

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна Факультет
комп'ютерних наук
Кафедра штучного інтелекту та програмного забезпечення

ЗВІТ
Практична робота №1
дисципліна: «Теорія алгоритмів»

Виконав: студент групи КС-22
Ковальов Андрій
Перевірив: викладач
Олешко Олег

Харків

Завдання.

Реалізувати алгоритми Евкліда (найбільшого загального дільника двох цілих чисел - GCD) та Ератосфена (знаходження всіх простих чисел до деякого цілого числа n).

Для кожного з алгоритмів:

1. Розробити блок-схему алгоритму
2. Привести текстовий опис (по кроках) алгоритму.
3. Виконати програмну реалізацію алгоритму у вигляді функції мовою C, навести приклади роботи алгоритму.

Додаткові бали: знайдіть, опишіть та реалізуйте інші варіанти "решета", окрім вищезгаданого решета Ератосфена.

Алогиртм Евкліда:

```
#include <stdio.h>

int main() {
    int M, N;
    printf("Вкажіть число M: ");
    scanf("%d", &M);
    printf("Вкажіть число N: ");
    scanf("%d", &N);

    while (M != N) {
        if (M > N) M -= N;
        else N -= M;
    }

    printf("НСД: %d\n", M);
    return 0;
}
```

Лістинг 1 – код програми

```
Вкажіть число M: 20
Вкажіть число N: 8
НСД: 4

-----
Process exited after 17.83 seconds with return value 0
Press any key to continue . . .
```

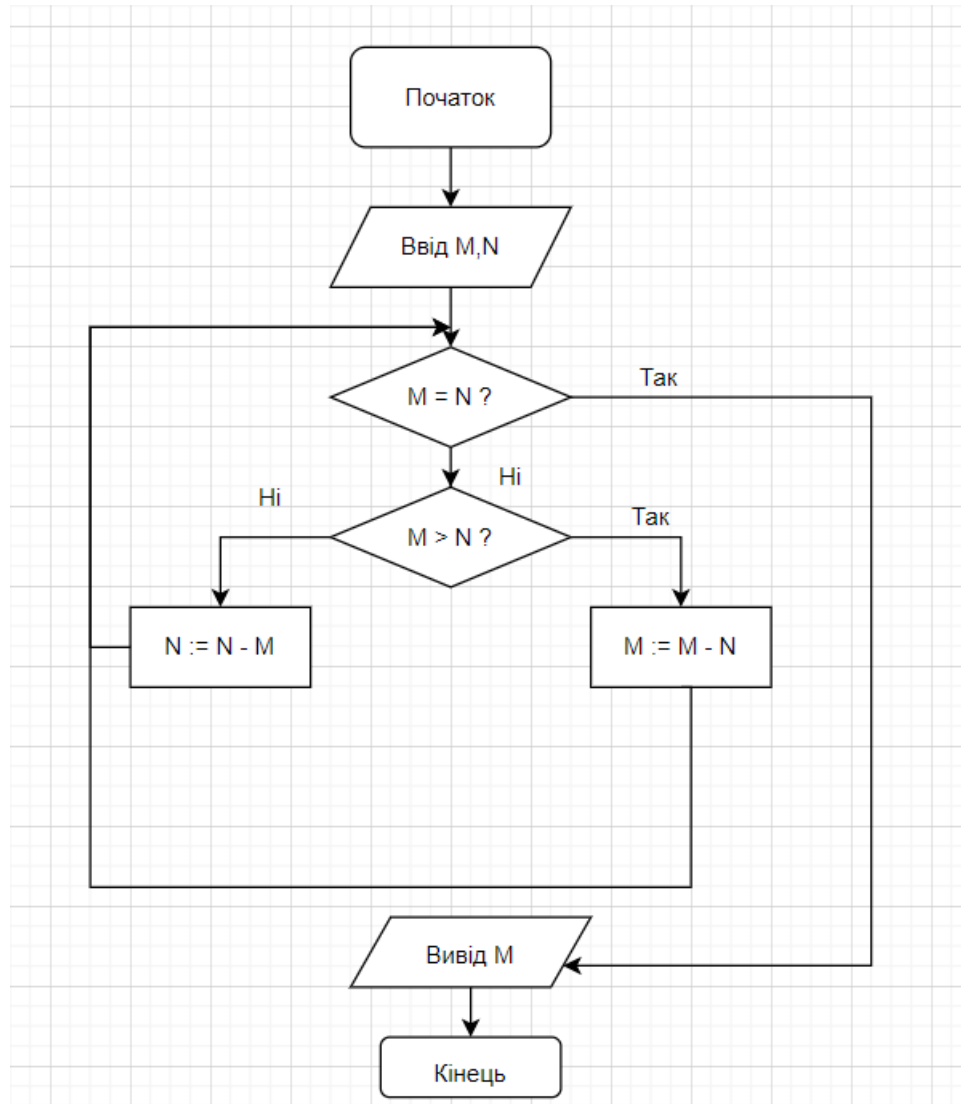
```
Вкажіть число M: 290
Вкажіть число N: 70
НСД: 10

-----
Process exited after 15.76 seconds with return value 0
Press any key to continue . . .
```

Скріншот 1-2 – виконання програми

Текстовий опис алгоритму

1. Введіть два числа M і N .
2. Після того, як користувач ввів числа, програма переходить до циклу `while`, який продовжуватиме виконуватись доти, доки значення M і N не стануть рівними.
 - Якщо значення M більше, ніж N , з M віднімається N .
 - Якщо ж N більше за M , то з N віднімається M .
3. Цикл завершується, коли M і N стають рівними. Це значення є найбільшим спільним дільником (НСД) двох чисел. Після завершення циклу програма виводить результат — НСД чисел M і N — за допомогою `printf()`.



Блоксхема алгоритму

Алгоритм Ератосфена:

```
#include <stdio.h>
#include <stdbool.h>
#include <math.h>

// Функція для реалізації сітки Ератосфена
void Eratosthenes(int n) {
    bool isPrime[n+1];
    for (int i = 0; i <= n; i++) {
        isPrime[i] = true;
    }
```

```

    }
    isPrime[0] = isPrime[1] = false;

    for (int i = 2; i <= sqrt(n); i++) {
        if (isPrime[i]) {
            for (int j = i * i; j <= n; j += i) {
                isPrime[j] = false;
            }
        }
    }

    printf("Прості числа до %d:\n", n);
    for (int i = 2; i <= n; i++) {
        if (isPrime[i]) {
            printf("%d ", i);
        }
    }
    printf("\n");
}

int main() {
    int n;
    printf("Введіть число n: ");
    scanf("%d", &n);
    Eratosthenes(n);

    return 0;
}

```

Лістинг 2 – код програми

```

Введіть число n: 70
Прості числа до 70: 2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67

-----
Process exited after 2.068 seconds with return value 0
Press any key to continue . . .

```

```
Введіть число n: 44
Прості числа до 44: 2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43
-----
Process exited after 3.32 seconds with return value 0
Press any key to continue . . .
```

```
Введіть число n: 200
Прості числа до 200: 2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97
101 103 107 109 113 127 131 137 139 149 151 157 163 167 173 179 181 191 193 197 199
-----
Process exited after 2.134 seconds with return value 0
Press any key to continue . . .
```

Скріншот 3-5 – результат виконання програми

Текстовий опис алгоритму

1. Введіть число n .
2. Створеться булевий масив, розміром $n + 1$, де кожен елемент спочатку відповідає числу від 0 до n та всі числа вважаються простими.
3. Алгоритм починає з числа 2 (перше просте число). Для кожного наступного числа i , якщо воно відмічене як просте(true), а всі його кратні позначаються як непрості(false).
4. Після завершення основного циклу алгоритм виводить всі числа, які залишились відміченими як прості.

Додаткове завдання. Алгоритм Сундарама:

Опис алгоритму Сундарама:

Алгоритм Сундарама — це ще один метод для знаходження простих чисел, схожий на алгоритм Ератосфена, але трохи простіший. Він працює для пошуку всіх простих чисел менших за певне число n , але замість прямої роботи з усіма числами, працює з меншими індексами, які потім перетворюються у прості числа.

```
#include <stdio.h>
#include <stdbool.h>

void Sundaram(int n) {
```

```

int limit = (n - 1) / 2;
bool marked[limit + 1];

// Ініціалізуємо всі числа як прості
for (int i = 0; i <= limit; i++) {
    marked[i] = false;
}

// Викреслюємо числа за допомогою формули  $i + j + 2 * i * j$ 
for (int i = 1; i <= limit; i++) {
    for (int j = i; (i + j + 2 * i * j) <= limit; j++) {
        marked[i + j + 2 * i * j] = true;
    }
}

// Виводимо прості числа
printf("Прості числа до %d: 2 ", n);
for (int i = 1; i <= limit; i++) {
    if (!marked[i]) {
        printf("%d ", 2 * i + 1);
    }
}
printf("\n");
}

int main() {
    int n;
    printf("Введіть число n: ");
    scanf("%d", &n);
    Sundaram(n);
    return 0;
}

```

Лістинг 3 – код програми

```

Введіть число n: 95
Прості числа до 95: 2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89

-----
Process exited after 4.492 seconds with return value 0
Press any key to continue . . .

```

```
Введіть число n: 66
Прості числа до 66: 2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61
-----
Process exited after 1.87 seconds with return value 0
Press any key to continue . . .

Введіть число n: 297
Прості числа до 297: 2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97 101 103 107 109 113 127 131
137 139 149 151 157 163 167 173 179 181 191 193 197 199 211 223 227 229 233 239 241 251 257 263 269 271 277 281 283 293
-----
Process exited after 2.746 seconds with return value 0
Press any key to continue . . .
```

Скріншот 6-8 – результат виконання програми

Алгоритм по кроках:

1. Користувач вводить значення n , яке є верхньою межею для пошуку простих чисел.
2. Створюється масив булевих значень `marked[]` довжиною `limit+1`, де всі елементи ініціалізуються як `false`. Цей масив використовується для позначення чисел, які не є простими.
3. Два вкладених цикли використовуються для пошуку індексів, які виключаються. Для кожної пари i та j , виконується формула:
$$\text{index} = i + j + 2 \cdot i \cdot j$$
Якщо індекс не перевищує межу, він позначається як `true` в масиві, що означає, що це число не є простим.
4. Вивести всі прості числа до n .

Алгоритм Аткина:

Опис алгоритму:

Алгоритм Аткина — це ефективний метод знаходження всіх простих чисел до певного числа nnn . Він є покращенням класичного решета Ератосфена з точки зору швидкості виконання, використовуючи математичні властивості для виключення великих груп чисел, які точно не є простими.

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <stdbool.h>

void Atkin(int n) {
    if (n < 2) {
        printf("Простих чисел немає.\n");
        return;
    }
}
```



```

    }
    printf("Всі прості числа до %d: ", n);
    if (n >= 2) printf(" 2 ");
    if (n >= 3) printf(" 3 ");

    bool sieve[n + 1];
    for (int i = 0; i <= n; i++) {
        sieve[i] = false;
    }

    // Основні формули для знаходження простих чисел
    for (int x = 1; x * x <= n; x++) {
        for (int y = 1; y * y <= n; y++) {
            int num = 4 * x * x + y * y;
            if (num <= n && (num % 12 == 1 || num % 12 == 5)) {
                sieve[num] ^= true;
            }

            num = 3 * x * x + y * y;
            if (num <= n && num % 12 == 7) {
                sieve[num] ^= true;
            }

            num = 3 * x * x - y * y;
            if (x > y && num <= n && num % 12 == 11) {
                sieve[num] ^= true;
            }
        }
    }

    // Викреслюємо всі кратні квадратів
    for (int i = 5; i * i <= n; i++) {
        if (sieve[i]) {
            for (int j = i * i; j <= n; j += i * i) {
                sieve[j] = false;
            }
        }
    }

    // Виводимо всі прості числа

```

```

for (int i = 5; i <= n; i++) {
    if (sieve[i]) {
        printf("%d ", i);
    }
}
printf("\n");
}

int main() {
    int n;
    printf("Введіть число n: ");
    scanf("%d", &n);
    Atkin(n);
    return 0;
}

```

Лістинг 4 – код програми

```

Введіть число n: 3
Всі прості числа до 3:  2  3

-----
Process exited after 1.358 seconds with return value 0
Press any key to continue . . .

```

```

Введіть число n: 54
Всі прості числа до 54:  2  3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53

-----
Process exited after 1.866 seconds with return value 0
Press any key to continue . . .

```

```

Введіть число n: 15
Всі прості числа до 15:  2  3 5 7 11 13

-----
Process exited after 5.584 seconds with return value 0
Press any key to continue . . .

```

Скріншот 9-11 – результат виконання програми