

Graphes

I. Définitions

Un *graphe* est un ensemble de noeuds appelés *sommets* reliés entre eux par des *arêtes*.

Un *graphe* est orienté si les arêtes ont un sens (nous parlons alors d'*arcs*) et non orienté dans le cas contraire.

Nous représentons un réseau social sous forme de graphe avec comme sommets les utilisateurs et comme arêtes les liens d'amitié.

a) Quel est le type de graphe du graphe n°1 ?

.....

b) Quel est le type de graphe du graphe n°2 ?

.....

c) Donner la liste des sommets du graphe n°1.

.....

d) Donner la liste des sommets du graphe n°2.

.....

e) A quel type de graphe le réseau social Facebook correspond t-il le mieux ? Pourquoi ?

.....

f) A quel type de graphe le réseau social Twitter correspond t-il le mieux ? Pourquoi ?

.....

II. Autres définitions

Deux sommets d'un graphe sont *adjacents* (ou *voisins*) s'il existe une arête entre ces deux sommets.

Dans un graphe orienté, le sommet b est adjacent du sommet a s'il existe un arc allant de a vers b.

Un *chemin* reliant un sommet a à un sommet b est une suite de sommets adjacents consécutifs commençant par a et finissant par b.

La *longueur d'un chemin* est le nombre de sommet traversés.

La *distance* entre un sommet a et b est le minimum des longueurs de chemins reliant a à b.

a) Donner les sommets adjacents de Luke dans le graphe n°1.

.....

b) Donner les sommets adjacents de Anakin dans le graphe n°2.

.....

c) Donner trois chemins possibles reliant Luke à Chewbacca dans le graphe n°1.

.....

d) Donner trois chemins possibles reliant Anakin à Dark Maul.

.....

e) Donner les longueurs des chemins trouvés aux deux questions précédentes.

.....

f) En déduire la distance entre Luke et Chewbacca.

.....

g) En déduire la distance entre Anakin et Dark Maul.

.....

III. Représentations des graphes en machine

Les graphes en machine peuvent être représentés de deux façons différentes :

- Par matrice d'adjacence.
- Par listes d'adjacence.

Une *matrice d'adjacence* est un tableau à deux dimensions de taille $N \times N$ cases pour un graphe comprenant N sommets.

Et pour chaque case du tableau, nous indiquons d'une croix si le sommet de la colonne est adjacent du sommet de la ligne.

Par exemple, le graphe n°1 est représenté en machine par la matrice d'adjacence suivante :

	Luke - Leia - Han - Yoda - Chewbacca - Obi-Wan					
Luke	x	x	x	x		x
Leia	x	x	x			x
Han	x	x	x		x	
Yoda	x			x		x
Chewbacca			x		x	
Obi-Wan	x	x		x		x

Une *liste d'adjacence* est une liste de sommets et pour chacun de ces sommets indique ses voisins.

Par exemple, le graphe n°2 peut être représenté par la liste d'adjacence suivante :

Qui-Gon : **Yoda**, Obi-Wan.
 Anakin : **Padme**, Obi-Wan, Palpatine.
 Palpatine : **Dark Maul**.
 Obi-Wan : **Yoda**, Anakin.
 Padme : **Anakin**.
 Yoda : **Qui-Gon**.
 Dark Maul : **Palpatine**.

a) Donner la matrice d'adjacence du graphe n°2.

->
 ->
 ->
 ->
 ->

b) Donner la liste d'adjacence du graphe n°1.

->
 ->
 ->
 ->
 ->

IV. Diamètre - Centre - Rayon

L'*excentricité* d'un sommet est la plus grande distance entre ce sommet et tous les autres sommets du graphe.

Le *diamètre* d'un graphe est la plus grande excentricité.

Le *centre* d'un graphe est le sommet dont l'excentricité est la plus petite.

Le *rayon* d'un graphe est l'excentricité du centre du graphe.

a) Compléter le tableau des distances du graphe n°2 suivant :

	Anakin - Qui-Gon - Padme - Obi-Wan - Yoda - Palpatine - Dark Maul						
Anakin							
Qui-Gon							
Padme							
Obi-Wan	1	2	2	0	1	2	3
Yoda							
Palpatine							
Dark Maul							

b) Donner l'excentricité de chaque sommet.

.....

c) En déduire le diamètre du graphe n°2.

.....

d) Donner le centre du graphe n°2.

.....

e) Donner le rayon du graphe n°2.

.....

V. Représentation sagittale d'un graphe

a) Représenter le graphe sur feuille en fonction de la matrice d'adjacence suivante :

	Frodo - Sam - Gandalf - Aragorn - Legolas - Gimli - Boromir					
Frodo	X	X	X	X		
Sam	X	X				
Gandalf	X		X	X		
Aragorn	X		X	X	X	X
Legolas					X	X
Gimli				X	X	
Boromir			X			X

->

->

->

->

->