Міністерство освіти та науки України
Національний університет “Львівська політехніка”

ЧИСЛОВЕ ОБЧИСЛЕННЯ ВИЗНАЧЕНИХ ІНТЕГРАЛІВ

Інструкція до лабораторної роботи № 4
з курсу “Чисельні методи”

для студентів спеціальності
122 “Комп’ютерні науки та інформаційні технології”
спеціалізації “Системна інженерія (інтернет речей)”

Затверджено
на засіданні кафедри
“Комп’ютеризовані
системи автоматики”
Протокол № 1 від 30.08.2017

Львів 2017

Числове обчислення визначених інтегралів: Інструкція до лабораторної роботи № 4 з курсу “Чисельні методи” для студентів спеціальності 122 “Комп’ютерні науки та інформаційні технології” спеціалізації “Системна інженерія (інтернет речей)” / Укл.: У.Ю. Дзелендзяк, А.Г. Павельчак – Львів: НУЛП, 2017. – 16 с.

Укладачі: У.Ю. Дзелендзяк, к.т.н., доцент
А.Г. Павельчак, к.т.н., доцент

Відповідальний за випуск:
А.Й. Наконечний, д.т.н., професор

Рецензент: З.Р. Мичуда, д.т.н., професор

Мета роботи: вивчити основні методи обчислення визначених інтегралів.

1. Загальні відомості

1.1. Постановка задачі.

Нехай нам необхідно знайти визначений інтеграл

$$I = \int_a^b f(x)dx, \tag{1.1}$$

де функція $f(x)$ неперервна на проміжку $[a, b]$. Нижню межу інтегрування будемо вважати меншою від верхньої, оскільки випадок $a > b$ зводиться до $a < b$ шляхом переходу до інтегралу з протилежним знаком, а при $a = b$ інтеграл рівний нулю.

З курсу математичного аналізу відомо, що точне значення визначеного інтегралу (1.1) обчислюється за формулою Ньютона-Лейбніца

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a), \tag{1.2}$$

де F – первісна від функції $f(x)$.

Однак на практиці для більшості задач формула (1.2) не має застосування з таких двох причин:

а) вигляд функції $f(x)$ не дає можливості безпосереднього інтегрування, тобто первісну неможливо виразити через елементарні функції (наприклад, $\int_a^b e^{-x^2} dx$, $\int_a^b \frac{\sin x}{x} dx$);

б) значення функції $f(x)$ для визначеного проміжку задані у вигляді таблиці.

У таких випадках застосовують наближені методи обчислення визначеного інтегралу.

1.2. Аналітичні методи. Ідея аналітичних методів полягає в заміні підінтегральної функції $f(x)$ на проміжку $[a, b]$ певною аналітично заданою функцією $p(x)$, первісна якої знаходиться відносно легко

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b p(x)dx. \tag{1.3}$$

Наприклад, якщо можливо розкласти функцію $f(x)$ на проміжку $[a, b]$ в ряд Тейлора чи тригометричний ряд, то в якості $p(x)$ можемо взяти часткову суму членів цього ряду. Тоді шуканий інтеграл від цієї функції легко обчислюється, оскільки вона є або многочленом, або лінійною комбінацією функцій $\sin kx$ та $\cos kx$.

<u>Приклад.</u> Обчислимо інтеграл $I = \int\limits_0^1 e^{-x^2} dx$ з похибкою 10^{-4} .

Розкладемо експоненту в ряд Тейлора:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$$

Виконавши заміну x на $-x^2$ у цьому ряді, запишемо інтеграл у такому вигляді

$$I = \int\limits_0^1 \left(1 - x + \frac{x^4}{2!} - \frac{x^6}{3!} + \cdots\right) dx = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5 \cdot 2!} - \frac{x^7}{7 \cdot 3!} + \cdots \Bigg|_0^1 \approx 0{,}7468$$

1.3. Числові методи. Згідно визначення за Ріманом (1826-1866, знаменитий німецький математик) визначений інтеграл розглядається як границя інтегральної суми, коли відрізок розбиття прямує до нуля

$$I = \int\limits_a^b f(x) dx = \lim_{\max \Delta x_i \to 0} \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i^*) \Delta x_i \,, \qquad (1.4)$$

де $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$, x_i^* довільна крапка з інтервалу $[x_i, x_{i+1}]$.

У геометричному змісті інтегральна сума Рімана дорівнює площі криволінійної фігури, обмеженої кривою $y = f(x)$, прямими $x = a$, $x = b$ та віссю Ox (рис. 1а).

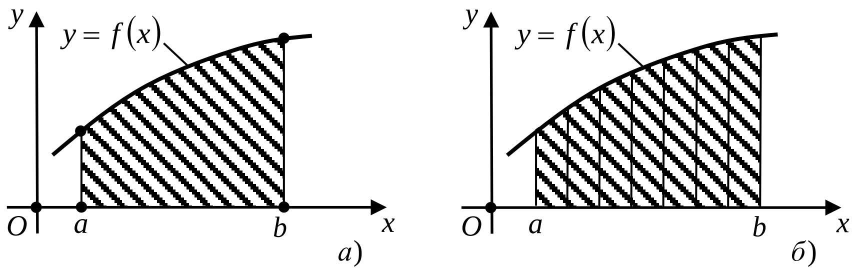

Рис.1

На основі інтегральної суми Рімана (1.4) і будуються основні числові методи обчислення визначеного інтегралу. Забравши у формулі (1.4) знак границі ($\lim$), отримуємо квадратурну формулу

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i f(x_i), \tag{1.5}$$

де $f(x_i)$ – значення функції у вузлах інтерполяції x_i, α_i – числові коефіцієнти (ваги квадратурної формули), права частина формули (1.5) – квадратурна сума. В залежності від способу її обчислення отримують різні методи числового інтегрування (квадратурні формули) – методи прямокутників, трапецій, парабол, сплайнів та ін.

Якщо на проміжку $[a, b]$ ввести рівномірну сітку з кроком h, тоді площа загальної криволінійної фігури буде дорівнювати сумі площ малих криволінійних фігур з основою h (рис. 1б). У геометричному змісті наша задача і полягатиме в наближеному обчисленні цих площ.

2. Метод прямокутників

У цьому найпростішому випадку здійснюємо заміну малих криволінійних фігур звичайними прямокутниками з основою $h = (b-a)/n$ (n – к-сть розбиттів) і висотою рівною значенню функції в крапці x_i та обчислюємо суму площ цих прямокутників (рис. 2а)

$$I \approx \sum_{i=0}^{n-1} h \cdot f(x_i) = \frac{b-a}{n} \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i). \tag{2.1}$$

Формулу (2.1) називають формулою лівих прямокутників.

Формула правих прямокутників (рис. 2б) записується так

$$I \approx \sum_{i=1}^{n} h \cdot f(x_i) = \frac{b-a}{n} \sum_{i=1}^{n} f(x_i). \tag{2.2}$$

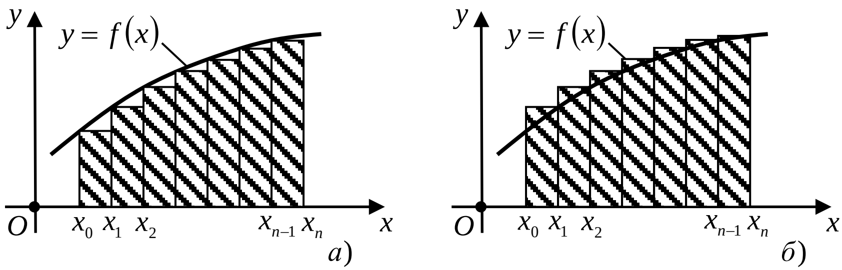

Рис.2

Однак на практиці найчастіше використовують формулу середніх прямокутників (рис. 3)

$$I \approx \sum_{i=0}^{n-1} h \cdot f\left(x_i + \frac{h}{2}\right) = \frac{b-a}{n} \sum_{i=0}^{n-1} f\left(x_{i+\frac{1}{2}}\right). \tag{2.3}$$

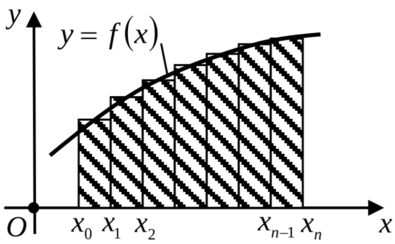

Рис.3

Загальний алгоритм методу лівих прямокутників

$$Integral = 0\,; \quad h = \frac{b-a}{n}\,; \quad x = a$$

для $i = \overline{0, n-1}$

$$Integral = Integral + f(x)$$

$$x = x + h$$

$$Integral = Integral \cdot h$$

Опис алгоритму

1. На початку алгоритму задаємо значення нижньої a і верхньої b межі інтегрування та n – кількості розбиттів проміжку $[a, b]$.
2. Обчислюємо величину кроку h, присвоюємо x перше значення та у циклі обчислюємо значення квадратурної суми (2.1), збільшуючи на кожному кроці значення x на величину кроку h.
3. При можливості здійснюємо перевірку вірності нашого алгоритму, точно обчисливши визначений інтеграл згідно формули Ньютона-Лейбніца (1.2).

3. Метод трапецій

Цей метод використовує лінійну інтерполяцію, тобто графік функції $y = f(x)$ замінюється ламаною (січними), що з'єднує крапки на кривій у вузлах інтерполяції x_i. Тоді площа всієї криволінійної фігури наближено складається з площ елементарних прямолінійних трапецій (рис. 4). Площа кожної такої трапеції рівна добутку півсуми висот на основу

$$S_i = \frac{f(x_i) + f(x_{i+1})}{2} h. \tag{3.1}$$

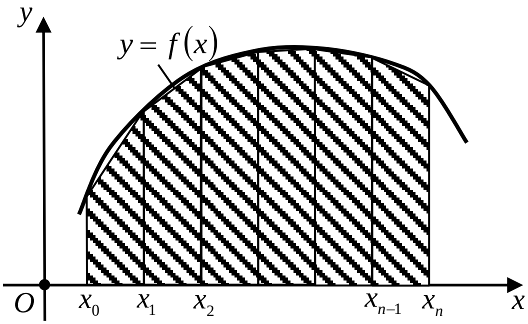

Рис.4

Загальна площа криволінійної фігури, що наближено дорівнює шуканому значенню визначеного інтеграла, дорівнює

$$I \approx \frac{b-a}{2n} \sum_{i=0}^{n-1} \left(f(x_i) + f(x_{i+1}) \right). \tag{3.2}$$

Як видно з формули (3.2), значення $f(x_i)$ додаються двічі, за винятком першої $a = x_0$ та останньої крапки $b = x_n$. Тому формулу трапецій для обчислення визначеного інтегралу можемо записати у такому вигляді

$$I \approx \frac{b-a}{n} \left(\frac{f(a) + f(b)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) \right). \tag{3.3}$$

Загальний алгоритм методу трапецій

$$Integral=0; \quad h=\frac{b-a}{n}; \quad x=a+h$$
$$fa=f(a); \quad fb=f(b)$$
для $i=\overline{1,\,n-1}$
$$Integral=Integral+f(x)$$
$$x=x+h$$
$$Integral=h\cdot\left(\frac{fa+fb}{2}+Integral\right)$$

Опис алгоритму

1. На початку алгоритму задаємо значення нижньої a і верхньої b межі інтегрування та n – кількості розбиттів проміжку $[a,\,b]$.
2. Обчислюємо величину кроку h, значення функції у крапках a і b, присвоюємо x перше значення та у циклі обчислюємо значення суми (3.3), збільшуючи на кожному кроці значення x на величину кроку h.
3. Додаємо до обчисленої суми половини значень функції у крапках a і b та домножаємо отримане на величину кроку h.
4. При можливості здійснюємо перевірку вірності нашого алгоритму, точно обчисливши визначений інтеграл згідно формули Ньютона-Лейбніца (1.2).

4. Метод Сімпсона

Метод вимагає розбиття проміжку $[a,\,b]$ на парну кількість ділянок $n=2m$ з кроком h. На кожній ділянці $[x_0,\,x_2]$, $[x_2,\,x_4]$, … , $[x_{n-2},\,x_n]$ підінтегральну функцію $f(x)$ замінюємо параболою другого порядку
$$f(x)\approx\varphi_i(x)=a_ix^2+b_ix+c_i. \tag{4.1}$$
де $x_{i-1}\le x\le x_{i+1}$.

На рис. 5 показана така заміна параболою для перших трьох вузлів інтерполяції.

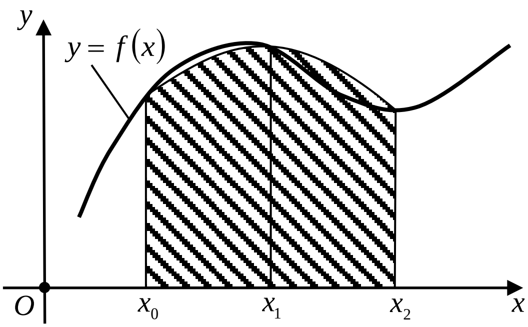

Рис.5

Для цього випадку (рис. 5), коефіцієнти a_1, b_1, c_1 обчислюються з накладеної умови, що парабола проходить через крапки функції $f(x)$ у цих вузлах інтерполяції. Тобто, можемо записати систему трьох лінійних алгебричних рівнянь, з яких і обчислюються необхідні нам коефіцієнти

$$\left.\begin{aligned} f(x_0) &= a_1 x_0^{\ 2} + b_1 x_0 + c_1 \\ f(x_1) &= a_1 x_1^{\ 2} + b_1 x_1 + c_1 \\ f(x_2) &= a_1 x_2^{\ 2} + b_1 x_2 + c_1 \end{aligned}\right\}. \tag{4.2}$$

Розв'язавши систему (4.2), отримаємо значення коефіцієнтів

$$c_1 = f(x_1),\ b_1 = \frac{f(x_2) - f(x_0)}{2h},\ a_1 = \frac{f(x_0) - 2f(x_1) + f(x_2)}{2h^2}. \tag{4.3}$$

Підставивши отримані значення коефіцієнтів у рівняння параболи (4.1), отримаємо таке співвідношення

$$f(x) \approx \frac{f(x_0) - 2f(x_1) + f(x_2)}{2h^2} x^2 + \frac{f(x_2) - f(x_0)}{2h} x + f(x_1). \tag{4.4}$$

При підставленні замість підінтегральної функцій $f(x)$ виразу (4.4), отримаємо значення визначеного інтегралу на проміжку $[x_0, x_2]$

$$\int_{x_0}^{x_2} f(x)dx = \frac{h}{3}(f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)). \tag{4.5}$$

Узагальнюючи формулу (4.5) для усіх ділянок $[x_0, x_2]$, $[x_2, x_4]$, … , $[x_{n-2}, x_n]$, отримаємо такий вираз

$$\int_{x_{2i}}^{x_{2i+2}} f(x)dx = \frac{h}{3}(f(x_{2i}) + 4f(x_{2i+1}) + f(x_{2i+2})). \tag{4.6}$$

Просумуємо значення інтегралу на усіх зазначених ділянках

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}(f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + \ldots + 4f(x_{2m-1}) + f(x_{2m})) \quad (4.7)$$

Записавши значення функцій з коефіцієнтами 2 та 4 у вигляді двох сум, отримаємо загальну формулу методу Сімпсона (парабол)

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\left(f(a) + f(b) + 4\sum_{i=1}^{m} f(x_{2i-1}) + 2\sum_{i=1}^{m-1} f(x_{2i})\right). \quad (4.8)$$

Загальний алгоритм методу Сімпсона

$$Integral = 0; \quad n = 2m; \quad h = \frac{b-a}{n}$$

$$fa = f(a); \quad fb = f(b)$$

для $i = \overline{1, m}$

$$x = a + (2 \cdot i - 1) \cdot h$$

$$Integral = Integral + 4 \cdot f(x)$$

для $i = \overline{1, m-1}$

$$x = a + 2 \cdot i \cdot h$$

$$Integral = Integral + 2 \cdot f(x)$$

$$Integral = \frac{h}{3} \cdot (fa + fb + Integral)$$

Опис алгоритму

1. На початку алгоритму задаємо значення нижньої a і верхньої b межі інтегрування та $n = 2m$ – кількості розбиттів проміжку $[a, b]$.
2. Обчислюємо величину кроку h, значення функції у крапках a і b. У двох циклах обчислюємо значення парної та непарної сум формули (4.8). Значення x збільшуємо шляхом додавання до a визначеної кількості кроків h.
3. Додаємо до порахованих сум значення функції у крапках a і b та домножаємо отримане на величину $h/3$.
4. При можливості здійснюємо перевірку вірності нашого алгоритму, точно обчисливши визначений інтеграл згідно формули Ньютона-Лейбніца (1.2).

5. Числова порівняльна оцінка методів

З метою оцінки поданих в інструкції методів обчислення визначеного інтегралу наведемо для них числові результати.

Обчислимо за формулою Ньютона-Лейбніца такий визначений інтеграл

$$\int_0^{\pi} \cos x dx = -\sin x \Big|_0^{\pi} = -\sin \pi + \sin 0 = 0 . \qquad (5.1)$$

Отримані результати обчислення визначеного інтегралу (5.1) нижче наведені в таблиці

Метод	**к-сь розбит.** $n=6$	**к-сь розбит.** $n=10$	**к-сь розбит.** $n=30$
лівих прямокутників	0,523598775	0,314159265	0,104719755
правих прямокутників	–0,523598775	–0,314159265	–0,104719755
середніх прямокутників	$5{,}74\cdot 10^{-16}$	$1{,}96\cdot 10^{-17}$	$2{,}7\cdot 10^{-16}$
трапецій	$3{,}1\cdot 10^{-16}$	$-2{,}16\cdot 10^{-18}$	$4{,}76\cdot 10^{-16}$
Сімпсона	$3{,}79\cdot 10^{-16}$	$1{,}34\cdot 10^{-16}$	$2{,}57\cdot 10^{-16}$

Для порівняння наведемо ще результати і для такого інтегралу

$$\int_1^{2} e^x dx = e^x \Big|_1^{2} = e^2 - e^1 = 4{,}6707742704716. \qquad (5.2)$$

Отримані результати обчислення визначеного інтегралу (5.2) нижче наведені в таблиці

Метод	**к-сь розбит.** $n=6$	**к-сь розбит.** $n=10$	**к-сь розбит.** $n=30$
лівих прямокутників	4,292350056	4,441127220	4,593360503
правих прямокутників	5,070812434	4,908204647	4,749052979
середніх прямокутників	4,665372658	4,668828682	4,670558037
трапецій	4,681581245	4,674665933	4,671206741
Сімпсона	4,670794226	4,670776862	4,670774302

Як бачимо з наведених результатів, найкращі результати отримані методом Сімпсона (парабол), дещо гірші результати дають методи середніх прямокутників та трапецій, а найгірші результати в обох таблицях отримані методами лівих та правих прямокутників. Тому замість двох останніх рекомендується використовувати метод середніх прямокутників, який є однаковий з ними по складності.

6. Порядок виконання роботи

1. Вдома вивчити теоретичні відомості, необхідні для виконання лабораторної роботи.
2. Згідно варіанту (порядкового номера в журналі викладача) завдання (таблиця 1 та 2), вдома написати програму для реалізації алгоритму вказаного методу, а в лабораторії вписати програмний код та налагодити цю програму.
3. Отримані на комп'ютері числові результати представити викладачу.
4. По результатах виконаної роботи оформити звіт та здати його.

Таблиця 1. Завдання до лабораторної роботи

***визначені інтеграли вибираються з таблиці 2**

№ п/п	**Завдання** **(метод та кількість розбиттів проміжку інтегрування)** Для методів прямокутників та трапецій: $n = 30$ Для методу Сімпсона: $m = 10$		
	Група 1	**Група 2**	**Група 3**
1	Метод Сімпсона	Метод середніх прямокутників	Метод правих прямокутників
2	Метод трапецій	Метод Сімпсона	Метод середніх прямокутників
3	Метод лівих прямокутників	Метод трапецій	Метод Сімпсона
4	Метод правих прямокутників	Метод лівих прямокутників	Метод трапецій
5	Метод середніх прямокутників	Метод правих прямокутників	Метод лівих прямокутників
6	Метод Сімпсона	Метод середніх прямокутників	Метод правих прямокутників
7	Метод трапецій	Метод Сімпсона	Метод середніх прямокутників
8	Метод лівих прямокутників	Метод трапецій	Метод Сімпсона
9	Метод правих прямокутників	Метод лівих прямокутників	Метод трапецій
10	Метод середніх прямокутників	Метод правих прямокутників	Метод лівих прямокутників

11	Метод Сімпсона	Метод середніх прямокутників	Метод правих прямокутників
12	Метод трапецій	Метод Сімпсона	Метод середніх прямокутників
13	Метод лівих прямокутників	Метод трапецій	Метод Сімпсона
14	Метод правих прямокутників	Метод лівих прямокутників	Метод трапецій
15	Метод середніх прямокутників	Метод правих прямокутників	Метод лівих прямокутників
16	Метод Сімпсона	Метод середніх прямокутників	Метод правих прямокутників
17	Метод трапецій	Метод Сімпсона	Метод середніх прямокутників
18	Метод лівих прямокутників	Метод трапецій	Метод Сімпсона
19	Метод правих прямокутників	Метод лівих прямокутників	Метод трапецій
20	Метод середніх прямокутників	Метод правих прямокутників	Метод лівих прямокутників
21	Метод Сімпсона	Метод середніх прямокутників	Метод правих прямокутників
22	Метод трапецій	Метод Сімпсона	Метод середніх прямокутників
23	Метод лівих прямокутників	Метод трапецій	Метод Сімпсона
24	Метод правих прямокутників	Метод лівих прямокутників	Метод трапецій
25	Метод середніх прямокутників	Метод правих прямокутників	Метод лівих прямокутників
26	Метод Сімпсона	Метод середніх прямокутників	Метод правих прямокутників
27	Метод трапецій	Метод Сімпсона	Метод середніх прямокутників
28	Метод лівих прямокутників	Метод трапецій	Метод Сімпсона
29	Метод правих прямокутників	Метод лівих прямокутників	Метод трапецій
30	Метод середніх прямокутників	Метод правих прямокутників	Метод лівих прямокутників

Таблиця 2. Визначені інтеграли та їх первісні

№1 $\int_1^2 \sqrt{2+3x}\,dx$ $F=\frac{1}{3}\sqrt{(2+3x)^3}$	№2 $\int_0^1 \frac{1}{4+x^2}\,dx$ $F=\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{x}{2}\right)$
№3 $\int_1^2 \frac{1}{x(3+2x)}\,dx$ $F=-\frac{1}{3}\ln\left(\frac{3+2x}{x}\right)$	№4 $\int_0^{\pi} \sin^2(x)\,dx$ $F=\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\sin(2x)$
№5 $\int_2^4 \frac{1}{x\ln(x)}\,dx$ $F=\ln(\ln(x))$	№6 $\int_1^2 xe^{3x}\,dx$ $F=\frac{e^{3x}}{9}(3x-1)$
№7 $\int_0^{\pi/2} \sin(x)\cos^2(x)\,dx$ $F=-\frac{\cos^3(x)}{3}$	№8 $\int_0^{0,5} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\,dx$ $F=-\sqrt{1-x^2}+\arcsin(x)$
№9 $\int_2^3 x\sqrt{(x^2-4)^3}\,dx$ $F=\frac{\sqrt{(x^2-4)^5}}{5}$	№10 $\int_1^2 \frac{1}{x\sqrt{9-x^2}}\,dx$ $F=\frac{1}{3}\ln\left(\frac{x}{3+\sqrt{9-x^2}}\right)$
№11 $\int_1^2 x\sqrt{9-x^2}\,dx$ $F=-\frac{\sqrt{(9-x^2)^3}}{3}$	№12 $\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2+3}}{x^2}\,dx$ $F=-\frac{\sqrt{x^2+3}}{x}+\ln\left(x+\sqrt{x^2+3}\right)$

№13 $\int_1^2 \frac{x}{3+2x^2}\,dx$ $F=\frac{1}{4}\ln\left(x^2+\frac{3}{2}\right)$	№14 $\int_2^3 x^3\ln(x)\,dx$ $F=x^4\left(\frac{\ln(x)}{4}-\frac{1}{16}\right)$
№15 $\int_1^2 x\cdot 2^{2x}\,dx$ $F=\frac{x\cdot 2^{2x}}{2\ln(x)}-\frac{2^{2x}}{2\ln^2(2)}$	№16 $\int_0^{\pi} e^{2x}\sin(3x)\,dx$ $F=\frac{e^{2x}(2\sin(3x)-3\cos(3x))}{13}$
№17 $\int_1^2 \frac{1}{x^2\sqrt{6-x^2}}\,dx$ $F=-\frac{\sqrt{6-x^2}}{6x}$	№18 $\int_0^{\pi/2} \sin^3(x)\cos(x)\,dx$ $F=\frac{\sin^4(x)}{4}$
№19 $\int_1^2 \frac{1}{x(1+2x)^2}\,dx$ $F=\frac{1}{1+2x}-\ln\left(\frac{1+2x}{x}\right)$	№20 $\int_0^1 \frac{1}{4-x^2}\,dx$ $F=\frac{1}{4}\ln\left(\frac{2+x}{2-x}\right)$
№21 $\int_1^2 x\sqrt{x^2+3}\,dx$ $F=\frac{\sqrt{(x^2+3)^3}}{3}$	№22 $\int_{\pi/2}^{\pi} e^x\cos(x)\,dx$ $F=\frac{e^x(\sin(x)+\cos(x))}{2}$
№23 $\int_2^3 \frac{x}{\sqrt{x^2-3}}\,dx$ $F=\sqrt{x^2-3}$	№24 $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{(x^2+3)^3}}\,dx$ $F=\frac{x}{3\sqrt{x^2+3}}$

№25	№26
$\int_0^{\pi/2} \frac{1}{2+\cos(x)}\,dx$ $F = \frac{2}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)\right)$	$\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{0{,}5+2x}}\,dx$ $F = -\frac{2-4x}{12}\sqrt{0{,}5+2x}$
№27	**№28**
$\int_0^{\pi} \sin(2x)\sin(3x)\,dx$ $F = -\frac{\sin(5x)}{10} + \frac{\sin(x)}{2}$	$\int_1^2 \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2}\,dx$ $F = -\frac{\sqrt{9-x^2}}{x} - \arcsin\left(\frac{x}{3}\right)$
№29	**№30**
$\int_2^3 \frac{x^2}{\sqrt{x^2-3}}\,dx$ $F = \frac{x}{2}\sqrt{x^2-3} + \frac{3}{2}\ln\left(x+\sqrt{x^2-3}\right)$	$\int_0^{\pi/2} \frac{1}{4\cos^2(x)+9\sin^2(x)}\,dx$ $F = \frac{1}{6}\operatorname{arctg}\left(\frac{3\operatorname{tg}(x)}{2}\right)$

7. Зміст звіту

1. Номер і назва лабораторної роботи, із зазначенням її виконавця.
2. Мета роботи.
3. Завдання до лабораторної роботи.
4. Короткі теоретичні відомості, що необхідні для виконання лабораторної роботи.
5. Блок-схема розробленої програми.
6. Список ідентифікаторів констант, змінних, функцій, методів, використаних у програмі, та їх пояснення.
7. Остаточна версія програми.
8. Результати виконання програми.
9. Висновки.

8. Контрольні запитання

1. Наведіть формулу для точного обчислення визначеного інтегралу.
2. Чому не завжди вдається обчислити визначений інтеграл за формулою Ньютона-Лейбніца?

3. У чому полягає ідея аналітичних методів наближеного обчислення визначеного інтегралу?
4. Що таке інтегральна сума Рімана?
5. Який геометричний зміст обчислення визначеного інтегралу?
6. Наведіть та поясніть геометричну інтерпретацію методу лівих прямокутників.
7. Яка відмінність методів правих та середніх прямокутників?
8. Наведіть та поясніть геометричну інтерпретацію методу трапецій.
9. У чому полягає ідея методу Сімпсона?
10. Дайте числову порівняльну оцінку основним методам обчислення визначеного інтегралу.

9. Список літератури

1. Практикум з обчислювальної математики. Основні числові методи. Лекції: Навчальний посібник для вузів / І.А.Анджейчак, В.Є.Анохін, І.М.Бойко та ін. – Нац. ун-т "Львівська політехніка", Львів. – 2001. – 150 с.

2. Комп’ютерні методи прикладної математики: Навчальний посібник для студентів вищих технічних навчальних закладів / К.Х.Зеленський, В.М.Ігнатенко, О.П.Коц – К.: Академперіодика. – 2002. – 479 с.

3. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. Вычислительные методы для инженеров: Учеб. пособие. – М.: Высш.шк. – 1994. – 544 с.

ЗМІСТ

Навчальне видання

Числове обчислення визначених інтегралів: Інструкція до лабораторної роботи № 5 з курсу "Чисельні методи" для студентів спеціальності 122 "Комп'ютерні науки та інформаційні технології" спеціалізації "Системна інженерія (інтернет речей)".

Укладачі: Дзелендзяк Уляна Юріївна
Павельчак Андрій Геннадійович