

Приклад 3. Знайдемо найкраще абсолютне наближення прямою: $P_1(x) = Ax + B$, $w(x) = 1$. Система рівнянь складається у даному випадку із трьох рівнянь:

$$\begin{cases} f(t_0) - At_0 - B = \Delta, \\ f(t_1) - At_1 - B = -\Delta, \\ f(t_2) - At_2 - B = \Delta. \end{cases}$$

Віднявши від третього рівняння системи перше, одержуємо вираз для A : $A = \frac{f(t_2) - f(t_0)}{t_2 - t_0}$. Додавши два перші рівняння системи, одержуємо вираз для B : $B = \frac{f(t_0) + f(t_1) - A(t_0 + t_1)}{2}$.

Якщо $f(x) \in C^2[a, b]$ і $f''(x)$ не змінює знак, то $t_0 = a$, $t_2 = b$, а в центральній точці альтернансу $t_1 = c$ функція похибки має екстремум і $\delta'(c) = 0$. Тому $f'(c) = A$. Прирівнюючи два вирази для коефіцієнту A , одержуємо трансцендентне рівняння для визначення точки c : $f'(c)(b - a) = f(b) - f(a)$.

Після визначення цієї точки знаходимо A, B та Δ за формулами:

$$A = f'(c), B = \frac{f(a) + f(c) - f'(c)(a + c)}{2}, \Delta = \frac{f(a) - f(c) - f'(c)(a - c)}{2}.$$

Розкладаючи у виразі для Δ функцію $f(a)$ в ряд в околі точки c :

$$f(a) = f(c) + f'(c)(a - c) + \frac{1}{2}f''(\xi)(a - c)^2, \text{ де } \xi \in (a, c) \text{ маємо}$$

$$\Delta_0 = |\Delta| = \frac{1}{4}|f''(\xi)|(a - c)^2 \approx \frac{1}{16}|f''(\xi)|(b - a)^2$$