

Interpolación de Sibson

Emmanuel Rojas Fredini

November 24, 2009

Contenidos

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción

Voronoi
CUDA

Cálculo de
Voronoi con
GPU

Métodos
Pseudo-Código

Interpolación
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación

1 Introducción

- Voronoi
- CUDA

2 Cálculo de Voronoi con GPU

- Métodos
- Pseudo-Código

3 Interpolación Discreta de Sibson

- Sibson: Descripción y Definición
- Implementación

Voronoi

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción

Voronoi
CUDA

Cálculo de
Voronoi con
GPU

Métodos
Pseudo-Código

Interpolación
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación

Que es Voronoi?

Un diagrama compuesto de *celdas*, donde cada celda esta compuesta por los puntos mas cercanos a un *sitio*

- Sitios?

Son un conjunto $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ de puntos en R^2 o R^3

- Celdas?

La celda C_1 perteneciente al sitio p_1 es el area compuesta por todos los puntos del espacio que son exclusivamente mas cercanos a el punto p_1

Voronoi

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción
Voronoi
CUDA

Cálculo de
Voronoi con
GPU

Métodos
Pseudo-Código

Interpolación
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación

Que es Voronoi?

Un diagrama compuesto de *celdas*, donde cada celda esta compuesta por los puntos mas cercanos a un *sitio*

- Sitios?

Son un conjunto $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ de puntos en R^2 o R^3

- Celdas?

La celda C_1 perteneciente al sitio p_1 es el area compuesta por todos los puntos del espacio que son exclusivamente mas cercanos a el punto p_1

Voronoi

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción

Voronoi
CUDA

Cálculo de
Voronoi con
GPU

Métodos
Pseudo-Código

Interpolación
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación

Que es Voronoi?

Un diagrama compuesto de *celdas*, donde cada celda esta compuesta por los puntos mas cercanos a un *sitio*

- Sitios?

Son un conjunto $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ de puntos en R^2 o R^3

- Celdas?

La celda C_1 perteneciente al sitio p_1 es el area compuesta por todos los puntos del espacio que son exclusivamente mas cercanos a el punto p_1

Un Sitio

Interpolación de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción

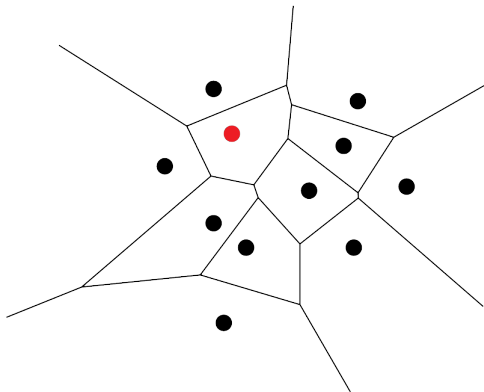
Voronoi
CUDA

Cálculo de Voronoi con GPU

Métodos
Pseudo-Código

Interpolación Discreta de Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación



Vertice

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción
Voronoi
CUDA

Cálculo de
Voronoi con
GPU

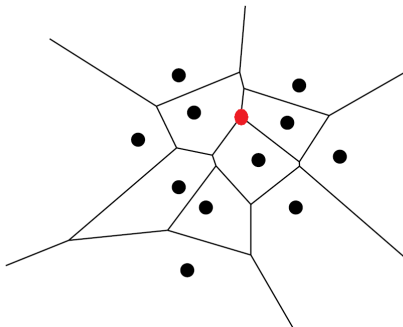
Métodos
Pseudo-Código

Interpolación
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación

Semillas o vértices

Son las uniones de los planos de bisección, se caracterizan por que si una circunferencia crece desde este, chocaría con varios sitios al mismo tiempo, ie son equidistantes a 3 o mas sitios.



CUDA

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción

Voronoi
CUDA

Cálculo de
Voronoi con
GPU

Métodos
Pseudo-Código

Interpolación
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación

Que es CUDA?

CUDA significa Compute Unified Device Architecture, y es framework para desarrollar aplicaciones utilizando los procesadores paralelos de la GPU.

Los algoritmos corren en un estilo SIMD, es decir una misma instrucción es ejecutada en varios datos.

Que lenguaje?

CUDA se programa con una versión extendida de C^a y es directamente interfazable con este lenguaje en la CPU

^aTodavía no C++, solo C

Jerarquia de hilos

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción

Voronoi
CUDA

Cálculo de
Voronoi con
GPU

Métodos
Pseudo-Código

Interpolación
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación

Identificación de Thread

Los hilos se organizan en matrices tridimensionales, es decir que se identifican con 3 variables, x y z

Bloques de Threads

A su vez los hilos se agrupan en bloques, y estos bloques en arreglos bidimensionales, con identificadores x e y . El grupo de estos bloques se conoce como Grid o grilla.

Kernel

El programa ejecutado en el GPU se conoce como kernel, y se lanza especificando la cantidad de hilos a lanzar. Es decir la dimensión de la grilla (GridDim) y de los bloques (BlockDim).

Jerarquia de hilos Visual

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción

Voronoi

CUDA

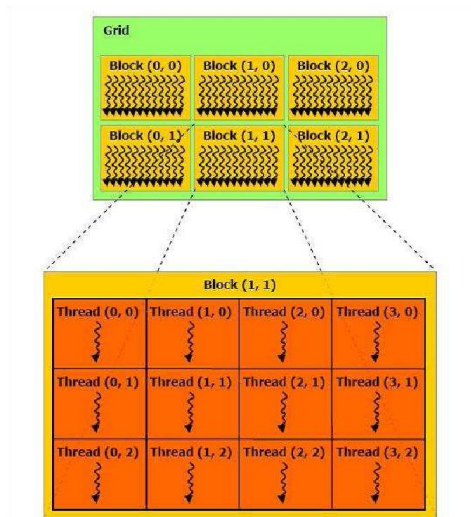
Cálculo de
Voronoi con
GPU

Métodos

Pseudo-Código

Interpolación
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación



Jerarquia de Memoria

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción

Voronoi

CUDA

Cálculo de
Voronoi con
GPU

Métodos

Pseudo-Código

Interpolación
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación

Existe una jerarquía de memorias, todas a excepción de los registros que los asigna el compilador, son administrados por software. Nombradas en orden decreciente de velocidad, y creciente de latencia:

- 1 Registros locales de thread. Pertenece a un thread.
- 2 Memoria local. Pertenece a un thread.
- 3 Memoria compartida entre todos los thread de un bloque. Se comparte en todo un bloque.
- 4 Memoria de textura, de solo lectura y optimizada para esto. Es global.
- 5 Memoria de constante, de solo lectura. Es global.
- 6 Memoria global. Como es global, es visible por todo thread.

Jerarquia de Memoria

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción

Voronoi
CUDA

Cálculo de
Voronoi con
GPU

Métodos
Pseudo-Código

Interpolación
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación

Existe una jerarquía de memorias, todas a excepción de los registros que los asigna el compilador, son administrados por software. Nombradas en orden decreciente de velocidad, y creciente de latencia:

- 1 Registros locales de thread. Pertenece a un thread.
- 2 Memoria local. Pertenece a un thread.
- 3 Memoria compartida entre todos los thread de un bloque. Se comparte en todo un bloque.
- 4 Memoria de textura, de solo lectura y optimizada para esto. Es global.
- 5 Memoria de constante, de solo lectura. Es global.
- 6 Memoria global. Como es global, es visible por todo thread.

Jerarquia de Memoria

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción
Voronoi
CUDA

Cálculo de
Voronoi con
GPU

Métodos
Pseudo-Código

Interpolación
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación

Existe una jerarquía de memorias, todas a excepción de los registros que los asigna el compilador, son administrados por software. Nombradas en orden decreciente de velocidad, y creciente de latencia:

- 1 Registros locales de thread. Pertenece a un thread.
- 2 Memoria local. Pertenece a un thread.
- 3 Memoria compartida entre todos los thread de un bloque. Se comparte en todo un bloque.
- 4 Memoria de textura, de solo lectura y optimizada para esto. Es global.
- 5 Memoria de constante, de solo lectura. Es global.
- 6 Memoria global. Como es global, es visible por todo thread.

Jerarquia de Memoria

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción

Voronoi
CUDA

Cálculo de
Voronoi con
GPU

Métodos
Pseudo-Código

Interpolación
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación

Existe una jerarquía de memorias, todas a excepción de los registros que los asigna el compilador, son administrados por software. Nombradas en orden decreciente de velocidad, y creciente de latencia:

- 1 Registros locales de thread. Pertenece a un thread.
- 2 Memoria local. Pertenece a un thread.
- 3 Memoria compartida entre todos los thread de un bloque. Se comparte en todo un bloque.
- 4 Memoria de textura, de solo lectura y optimizada para esto. Es global.
- 5 Memoria de constante, de solo lectura. Es global.
- 6 Memoria global. Como es global, es visible por todo thread.

Jerarquia de Memoria

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción

Voronoi
CUDA

Cálculo de
Voronoi con
GPU

Métodos
Pseudo-Código

Interpolación
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación

Existe una jerarquía de memorias, todas a excepción de los registros que los asigna el compilador, son administrados por software. Nombradas en orden decreciente de velocidad, y creciente de latencia:

- 1 Registros locales de thread. Pertenece a un thread.
- 2 Memoria local. Pertenece a un thread.
- 3 Memoria compartida entre todos los thread de un bloque. Se comparte en todo un bloque.
- 4 Memoria de textura, de solo lectura y optimizada para esto. Es global.
- 5 Memoria de constante, de solo lectura. Es global.
- 6 Memoria global. Como es global, es visible por todo thread.

Jerarquia de Memoria

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción

Voronoi
CUDA

Cálculo de
Voronoi con
GPU

Métodos
Pseudo-Código

Interpolación
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación

Existe una jerarquía de memorias, todas a excepción de los registros que los asigna el compilador, son administrados por software. Nombradas en orden decreciente de velocidad, y creciente de latencia:

- 1 Registros locales de thread. Pertenece a un thread.
- 2 Memoria local. Pertenece a un thread.
- 3 Memoria compartida entre todos los thread de un bloque. Se comparte en todo un bloque.
- 4 Memoria de textura, de solo lectura y optimizada para esto. Es global.
- 5 Memoria de constante, de solo lectura. Es global.
- 6 Memoria global. Como es global, es visible por todo thread.

Jerarquia de Memoria

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción
Voronoi
CUDA

Cálculo de
Voronoi con
GPU
Métodos
Pseudo-Código

Interpolación
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación

Existe una jerarquía de memorias, todas a excepción de los registros que los asigna el compilador, son administrados por software. Nombradas en orden decreciente de velocidad, y creciente de latencia:

- 1 Registros locales de thread. Pertenecen a un thread.
- 2 Memoria local. Pertenecen a un thread.
- 3 Memoria compartida entre todos los threads de un bloque. Se comparte en todo un bloque.
- 4 Memoria de textura, de solo lectura y optimizada para esto. Es global.
- 5 Memoria de constante, de solo lectura. Es global.
- 6 Memoria global. Como es global, es visible por todo thread.

Jerarquia de Memoria Visual

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción

Voronoi

CUDA

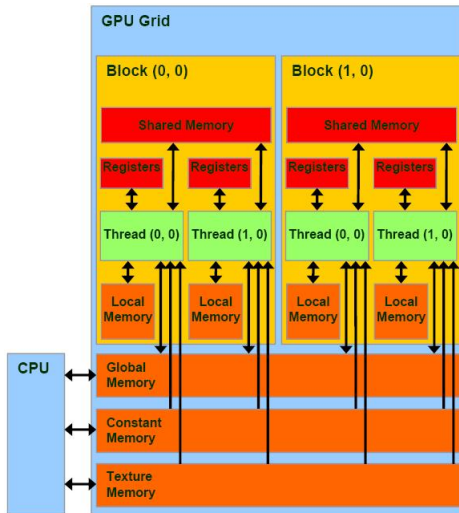
Cálculo de
Voronoi con
GPU

Métodos

Pseudo-Código

Interpolación
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación



Entonces como seria un ejemplo

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introduccion

Voronoi
CUDA

Calculo de
Voronoi con
GPU

Metodos
Pseudo-Codigo

Interpolacion
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripcion
y Definicion
Implementation

El ejemplo siguiente es una funcion que se ejecutara en el GPU, esta recibe una matriz A e incrementa en 1 todos sus elementos. Cada hilo de ejecucion afecta a **solo un** elemento de nuestra matriz A. Por eso es que se usan las variables x e y para obtener el indice de la matriz que afectara el hilo correspondiente.

```
1  __global__ void IncermentarArreglo( int** A )
2  {
3      int x = (blockIdx.x*blockDim.x)+ threadIdx.x;
4      int y = (blockIdx.y*blockDim.y)+ threadIdx.y;
5
6      A[x][y]++;
7      return;
8  }
```

Metodos

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción

Voronoi
CUDA

Cálculo de
Voronoi con
GPU

Métodos
Pseudo-Código

Interpolación
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación

Existen varios métodos para calcular el diagrama de Voronoi en la GPU.

Utilizando algoritmos secuenciales el orden de cálculo es $O(n \log(n))$, por ejemplo con el algoritmo de la línea de Fortune.

Utilizando algoritmos paralelos, a nivel de píxel, el orden es $O(n)$, y utilizando ordenamiento espacial esto se puede mejorar

Metodos

Interpolación de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducion

Voronoi
CUDA

Calculo de Voronoi con GPU

Metodos

Pseudo-Codigo

Interpolacion Discreta de Sibson

Sibson: Descripcion
y Definicion
Implementacion

- 1 Metodo de Hoff, se basa en renderizar funciones de distancia, es decir conos en R^3 y puntos como sitios. Su principal caracterisstica es que se puede generalizar para distintas figuras de sitio.
- 2 Metodo de Fill Flood
- 3 Metodo de Igor.
Su principal caracterisstica es que es facil modificarlo para resolver problemas similares, como los puntos mas lejanos, etc.

Implementaremos el ultimo metodo, de Igor.

Algoritmo

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción

Voronoi
CUDA

Cálculo de
Voronoi con
GPU

Métodos

Pseudo-Código

Interpolación
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación

El programa lanzará un hilo por cada píxel de la grilla, lo que haremos a continuación es calcular el valor de ese píxel en función de los sitios presentes p_i . Calculando las distancias a cada sitio p_i y eligiendo el valor del sitio más cercano

```
1  Para cada píxel
2  {
3  Calcular la distancia de este píxel a todos los sitios
4  Elegir el sitio más cercano
5  Colorear este píxel con el color del sitio más cercano
6  }
```

Descripcion

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción

Voronoi
CUDA

Cálculo de
Voronoi con
GPU

Métodos
Pseudo-Código

Interpolación
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación

Descripcion

Sibson es un metodo de interpolacion(1) local, es decir solo considera los elementos mas cercanos para su calculo. Este calcula los pesos en base a los *natural-neighbors* del punto a interpolar.

Luego su calculo esta sujeto a la siguiente formula:

$$\frac{\sum_{i=1}^k u_i f(p_i)}{\sum_{i=1}^k u_i} \quad (1)$$

Donde u_i son los pesos, p_i los puntos que se conoce su valor

Y $f(p_i)$ es el valor correspondiente al punto p_i

Definicion

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción

Voronoi
CUDA

Cálculo de
Voronoi con
GPU

Métodos
Pseudo-Código

Interpolación
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación

Definicion

Se tiene $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ puntos con valor. Luego el cálculo de $Sib(q)$ se hará de la siguiente manera:

- 1 Se calcula el diagrama de Voronoi de los P puntos

Definicion

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción

Voronoi
CUDA

Cálculo de
Voronoi con
GPU

Métodos
Pseudo-Código

Interpolación
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación

Definicion

Se tiene $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ puntos con valor. Luego el cálculo de $Sib(q)$ se hará de la siguiente manera:

- 1 Se calcula el diagrama de Voronoi de los P puntos
- 2 Se inserta el punto q en el diagrama de Voronoi

Definicion

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducion

Voronoi
CUDA

Calculo de
Voronoi con
GPU

Metodos
Pseudo-Codigo

Interpolacion
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripcion
y Definicion
Implementacion

Definicion

Se tiene $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ puntos con valor. Luego el calculo de $Sib(q)$ se hara de la siguiente manera:

- 1 Se calcula el diagrama de Voronoi de los P puntos
- 2 Se inserta el punto q en el diagrama de Voronoi
- 3 Los k puntos vecinos a la celda de q , a los que q les "robo area" para su celda son los *natural-neighbors* de q

Definicion

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducion

Voronoi
CUDA

Calculo de
Voronoi con
GPU

Metodos
Pseudo-Codigo

Interpolacion
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripcion
y Definicion
Implementacion

Definicion

Se tiene $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ puntos con valor. Luego el calculo de $Sib(q)$ se hara de la siguiente manera:

- 1 Se calcula el diagrama de Voronoi de los P puntos
- 2 Se inserta el punto q en el diagrama de Voronoi
- 3 Los k puntos vecinos a la celda de q , a los que q les "robo area" para su celda son los *natural-neighbors* de q
- 4 Por ultimo se calculan los pesos en base a las areas de sus *natural-neighbors*. Donde u_i es el area "robada" al *natural-neighbors* i

Definicion

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducion

Voronoi
CUDA

Calculo de
Voronoi con
GPU

Metodos
Pseudo-Codigo

Interpolacion
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripcion
y Definicion
Implementacion

Definicion

Se tiene $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ puntos con valor. Luego el calculo de $Sib(q)$ se hara de la siguiente manera:

- 1 Se calcula el diagrama de Voronoi de los P puntos
- 2 Se inserta el punto q en el diagrama de Voronoi
- 3 Los k puntos vecinos a la celda de q , a los que q les "robo area" para su celda son los *natural-neighbors* de q
- 4 Por ultimo se calculan los pesos en base a las areas de sus *natural-neighbors*. Donde u_i es el area "robada" al *natural-neighbors* i
- 5 En base a los k pesos u_i y los k *natural-neighbors* se calcula el valor de q

Sibson visual

Interpolación de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción

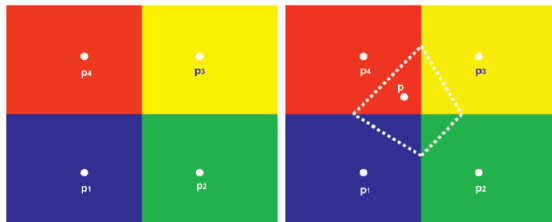
Voronoi
CUDA

Cálculo de Voronoi con GPU

Métodos
Pseudo-Código

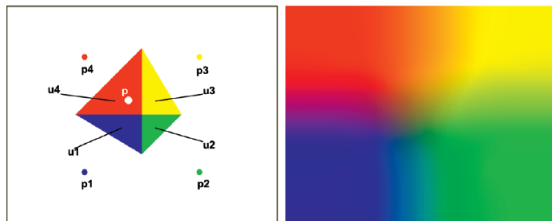
Interpolación Discreta de Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación



(a)

(b)



Gathered Approach

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción

Voronoi
CUDA

Cálculo de
Voronoi con
GPU

Métodos
Pseudo-Código

Interpolación
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación

A este punto q a interpolar, quien contribuye?

```
1  * Calcular el Diagrama de Voronoi para todos los sitios
2  * Por cada punto a calcular q hacer:
3  {
4
5  -Inicializar  $c(p)=0$  y  $n(p)=0$ 
6  -Por cada pixel  $i$  hacer:
7  {
8  *Si  $i$  esta en  $V(q) \rightarrow$  sumar  $V_c(i)$  a  $c(q)$  e incrementar  $n(q)$  en 1
9  }
10
11 - $f(q) = c(q)/n(q)$ 
12 }
```

Gathered Approach Visual

Interpolación de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción

Voronoi
CUDA

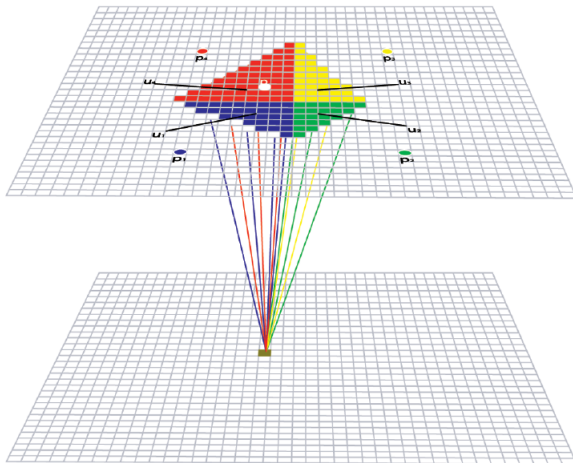
Cálculo de Voronoi con GPU

Métodos
Pseudo-Código

Interpolación Discreta de Sibson

Sibson: Descripción
y Definición

Implementación



Scatter Approach

Este pixel i , a que punto a interpolar contribuye?

```
1  * Calcular el Diagrama de Voronoi para todos los sitios
2  * Por cada punto a calcular q hacer:
3  {
4  - Inicializar  $c(q)=0$  y  $n(q)=0$ 
5  }
6  * Por cada pixel i hacer:
7  {
8  * Por cada punto a calcular q hacer:
9  {
10 - Si i esta dentro de  $V(q)$ , sumar  $V_c(i)$  a  $c(p)$  e incrementar  $n(p)$  en 1
11 }
12 }
13
14 * Por cada punto a calcular q hacer:
15 {
16 -  $f(q) = c(q)/n(q)$ 
17 }
```

Scatter Approach Visual

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción

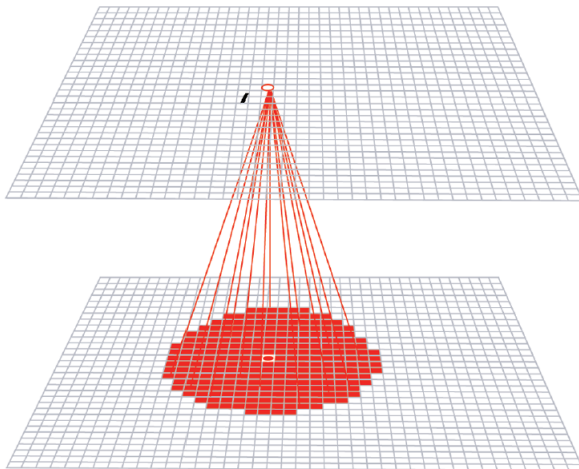
Voronoi
CUDA

Cálculo de
Voronoi con
GPU

Métodos
Pseudo-Código

Interpolación
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación



Mejora al Scatter Approach

Interpolación
de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción

Voronoi
CUDA

Cálculo de
Voronoi con
GPU

Métodos
Pseudo-Código

Interpolación
Discreta de
Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación

Pero puede el pixel i afectar cualquier punto q a interpolar?

Theorem

El valor del pixel i solo afecta a los puntos q que se encuentran dentro de una esfera centrada en i , cuyo radio es la distancia de i hasta su sitio

Proof.

Para que q se vea afectado por i , i debe estar dentro de $V(q)$, es decir que si s es el sitio de i luego $\text{dist}(q, i) < \text{dist}(s, i)$. Es decir que q se encuentra mas cerca que $\text{dist}(s, i)$. En fin q esta dentro de una esfera de radio $\text{dist}(s, i)$ de i para ser afectado por esta. □

Codigo Real

Interpolación de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción

Voronoi
CUDA

Cálculo de Voronoi con GPU

Métodos
Pseudo-Código

Interpolación Discreta de Sibson

Sibson: Descripción
y Definición
Implementación

```
1 //p son los puntos a interpolar
2 //pCount son la cantidad de puntos a interpolar
3
4 voronoi(seedsCount,seeds,pitch,pixels);//carga el voronoi de los pixeles
5
6 __syncthreads();
7
8 int x = (blockIdx.x*blockDim.x)+ threadIdx.x;
9 int y = (blockIdx.y*blockDim.y)+ threadIdx.y;
10
11 unsigned int r = pixels[y>(*pitch)+x].SeedDst;
12 Seed* ClosestSeed = pixels[y>(*pitch)+x].SeedClosest;
13
14 for(int k=0;k<*pCount;++k)//por todo punto a interpolar k
15 {
16     unsigned int dx=p[k].x-x;
17     unsigned int dy=p[k].y-y;
18
19     if ( dx*dx+dy*dy) <= r )//dentro de esfera?
20     {
21         atomicAdd((unsigned int*)&(p[k].r),(unsigned int)ClosestSeed->r);
22         atomicAdd((unsigned int*)&(p[k].g),(unsigned int)ClosestSeed->g);
23         atomicAdd((unsigned int*)&(p[k].b),(unsigned int)ClosestSeed->b);
24         atomicAdd((unsigned int*)&(p[k].n),1);
25     }
26 }
```

Interpolación de Sibson

Emmanuel
Rojas Fredini

Introducción

Voronoi

CUDA

Cálculo de Voronoi con GPU

Métodos

Pseudo-Código

Interpolación Discreta de Sibson

Sibson: Descripción
y Definición

Implementación

The End