbf{P}_{t_{\tau-1}}\,(\mathbf{I} + \mathbf{F}_{t_\tau}\Delta t)^T + (\mathbf{G}_{i_\tau}\Delta t)\,\mathbf{Q}\,(\mathbf{G}_{t_t}\Delta t)^T$$

$$\mathbf{K}_{k,j} = \mathbf{P}_k\mathbf{H}_{k,j}^T\left(\mathbf{H}_{k,j}\mathbf{P}_k\mathbf{H}_{k,j}^T + \mathbf{J}_{k,j}\mathbf{M}_k\mathbf{J}_{k,j}^T\right)^{-1}$$

迭代观测：

$$\Delta\mathbf{x}_j = \mathbf{K}_{k,j}(\mathbf{H}_{k,j}\delta\mathbf{x}_j - f({}^-\mathbf{x}_{b_{k+1}}^{b_k} \boxplus \delta\mathbf{x}_j))$$

$$\delta\mathbf{x}_{j+1} = \delta\mathbf{x}_j + \Delta\mathbf{x}_j$$

后验方差：

$$\mathbf{P}_{k+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k,n}\mathbf{H}_{k,n})\,\mathbf{P}_k\,(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k,n}\mathbf{H}_{k,n})^T + \mathbf{K}_{k,n}\mathbf{M}_k\mathbf{K}_{k,n}^T$$

融合点云特征的滤波方法

3.位姿更新

$$\mathbf{x}_w^{b_{k+1}} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_w^{b_{k+1}} \\ \mathbf{q}_w^{b_{k+1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{b_k}^{b_{k+1}} \left(\mathbf{p}_w^{b_k} - \mathbf{p}_{b_{k+1}}^{b_k} \right) \\ \mathbf{q}_{b_k}^{b_{k+1}} \otimes \mathbf{q}_w^{b_k} \end{bmatrix}$$

4.相似工作

论文题目：FAST-LIO: A Fast, Robust LiDAR-inertial Odometry Package by Tightly-Coupled Iterated Kalman Filter

代码地址：https://github.com/hku-mars/FAST_LIO

作业

在上一讲作业里实现的滤波方案的基础上，实现融合运动模型的滤波方法，并对比加入运动模型约束前后，滤波精度的变化。由于运动模型约束更多的是改善速度的波动，而且是y向和z向的波动，因此要求展示结果时，提供b系y向和z向速度误差的曲线与指标。

注：同样由于kitti数据集质量的问题，效果的改善不一定在所有路段都能体现，可以挑选效果好的路段重点展示。

评价标准：

1)及格：实现新模型，且功能正常
2)良好：实现新模型，且部分路段性能有改善
3)优秀：在良好的基础上，增加编码器融合的内容，具体如下：
使用仿真数据(仿真数据需要根据下方链接中的仿真程序自己生成)，实现以gps位置和编码器速度为观测量的融合方法，并分析其精度。

数据仿真程序地址：https://github.com/Aceinna/gnss-ins-sim

作业

附加题(不参与考核)：

编码器参与的融合，还有另外一种融合方式，即编码器不当做观测使用，而是和IMU一起进行状态预测，然后再与其他传感器提供的观测进行滤波融合。具体思路为IMU提供角速度，编码器提供线速度，假设二者频率相同、时间戳已对齐，且外参已标定，那么它们可以直接认为是一个可以通过解算得到姿态、位置的新传感器。

这种方式下，解算方法、误差方程、滤波的状态方程和观测方程都需要重新推导，感兴趣的可以自己完成推导和代码实现，并与之前课程中的方法进行性能对比。

感谢聆听！

Thanks for Listening