(Слайд 1)

Необхідність моделювання функціональних залежностей виникає в багатьох галузях прикладної математики та інформатики. При розв’язуваннi багатьох задач науково-технiчного характеру доводиться використовувати функції задані таблицею. Проте часто необхідно мати значення функції в точках, яких немає в таблиці. Також виникає необхідність використання простої функції замість складної.

Метою моєї бакалаврської роботи є застосування мінімаксних многочленних наближень і методу найменших квадратів для моделювання функціональних залежностей. Для цього я написав програму на мові програмування Python, яка знаходить мінімаксне наближення і наближення МНК як для неперервних так і для дискретних функцій. Також було розроблено графічний інтерфейс за допомогою таких технологій як: HTML, CSS, JavaScript.

Мінімаксне наближення (його ще називають чебишовським) застосовують для побудови моделей функціональних залежностей різних фізичних величин. Особливістю моделей, які побудовані на основі мінімаксного (чеби-шовського) наближення, є те, що вони забезпечують найменшу із можливих похибку апроксимації при заданій кількості параметрів. Саме це зумовлює їхню практичну цінність в отриманні розв’язків задач, для яких важлива висока точність відтворення функціональної залежності.

(Слайд 2)

Існування і єдиність мінімаксного наближення такими виразами також встановлює теорема Чебишова.

(Слайд 3)

Многочлен ↑ мінімаксного наближення з ваговою функцією ↑ на відрізку  ↑ для неперервної функції ↑ існує і є єдиним. Для цього необхідно і достатньо, щоб на  існували ↑ впорядковані за зростанням точки ↑ в яких виконується співвідношення ↑. Ці точки ↑ називають точками чебишовського альтернансу. Похибка ↑ у цих точках набуває найбільшого за абсолютною ↑ величиною значення і при цьому її знак почергово змінюється у сусідніх точках ↑

(Слайд 4)

Алгоритм побудови чебишовського наближення:

На проміжку  вибираємо початкове наближення  до точок альтернансу. Точки альтернансу можна, наприклад, обчислити за такою формулою ↑.

Здійснюємо чебишовську інтерполяцію для множини точок, які ми знайшли на попередньому кроці, тобто визначаємо коефіцієнти многочлена і величину похибки. Для знаходження вказаних величин розв’язуємо систему рівнянь:

 ↑

Вона є системою  алгебраїчних рівнянь з  невідомими:  та 

Перевіряємо виконання нерівності

↑ (1)

де  - допустима відносна помилка у визначенні похибки наближення.

Якщо нерівність (1) ↑ виконується, то за теоремою 1 многочлен  і є многочлен найкращого (мінімаксного) наближення.

Якщо умова (1) не виконується, то вибираємо наступне (уточнене) наближення до точок чебишовського альтернансу (переходимо до наступної ітерації).

(Слайд 5)

Наступна система точок альтернансу відрізняєтся від попередньої тим, що точка, у якій є максимум абсолютної величини зваженої похибки, вводиться у альтернанс замість однієї із старих точок. Це можна побачити на цьому слайді.

(Слайд 6)

Приклад апрокмимації функції e^x на проміжку [1, 5] лінійним многочленом.  
Як можна побачити похибка методу найменших квадратів більша за похибку чебишовського наближення.

(Слайд 7)

На цьому слайді можна побачити експериментально отримані залежності: густини кисню ρ від тиску p при температурі T = 500º C

(Слайд 8)

На цьому слайді також бачимо перевагу мінімаксного методу над методом найменших квадратів оскільки похибка в мінімаксного методу менша

(Слайд 9)

Висновки