

# Матрица 1

Исходная матрица

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Определитель с поправкой на лямбду должен быть равен 0:

$$\begin{vmatrix} 2-\lambda & 2 \\ 1 & 3-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

Определитель будет считаться по формуле:

$$\begin{aligned} (2-\lambda)(3-\lambda) - 1 * 2 &= 0 \\ \lambda^2 - 5\lambda + 4 &= 0 \end{aligned}$$

$$\lambda_1 = 1$$

$$\lambda_2 = 4$$

Собственные значения равны 1 и 4

Собственный вектор для значения 1:

$$\begin{cases} (2-1)x + 2y = 0 \\ x + (3-1)y = 0 \end{cases}$$

$$x = 2y$$

Таким образом, пример вектора (2, 1)

Собственный вектор для значения 4:

$$\begin{cases} (2-4)x + 2y = 0 \\ x + (3-4)y = 0 \end{cases}$$

$$x = y$$

Таким образом, пример вектора (3, 3)

# Матрица 2

Исходная матрица

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 1 & 4 & -1 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

Определитель с поправкой на лямбду должен быть равен 0:

$$\begin{vmatrix} 4-\lambda & 1 & -1 \\ 1 & 4-\lambda & -1 \\ -1 & -1 & 4-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

Определитель будет считаться по формуле:

$$-\lambda^3 + 12\lambda^2 - 45\lambda + 54 = 0$$

$$\lambda_1 = 3$$

$$\lambda_2 = 6$$

Собственные значения равны 3 и 6

Собственный вектор для значения 3:

$$\begin{cases} (4-3)x + y - z = 0 \\ x + (4-3)y - z = 0 \\ -x - y + (4-3)z = 0 \end{cases}$$

$$x = -y + z$$

$$y = y$$

$$z = z$$

Таким образом, пример вектора (2, -3, -1)

Можно представить собственный вектор для значения 3 в виде суммы векторов:

$$y * \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + z * \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Обозначенные выше вектора являются неколлинеарными. Следовательно мы можем получить еще несколько собственных векторов:

$$(5, -5, 0), (5, 0, 5)$$

Собственный вектор для значения 6:

$$\begin{cases} (4-6)x + y - z = 0 \\ x + (4-6)y - z = 0 \\ -x - y + (4-6)z = 0 \end{cases}$$

$$x = -z$$

$$y = -z$$

$$z = z$$

Таким образом, пример вектора  $(-3, -3, 3)$