# Лабораторная работа 8. Модель TCP/AQM

#### 8.1. Математическая модель

Рассмотрим упрощённую модель поведения TCP-подобного трафика с регулируемой некоторым AQM алгоритмом динамической интенсивностью потока:

$$\dot{W}(t) = \frac{1}{R(t)} - \frac{1}{2} \frac{W(t)W(t - R(t))}{R(t - R(t))} p(t - R(t)), \tag{8.1}$$

$$\dot{Q}(t) = \begin{cases} N(t) \frac{W(t)}{R(t)} - C, & Q(t) > 0, \\ \max\left(N(t) \frac{W(t)}{R(t)} - C, 0\right), & Q(t) = 0, \end{cases}$$
(8.2)

где W(t) — средний размер TCP-окна (в пакетах), Q(t) — средний размер очереди (в пакетах), R(t) — время двойного оборота (Round Trip Time, сек.), C — скорость обработки пакетов в очереди (пакетов в секунду), N(t) — число TCP-сессий,  $p(\cdot)$  — вероятностная функция сброса (отметки на сброс) пакета (значения функции  $p(\cdot)$  лежат на интервале [0,1]).

Функции W(t) и Q(t) — положительны. Функция R(t) может быть представлена в виде

$$R(t) = \frac{Q(t)}{C} + \tau_p, \tag{8.3}$$

где  $\tau_p$  — задержка распространения пакета по сети (сек.).

Уравнение (8.1) описывает динамическое управление размером окна ТСР. Первое слагаемое описывает фазу медленного старта ТСР. Второе слагаемое учитывает фазу и алгоритм избежания перегрузок. На фазе избежания перегрузок размер окна увеличивается на 1/W при получении каждого подтверждения, а в случае потери пакета размер окна сокращается вдвое.

Уравнение (8.2) описывает поведение очереди, а именно разность средней интенсивности поступления пакетов  $\frac{N(t)W(t)}{R(t)}$  и пропускной способностью звена сети C.

Жидкостную модель (8.1)—(8.3) управления потоком трафика принято называть задачей управления с обратной связью. Управление в такой задаче описывается вероятностной функцией  $p(\cdot)$ .

Сделаем упрощение модели, приняв, что  $N(t) \equiv N, R(t) \equiv R$ , т.е. указанные величины будем считать постоянными, не изменяющимися во времени. Кроме того, положим  $p(\cdot) = KQ(t)$ , т.е. функция сброса пакетов  $p(\cdot)$  пропорциональна длине очереди Q(t).

В результате получим следующую упрощённую модель управления ТСР-подобным трафиком:

$$\dot{W}(t) = \frac{1}{R} - \frac{W(t)W(t-R)}{2R}KQ(t-R),$$
(8.4)

$$\dot{Q}(t) = \begin{cases} \frac{NW(t)}{R} - C, & Q(t) > 0, \\ \max\left(\frac{NW(t)}{R} - C, 0\right), & Q(t) = 0. \end{cases}$$
(8.5)

#### 8.2. Реализация модели в хсоя

Схема хсоs, моделирующая систему (8.4)–(8.5), с начальными значениями параметров  $N=1,\,R=1,\,K=5,3,\,C=1,\,W(0)=0,1,\,Q(0)=1$  приведена на рис. 8.1.

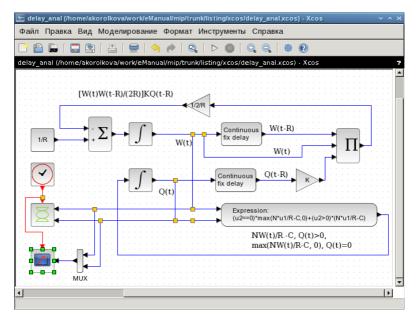


Рис. 8.1. Схема хсоз, моделирующая систему (8.4)-(8.5)

Результат моделирования представлен на рис. 8.2 и 8.3.

На рис. 8.2 представлена динамика изменения размера TCP окна W(t) (сплошная линия) и размера очереди Q(t) (пунктирная линия).

На рис. 8.3 представлен фазовый портрет (W,Q), который показывает наличие автоколебаний параметров системы — фазовая траектория осциллирует вокруг своей стационарной точки.

При C = 0, 9 автоколебания более выраженные (рис. 8.4 и 8.5).

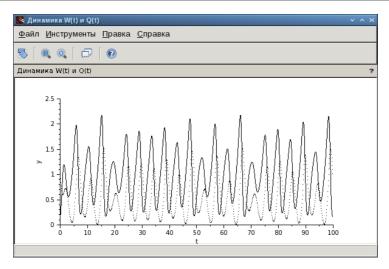


Рис. 8.2. Динамика изменения размера TCP окна W(t) и размера очереди Q(t)

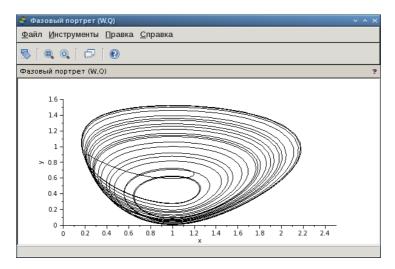


Рис. 8.3. Фазовый портрет (W,Q)

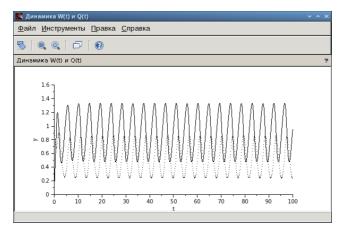


Рис. 8.4. Динамика изменения размера TCP окна W(t) и размера очереди Q(t) при C=0,9

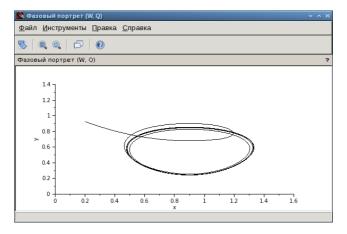


Рис. 8.5. Фазовый портрет (W,Q) при C=0,9

### 8.3. Задание для самостоятельного выполнения

Реализуйте модель (8.4)—(8.5) с использованием языка Modelica в среде OpenModelica. Для реализации задержки используйте оператор  $\mathtt{delay}()$ . Постройте график динамики изменения размера TCP окна W(t) и размера очереди Q(t) и фазовый портрет (W,Q).

## Требования к отчёту

- 1. Отчёт должен быть аккуратно оформлен: иметь титульный лист с указанием идентифицирующих работу данных; содержать формулировку задачи; иметь единообразный шрифт (основной текст: 13 pt, Times NewRoman, 1,5 интервал, выравнивание по ширине; текст листингов (если требуется): 10 Courier, 1 интервал; заголовки: 14 pt, Times NewRoman).
- 2. В отчёт включаются описания выполнения всех лабораторных работ раздела и заданий для самостоятельного выполнения.
- 3. Отчёт должен содержать скриншоты разработанных схем хсоз с пояснениями в тексте на русском языке.
- Отчёт должен содержать полученные в результате моделирования графики с пояснениями в тексте на русском языке.

#### Список литературы

- 1. *Братусь А. С., Новожилов Артем Сергеевич abd Платонов А. П.* Динамические системы и модели биологии. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. 400 с.
- 2. OM overall User's Guide. 2020. URL: https://www.openmodelica.org/useresresources/userdocumentation.
- Modelica Language. URL: https://www.modelica.org/ modelicalanguage.
- 4. OpenModelica. URL: https://www.openmodelica.org/.
- 5. Xcos. URL: https://www.scilab.org/software/xcos.