

# Calcul d'itinéraire

## 1 Présentation du problème



Figure 1: Carte de France du réseau des autoroutes

On souhaite aller de Lille à Bordeaux en empruntant en bus en ne prenant que des routes indiquées sur la carte ci-dessus. Il existe plusieurs itinéraires (choix de chemin) possibles, mais certains sont meilleurs que d'autres.

### Exercice 1

- Question 1.** Proposer un itinéraire possible allant de Lille à Bordeaux.
- Question 2.** Par quelles villes indiquées sur la carte passe cet itinéraire ?
- Question 3.** Justifier le choix de votre itinéraire.

On souhaite trouver le meilleur itinéraire possible allant de Lille à Bordeaux. Le meilleur itinéraire dépend d'un ou de plusieurs critères. Par exemple :

- La distance
- La durée de trajet
- Le coût (péage...)
- L'empreinte écologique

Dans notre cas, on cherche l'itinéraire avec la plus petite distance parcourue.

## 2 Modélisation

Pour simplifier le problème et le traiter algorithmiquement, on doit représenter la carte sous une autre forme. On choisit la forme du graphe. Pour rappel, un graphe est un ensemble de nœuds appelés **sommets** avec des liens entre eux appelés **arêtes**. Il est possible de rajouter des valeurs (on parle de **poids**) aux arêtes pour représenter des informations. Ainsi, la modélisation d'une partie de la France est donnée ci-dessous. Les poids associés aux arêtes correspondent à la distance en km entre deux villes.

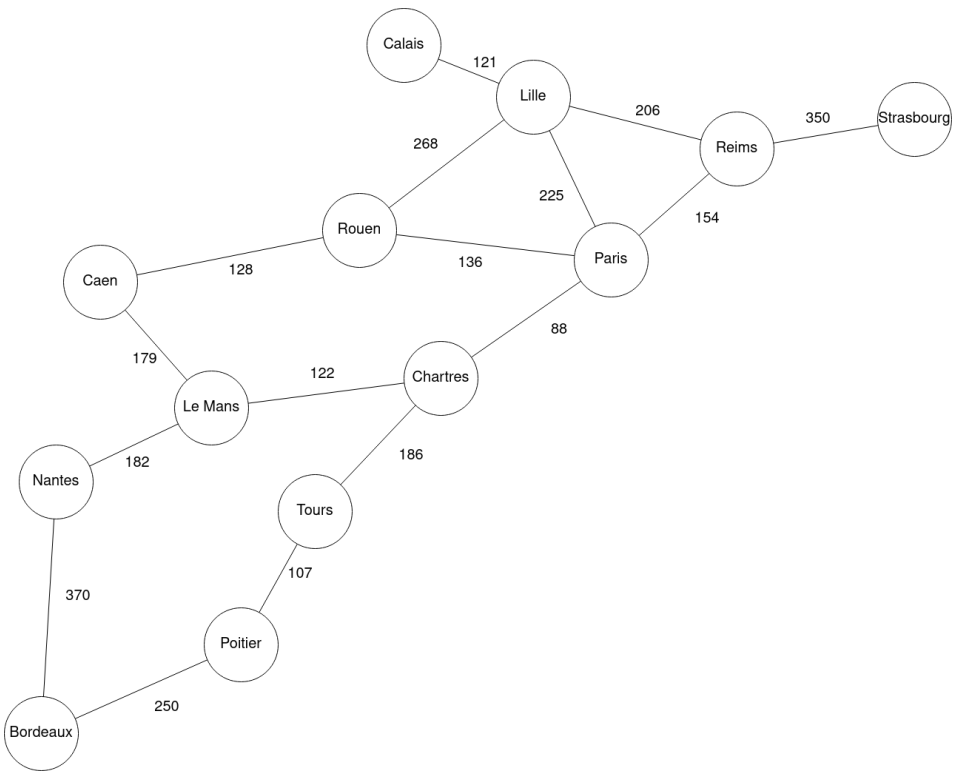


Figure 2: Carte de France sous forme d'un graphe

Exercice 2

**Question 1.** En s'appuyant sur le graphe, donner le meilleur itinéraire (en termes de distance) pour aller de Lille à Nantes.

**Question 2.** Proposer une suite d'étape (algorithme) qui permet de résoudre ce problème pour n'importe quel point de départ et d'arrivée.

### 3 L'algorithme

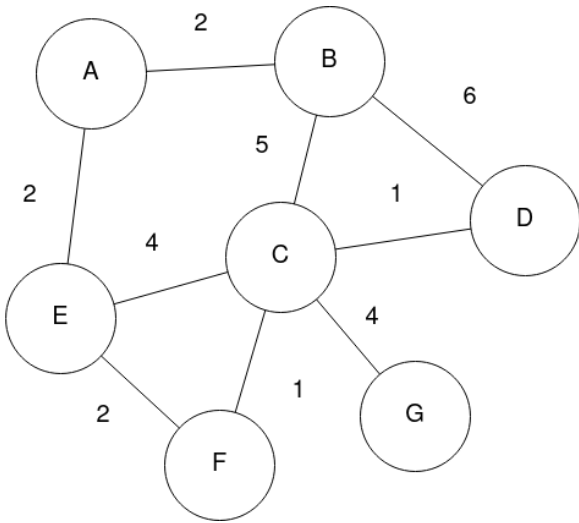


Figure 3: Exemple d'un graphe

Il existe plusieurs algorithmes qui permettent de trouver le meilleur chemin entre deux sommets. On propose un algorithme qui s'appuie sur un tableau.

1. À la première ligne (initialisation), on met 0 au point de départ et rien pour les autres.
2. Tant que chaque sommet n'a pas été marqué (mis en gras ou souligné), on choisit le sommet (colonne) avec la plus petite valeur et on le marque (ce sommet en sera plus considéré) :
3. Dans la ligne suivante, si pour un voisin de notre sommet on trouve une plus courte distance :
4. On met à jour la distance et le prédécesseur de ce voisin.
5. À la fin, on a le chemin le plus court vers chaque sommet, ainsi que la dernière étape de ce chemin.

Par exemple, pour le graphe ci-dessous, on obtient le tableau suivant (en partant de A) :

A	B	C	D	E	F	G
<b>0 A</b>	-	-	-	-	-	-
	<b>2 A</b>	-	-	2 A	-	-
		7 B	8 B	<b>2 A</b>	-	-
		6 E	8 D		<b>4 E</b>	-
		<b>5 F</b>	8 D			-
			<b>6 C</b>			9 C
						<b>9 C</b>

En partant de A, le plus court chemin vers G a pour distance 9. Le dernier sommet avant G dans ce chemin est C. On remonte ensuite depuis C : F, puis E, A.