

Единый государственный экзамен по
МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 1

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

На решение варианта рекомендую отвести 3-4 часа .

Ответ к заданиям 1–12 записывается в виде целого числа или конечной десятичной дроби. При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и прикрепить качественные фото решений.

Ответы 1 части и фото решений 2 части запишите в поле ответов в этой гугл форме

Как получить видеоразбор и проверку этого варианта?

1. Подпишись на Telegram-канал школы: @nokidsscholl (или: <https://t.me/nokidsscholl>).
2. Напиши мне в telegram (@mmmmashha) сообщение «Пробник 1» — и я отправлю тебе **полный видеоразбор** этого варианта и в течение недели проверю решение (решения на проверку принимаются до 21.12.2025).

ЖЕЛАЮ УСПЕХА!

Справочные материалы:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha,$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha,$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta,$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta.$$

Часть 1

1 Основания равнобедренной трапеции равны 43 и 73. Косинус острого угла трапеции равен $\frac{5}{7}$. Найдите боковую сторону.

2. В равнобедренном прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известно, что $AB = 7\sqrt{2}$. Найдите скалярное произведение векторов \vec{BA} и \vec{CB} .

3. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины A, B, C, D, B_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 9, BC = 3, BB_1 = 8$.

4. При производстве в среднем на каждые 2982 исправных насоса приходится 18 неисправных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный насос окажется неисправным.

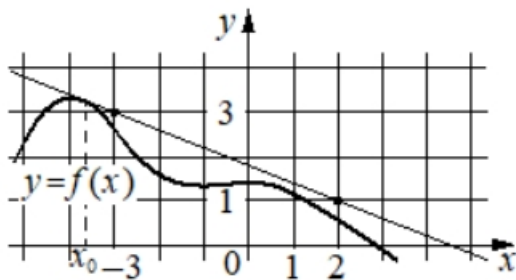
5. При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 86% случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 94% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10% пациентов, направленных на тестирование. При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

6. Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{8}}(13 - x) = -2$.

7. Найдите значение выражения

$$\frac{8}{\sin\left(\frac{27\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{31\pi}{4}\right)}.$$

8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



9. Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R = 5 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 16$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением

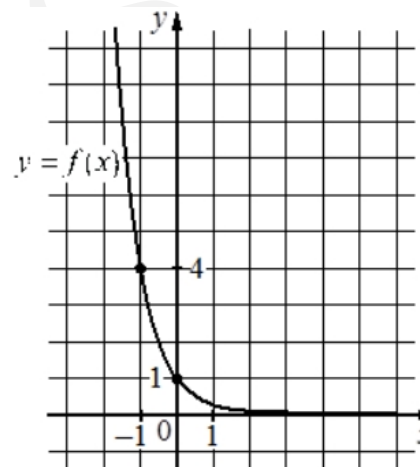
$$t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U} \text{ (с)},$$

где $\alpha = 0,7$ — постоянная. Определите (в киловольтах) наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 21 с.

10. Первый сплав содержит 10% меди, второй — 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов

получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

11. На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(-3)$.



12. Найдите точку минимума функции

$$y = (3x^2 - 36x + 36)e^{x-36}$$

Часть 2

13.

а) Решите уравнение

$$\cos 2x + \cos(-x) = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right].$$

14. В трапеции $ABCD$ основание AD в два раза больше основания BC . Внутри трапеции взяли точку M так, что углы ABM и DCM прямые.

а) Докажите, что $AM = DM$.

б) Найдите угол BAD , если угол ADC равен 70° , а расстояние от точки M до прямой AD равно стороне BC .

15. Решите неравенство

$$2 \log_2(x\sqrt{5}) - \log_2\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq \log_2\left(5x^2 + \frac{1}{x} - 2\right)$$

16. В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплачивать одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года) и банку будет выплачено 292 820 рублей?

17. В трапеции $ABCD$ основание AD в два раза больше основания BC . Внутри трапеции взяли точку M так, что углы ABM и DCM прямые.

а) Докажите, что $AM = DM$.

б) Найдите угол BAD , если угол ADC равен 70° , а расстояние от точки M до прямой AD равно стороне BC .

18. Найдите все значения a , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} 2a \leq x, \\ 6x > x^2 + a^2, \\ x + a \leq 6 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке $[4; 5]$.

19. В порту имеются только заполненные контейнеры, масса каждого из которых равна 20 тонн или 60 тонн. В некоторых из этих контейнеров находится сахарный песок. Количество контейнеров с сахарным песком составляет 25% от общего количества контейнеров.

а) Может ли масса контейнеров с сахарным песком составить 20% от общей массы всех контейнеров?

б) Может ли масса контейнеров с сахарным песком составить 60% от общей массы всех контейнеров?

в) Какую наименьшую долю (в процентах) может составить масса контейнеров с сахарным песком от общей массы всех контейнеров?