Umwandlung der Schwingungsenergie

Wie sieht es mit der mechanischen Energie bei einer Schwingung aus? Ein Pendelkörper liegt zunächst bewegungslos in der Gleichgewichtslage (Abb. 1). Die Schwingungsenergie des Federpendels ist null. Bei einer Auslenkung um die Strecke $\boldsymbol{y}$ beträgt die rücktreibende Kraft nach dem Hooke'schen Gesetzes:

$$\boldsymbol{F = -D \cdot y}$$

wobei D die Federkonstante ist. Um zur Auslenkung y zu kommen, muss Dehnungsarbeit verrichtet werden, die als **Deformationsenergie**, oder **Spannenergie**, im ausgelenkten Pendelkörper gespeichert wird:

$$\boldsymbol{E_D = \frac{1}{2} D y^2}$$

Was geschieht mit der Deformationsenergie, wenn der Pendelkörper losgelassen wird (ohne Reibung)? Die Energie der Feder nimmt mit der Abnahme der Auslenkung ab. Die **kinetische Energie**, oder **Bewegungsenergie**, des Pendelkörper nimmt gleichzeitig zu. Beim Durchgang durch die Ruhelage liegt ausschliesslich kinetische und keine potentielle Energie mehr vor. Die kinetische Energie berechnet man nach:

$$\boldsymbol{E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2} \qquad (m - \text{Masse des Pendelkörpers}, v - \text{seine Geschwindigkeit})$$

Nach dem Durchgang durch die Ruhelage kehrt sich dieser Prozess wieder um, bis beim nächsten Umkehrpunkt die Deformationsenergie wieder maximal ist und keine kinetische Energie mehr vorliegt.

Energieerhaltung: Die beiden Energieformen wandeln sich periodisch ineinander um. Die gesamte mechanische Energie einer Schwingung bleibt aber zu jedem beliebigen Zeitpunkt **konstant**.

$$\boxed{\boldsymbol{E = E_D + E_{kin} = const}}$$

Aufgaben

Aufgabe 1

Zeichen Sie im Rechteck in der Abb. 1 ein (qualitativ), welcher Teil der Deformationsenergie und welcher Teil der kinetischen Energie entschpricht (die ganze Länge des Vierecks ist die gesamte mechanische Energie).

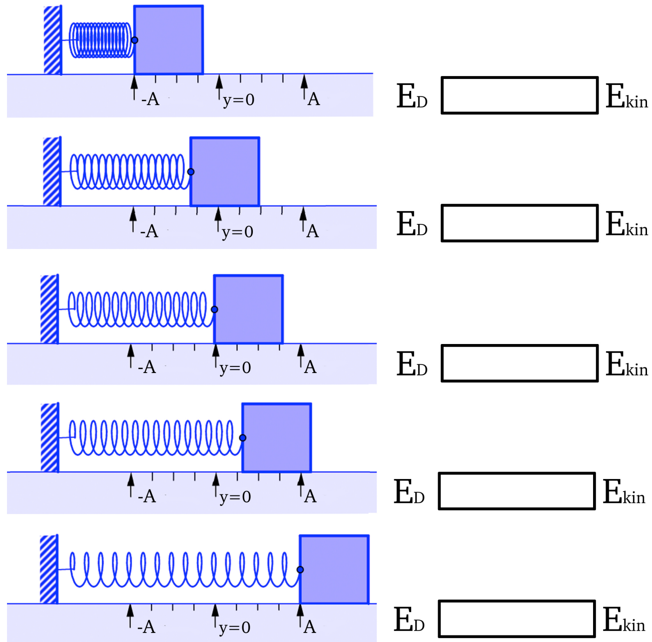

Abb. 1: Zur Aufgabe 1

Aufgabe 2

Schreiben Sie die Formeln für die Deformationsenergie und kinetische Energie mit Gleichungen der harmonischen Schwingungen um:

- Auslenkung/Elongation: $y(t) = A \cdot \sin(\omega t)$
- Geschwindigkeit: $v(t) = A\,\omega \cdot \cos(\omega t)$
- Beschleunigung: $a(t) = -A\,\omega^2 \cdot \sin(\omega t)$

$E_D = \frac{1}{2}Dy^2 =$

$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 =$

Aufgabe 3

Auf dem Bild ist die Grafik der Auslenkung dargestellt. Zeichnen Sie mit Hilfe der Aufgabe 2, wie sich die beiden Energien während einer Schwingung ändern.

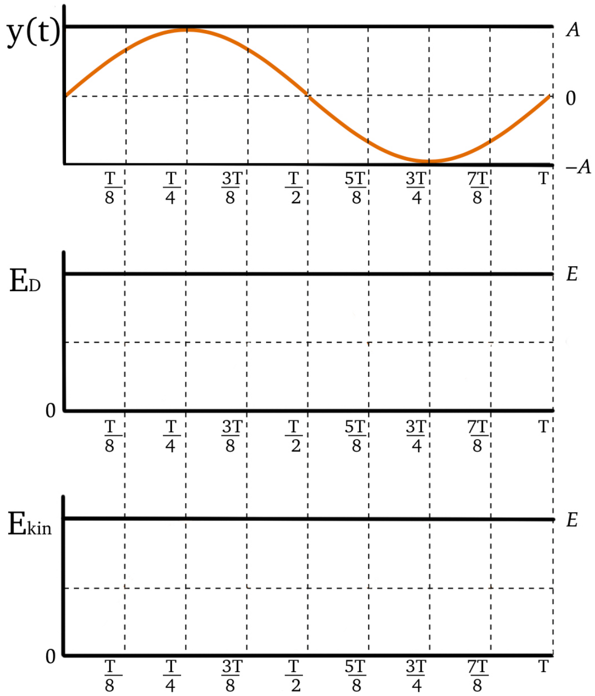

Abb. 2: Zur Aufgabe 3

Aufgabe 4

Beschreiben Sie die Gleichungen der gesamten Energie mit Winkelfunktionen $(\sin, \cos)$. Nutzen Sie dazu Ihre Erkentnisse aus der Aufgabe 2.

$E = E_D + E_{kin} =$

Benutzen Sie nun folgende Erkentnisse aus dem Physik- und Mathematikunterricht, um die Formeln zu vereinfachern:

- $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$, oder $\omega^2 = \frac{D}{m}$
- $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$

So erhalten Sie die Formel für die mechanische Gesamtenergie von harmonischen Schwingungen.

$$\boldsymbol{E} =$$

Ergänzen Sie den folgenden Satz:

Die Gesamtenergie von harmonischen Schwingungen ist __________________ zum ______________________ der Amplitude.